

СОДІН

Михайло Леонідович —
професор Школи математичних
наук Тель-Авівського
університету

НАУМ ІЛЛІЧ АХІЄЗЕР

До 125-річчя від дня народження

Цього року світова математична спільнота відзначає 125-річчя від дня народження відомого вченого-математика, одного з фундаторів славетної харківської математичної школи, доктора фізико-математичних наук (1936), професора (1941), члена-кореспондента НАН України (1934) Наума Ілліча Ахієзера.

Наум Ілліч Ахієзер — видатний математик XX століття, який зробив фундаментальний внесок у низку галузей аналізу та математичної фізики. Основні математичні досягнення Наума Ілліча належать до теорії апроксимації, проблеми моментів і теорії диференціальних та інтегральних операторів. У його працях класичні ідеї, що сягають К.Г. Якобі (еліптичні функції, проблема обернення абелевих інтегралів), П.Л. Чебишова, А.А. Маркова та С.Н. Бернштейна (екстремальні властивості поліномів, раціональних і цілих функцій, проблема моментів), гармонійно, часто в найнесподіваніший спосіб, поєднувалися з методами геометричної теорії функцій комплексної змінної, функціонального аналізу й теорії операторів.

Наум Ілліч Ахієзер — один із творців харківської математичної школи. У тяжких умовах 30-х і 40-х років XX ст. йому вдалося зібрати в Харкові й підтримати чимало талановитих математиків, дати їм можливість активно працювати. Своїми «золотими роками» харківська математична школа значною мірою завдячує саме йому. Крім того, за ініціативою Наума Ілліча і завдяки його зусиллям у 1963 р. в Харкові було відкрито спеціалізовану фізико-математичну школу № 27 (нині — Харківський фізико-математичний ліцей № 27).

Наум Ілліч народився 6 березня 1901 р. в повітовому центрі Могильовської губернії — містечку Чериков (нині це районний центр у Могильовській області в Білорусі) в родині земського лікаря. Його молодший брат, Олександр Ілліч, згодом став видатним фізиком-теоретиком.

У 1918 р. Наум Ілліч закінчив класичну гімназію у Мстиславлі, приблизно за 60 км від Черикова, оскільки до 1915 р. в самому Черикові класичної гімназії не було. Того самого року він вступив на фізико-математичний факультет Петроградського університету, але через злигодні буремних і голодних часів не-



Наум Ілліч Ахієзер
(06.03.1901—03.06.1980)



Математики Харкова,
1950 р. (зліва направо):
1-й ряд: Я.Л. Геронімус,
А.К. Сушкевич, Н.І. Ахіє-
зер, Б.Я. Левін, О.В. Пого-
рєлов, М.Д. Дольберг;
2-й ряд: Д.З. Гордєвський,
Н.С. Ландкоф, В.О. Мар-
ченко, Г.І. Дрінфельд,
О.Я. Повзнер;
3-й ряд: Л.Я. Гіршвальд,
Е.М. Жмудь, Я.П. Бланк,
О.С. Лейбін

вдовзі повернувся до Черикова і почав викладати математику й фізику в експериментальній Леменській школі-комуні. Учителював він із захопленням і потім часто любив згадувати про цю сторінку свого життя.

У 1922 р. Наум Ілліч вступив до Київського інституту народної освіти. У ті часи в Україні університети були закриті, і деякою мірою їх замінювали інститути народної освіти. Він виконав трирічну програму за півтора року і в грудні 1923 р. закінчив інститут. Під час навчання Наум Ілліч захопився теорією еліптичних функцій і проблемою обернення абелевих інтегралів, для чого ґрунтовно вивчив класичні праці К.Г. Якобі (тут йому знадобилася латина, яку він опанував у гімназії) та Є.І. Золотарьова. У цей період він познайомився з М.Г. Крейном, який відвідував лекції з 14-річного віку як вільний слухач, і М.Г. Чеботарьовим, який тоді вже був відомим математиком. Їх трьох поєднувала спільність наукових інтересів, яка переросла в багаторічну дружбу.

Починаючи з 1922 р., Наум Ілліч викладав математику в київських школах. У 1925 р. він вступив до аспірантури до Дмитра Олександровича Граве, видатного алгебраїста, який вийшов зі школи Чебишова. Серед учнів Граве були Б.М. Делоне, О.М. Островський, М.Г. Чеботарьов, О.Ю. Шмідт, але на той час вони всі покинули Київ, і знаменитий алгебраїчний семінар Граве припинив свою діяльність, а його ке-

рівник переключився на прикладну математику. Наум Ілліч зайнявся аеродинамікою як галуззю застосування методів теорії функцій комплексної змінної. У 1928 р. він захистив дисертацію, у якій дослідив течії в ідеальній нестисливій рідині [1]. Одним із результатів, відображених у дисертації (розділ II), був аналог формули Крістоффеля—Шварца для конформних відображень двозв'язного многокутника на кругове кільце [1; 2, с. 127—132]. Цей результат згодом неодноразово перевідкривали інші автори, і нині його використовують у чисельних методах, заснованих на конформних відображеннях.

І хоча з часом основна тематика праць Наума Ілліча змістилася в бік «чистої математики», інтерес до аеро- і гідродинаміки він зберіг на довгі роки.

У 1928—1933 рр. було опубліковано великий цикл праць Н.І. Ахієзера¹ [4, 5], присвячених екстремальним властивостям поліномів і задачам теорії апроксимації. У цих роботах він знайшов несподівані застосування геометричної теорії функцій комплексної змінної до складних суто дійсних задач, які не піддавалися зусиллям інших математиків. Однією з таких задач було питання про поліноми, що найменше відхиляються від нуля на кількох

¹ У 2001 р. в Харкові було видано двотомник вибраних праць Наума Ілліча Ахієзера [3], в якому можна знайти багато зі згаданих у цій статті робіт, а також переклади його німецькомовних праць.

інтервалах. У випадку одного інтервалу, не зменшуючи загальності, можна вважати, що це інтервал $[-1, 1]$. У цьому випадку класична теорема Чебишова говорить, що серед усіх поліномів степеня n зі старшим коефіцієнтом, рівним 1, найменшу рівномірну норму на відрізьку $[-1, 1]$ має поліном Чебишова

$$T_n(x) = 2^{1-n} \cos(n \arccos x).$$

Наум Ілліч знайшов аналог теореми Чебишова для випадку кількох інтервалів. У випадку двох інтервалів екстремальні поліноми виражаються в термінах автоморфних функцій Шотткі. У деяких спеціальних випадках, наприклад, коли обидва інтервали мають однакову довжину, екстремальні поліноми виражаються через еліптичні функції. У випадку k інтервалів розв'язання зводиться до побудови функції Гріна для площини з $2k - 1$ дійсними розрізами вздовж k даних інтервалів і $(k - 1)$ -го додаткового розрізу в лакунах між даними. Визначення цих додаткових розрізів було найскладнішою частиною розв'язання. Цей цикл праць приніс Н.І. Ахієзеру заслужену славу. У 1934 р. його обрали членом-кореспондентом Всеукраїнської академії наук (нині — НАН України).

Надалі Наум Ілліч неодноразово повертався до цього кола питань. Наприкінці 50-х років спільно з Б.Я. Левіним він увів клас конформних відображень верхньої півплощини на область типу «гребінки» [6]. Основа гребінки — вся дійсна вісь або напівобмежений чи обмежений інтервал — є образом множини E , на якій потрібно розглядати екстремальну задачу, а зубці, що стирчать угору, — образами додаткових інтервалів («лакун»). Виявилося, що розв'язки багатьох екстремальних задач для поліномів і цілих функцій досить просто виражаються через такі конформні відображення. Згодом, у середині 70-х років, гребінка знайшла застосування в обернених задачах спектрального аналізу для опису спектра оператора Гілла (В.О. Марченко, Й.В. Островський) [7, 8]. Тут роль множини E виконує спектр оператора, а зубці гребінки є образами лакун у спектрі.

У 60-х роках Наум Ілліч знову повернувся до цього кола питань, але на цей раз у зв'язку зі спектральною теорією одновимірних дифе-



Д.О. Граве зі своїми учнями (зліва направо): М.Г. Крейном, Н.І. Ахієзером і М.Г. Чеботарьовим

ренціальних і різницевих операторів другого порядку для важливих класів спектральних мір, що мають лакуни [9—13]. Сьогодні такі оператори називають скінченнозонними. Наум Ілліч показав шлях до ефективного розв'язання обернених спектральних задач для таких операторів через зведення їх до якобієвої проблеми обернення гіпереліптичних інтегралів. Він знайшов явні вирази для відповідних потенціалів.

Ці дослідження продовжили учні Наума Ілліча — Ю.Я. Томчук і О.М. Рибалко. Згодом Н.І. Ахієзер узагальнив роботи цього циклу в [14, 15]. У додатку до останнього прижиттєвого видання 2-го тому «Теорії лінійних операторів у гільбертовому просторі» наведено розгорнутий виклад вищезгаданого методу зведення обернених задач спектрального аналізу скінченнозонних операторів Штурма—Ліувілля до проблеми обернення гіпереліптичних інтегралів² [16]. Пізніше цей метод отримав чудові застосування до побудови явних розв'язків низки нелінійних рівнянь математичної фізики. Клас функцій, що узагальнює функції, використані Н.І. Ахієзером, із середини 70-х років здобув назву функцій Бейкера—Ахієзера. Матфізики та алгебричні геометри вже не одне десятиліття досліджують і широко використовують цей клас функцій.

² Курйозним чином в англійському перекладі цієї книги, що вийшов пізніше, ніж видання російською мовою, ця важлива робота відсутня.



Наум Ілліч Ахієзер із синами: старшим Олександром (зверху) і молодшим Дмитром

У 1933 р. Наум Ілліч на запрошення С.Н. Бернштейна переїздить до Харкова. Він очолює кафедру теорії функцій Харківського університету і паралельно читає курси аеродинаміки та гідродинаміки в Харківському авіаційному інституті. Однак невдовзі після приїзду Наума Ілліча до Харкова С.Н. Бернштейн переїжджає в Ленінград, і в 1935 р. Н.І. Ахієзер стає директором створеного С.Н. Бернштейном Інституту математики і механіки. Установа розміщувалася на вулиці Чайковського (нині — вул. Михайла Семенка) на території Українського фізико-технічного інституту (УФТІ). Завдяки енергії й організаторському таланту Наума Ілліча інститут став одним із провідних наукових центрів Радянського Союзу [17]. Слід зазначити, що Наум Ілліч залучив до роботи в Інституті математики і механіки М.Г. Крейна і М.Г. Чеботарьова.

Саме в цей час розпочинається тісна співпраця Наума Ілліча з М.Г. Крейном. У 1934—

1940 рр. вони опублікували великий цикл спільних статей, присвячених теорії апроксимації та проблемі моментів Маркова. Частину цих досліджень було узагальнено в їхній монографії [18].

Серед учнів Наума Ілліча цього періоду варто згадати С.І. Зуховицького і Б.М. Левітана.

У 1947 р. після вимушеної перерви, спричиненої подіями Другої світової війни, Наум Ілліч повертається до Харкова. Він знову очолює кафедру в університеті, спершу кафедру теорії функцій, а згодом математичної фізики, паралельно завідує (до 1955 р.) новоствореною кафедрою математичної фізики в Харківському політехнічному інституті, а також стає директором Харківського інституту математики і залишається на цій посаді аж до закриття установи в 1950 р.

У повоєнні роки Науму Іллічу вдається зібрати в Харкові цілу плеяду видатних математиків (І.М. Глазман, Б.Я. Левін, В.О. Марченко, О.Я. Повзнер, О.В. Погорелов та ін.), які разом зі своїми учнями на десятиліття визначили основні напрями математичного життя Харкова.

У 1958 р. Н.І. Ахієзера запросили виступити на Міжнародному математичному конгресі в Единбурзі з пленарною годинною доповіддю «Класична проблема моментів та її неперервні аналоги». На жаль, цього не сталося.

На початку 60-х років Наум Ілліч бере активну участь в організації математичних відділів Фізико-технічного інституту низьких температур АН УРСР. У 1961—1963 рр. за сумісництвом він очолював відділ теорії функцій цього інституту, а в 1963—1970 рр. працював у відділі математичної фізики та у відділі функціонального аналізу й обчислювальної математики.

Наум Ілліч був чудовим педагогом. Курси, які він читав, часто ставали підґрунтям для написання ним відповідних книжок. Багато з них, зокрема «Лекції з теорії апроксимації» (перше видання цієї книги удостоєно премії ім. П.Л. Чебишова АН СРСР), «Класична проблема моментів», «Теорія операторів у гільбертовому просторі» (написана спільно з І.М. Глазманом), «Еліптичні функції», і дотепер не втратили своєї актуальності та є настільни-

ми книгами багатьох поколінь аналітиків. Зазвичай основна частина кожної з цих книжок являє собою майстерно й чітко написаний підручник, доступний для розуміння студентам старших курсів, і водночас усі вони містять низку додатків, у яких зібрано глибокі й витончені результати більш спеціального характеру, які часто належали самому авторові.

Н.І. Ахієзер був глибоким знавцем праць класиків математики і багато зробив для поширення їхніх ідей. Він редагував і коментував збірники праць П.Л. Чебишова, А.А. Маркова, О.М. Ляпунова, М.Я. Соніна, С.Н. Бернштейна. Його перу належать і кілька надзвичайно захопливих праць з історії математики. Серед цих публікацій — роботи [19–25].

Наум Ілліч Ахієзер помер 3 червня 1980 р. в Харкові. До кінця свого життя він продовжував викладати на механіко-математичному факультеті Харківського університету. Останньою лекцією Наума Ілліча, очевидно, була його доповідь, присвячена 175-річчю Харківського університету, виголошена на засіданні Харківського математичного товариства за кілька місяців до смерті [26]. У цій доповіді він зазначав: «Безперечно, було щось особливе в традиціях університету і специфіці суспільства, якщо віддалений від столиці й дещо провінційний Хар-

ків незмінно приваблював талановитих людей різних спеціальностей, які назавжди зберегли про нього добру пам'ять і, подібно до Ляпунова та Бернштейна, вважали харківський період найщасливішим у своєму житті».

До сторіччя Наума Ілліча зусиллями його синів О.Н. Ахієзера і Д.Н. Ахієзера та Харківського математичного товариства було підготовлено й видано двотомник його вибраних праць [3].

У 2005 р. за ініціативою професора Михайла Бріна (Університет Меріленду, США) в Харкові було створено фонд імені Н.І. Ахієзера для підтримки молодих математиків, які навчаються або працюють у Харкові. За традицією присудження стипендій фонду відбувається на засіданні Харківського математичного товариства, приуроченому до дня народження Наума Ілліча Ахієзера.

Мою статтю, присвячену пам'яті Н.І. Ахієзера, вперше було надруковано у 2019 р. в «Журнали математичної фізики, аналізу, геометрії» [27]. Готуючи цей нарис, я спирався на ювілейні матеріали, присвячені 50-річчю [28] і 60-річчю Н.І. Ахієзера [29], а також на статтю Ю.І. Любича [30] та його передмову до видання [3]. Під час підготовки цього перекладу я вніс кілька доповнень і розширив список використаної літератури.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Ахієзер Н. Аеродинамічні дослід. *Труди Фізично-Математичного Відділу Української Академії Наук*. 1928. Т. 7, вип. 2. С. 193–248.
2. Akhiezer N.I. *Elements of the theory of elliptic functions*. Translations of Mathematical Monographs. Vol. 79. American Mathematical Society, Providence, RI, 1990. <https://doi.org/10.1090/mmono/079>
3. Ахизер Н.И. *Избранные труды по теории функций и математической физике*: в 2 томах. Харьков: Акта, 2001.
4. Achyesser N. Ueber einige Funktionen die in gegebenen Intervallen am wenigsten von Null abweichen. *Известия Казанского физико-математического общества*. 1928. Т. 3, № 3. С. 1–69. Переклад російською [3, т. 1, с. 1].
5. Achyesser N. Ueber einige Funktionen welche in gegebenen Intervallen am wenigsten von Null abweichen. I–III. *Известия АН СССР*. 1932. № 9. С. 1163–1202; 1933. № 3. С. 309–344; 1933. № 4. С. 499–536. Переклад російською [3, т. 1, с. 10].
6. Ахизер Н.И., Левин Б.Я. Обобщение неравенства Бернштейна для производных от целых функций. В кн.: *Исследования по современным проблемам теории функций комплексного переменного*. Москва, 1960. С. 111–165. Див. також [3, т. 2, с. 9].
7. Марченко В.А., Островский И.В. Характеристика спектра оператора Хилла. *Математический сборник*. 1975. Т. 97. С. 540–606.
8. Марченко В.А. *Операторы Штурма—Лиувилля и их приложения*. Киев: Наукова думка, 1977.
9. Ахизер Н.И. Об ортогональных многочленах на нескольких интервалах. *Доклады АН СССР*. 1960. Т. 134, № 1. С. 9–12. Див. також [3, т. 2, с. 11].

10. Ахиезер Н.И., Томчук Ю.Я. К теории ортогональных многочленов на нескольких интервалах. *Доклады АН СССР*. 1961. Т. 138, № 4. С. 743—746. Див. також [3, т. 2, с. 12].
11. Ахиезер Н.И. Континуальные аналоги ортогональных многочленов на системе интервалов. *Доклады АН СССР*. 1961. Т. 141, № 2. С. 263—266. Див. також [3, т. 2, с. 13].
12. Ахиезер Н.И. Об одном уравнении Штурма—Лиувилля на полуоси, *Записки Харьковского математического общества*. 1963. Т. 29. С. 44—52. Див. також [3, т. 2, с. 26].
13. Ахиезер Н.И. Об уравнении Лямэ. *Записки Харьковского математического общества*. 1964. Т. 30. С. 5—17. Див. також [3, т. 2, с. 27].
14. Ахиезер Н.И. Ортогональные многочлены на системе интервалов и их континуальные аналоги. В кн.: *Труды IV Всесоюзного математического съезда*. 1964. С. 623—628. Див. також [3, т. 2, с. 16].
15. Ахиезер Н.И. Об одном неопределённом уравнении чебышевского типа в задачах построения ортогональных систем. *Математическая физика и функциональный анализ. Труды ФТИНГ АН УССР*. 1971. Т. 2. С. 3—14. Див. також [3, т. 2, с. 18].
16. Ахиезер Н.И. Некоторые обратные задачи спектрального анализа, связанные с гиперэллиптическими интегралами. Дополнение к 3-му изд. книги: Ахиезер Н.И., Глазман И.М. *Теория линейных операторов в гильбертовых пространствах*. Т. 2. Харьков: Высшая школа, 1978. С. 242—283. Див. також [3, т. 2, с. 31].
17. Чеботарев Н.Г. Основные направления в работе Института математики и механики Харьковского государственного университета. *Успехи математических наук*. 1937. Вып. 3. С. 252—253.
18. Ахиезер Н.И., Крейн М.Г. О некоторых вопросах теории моментов. Харьков: ГОНТИ Украины, 1938. С. 4—120.
19. Ахиезер Н.И. Общая теория многочленов Чебышёва. В кн.: *Научное наследие П.Л. Чебышёва*. Москва—Ленинград: Изд-во АН СССР, 1945. С. 5—42.
20. Ахиезер Н.И. Работы Н.Я. Сониной по приближённому вычислению определённых интегралов. В кн.: Сонин Н.Я. *Исследования о цилиндрических функциях и специальных полиномах*. Москва—Ленинград: ГИТТЛ, 1954. С. 219—243.
21. Ахиезер Н.И. Академик С.Н. Бернштейн и его работы по конструктивной теории функций. Харьков: Изд-во ХГУ, 1955.
22. Ахиезер Н.И. К теории нормальных рядов С.Н. Бернштейна. В кн.: Бернштейн С.Н. *Аналитическая природа решений дифференциальных уравнений эллиптического типа*. Харьков: Изд-во ХГУ, 1956. С. 83—94.
23. Ахиезер Н.И., Петровский И.Г., Вклад С.Н. Бернштейна в теорию дифференциальных уравнений с частными производными. *Успехи математических наук*. 1961. Т. 16, № 2. С. 5—20.
24. Ахиезер Н.И. К спектральной теории уравнения Ламе. *Историко-математические исследования*. 1978. Т. 23. С. 77—86. Див. також [3, т. 2, с. 28].
25. Ахиезер Н.И. Чебышёвское направление в теории функций. В кн.: *Математика XIX века*. Москва: Наука, 1987. С. 9—79.
26. Доклад Наума Ильича Ахиезера к 175-летию Харьковского университета. *Журнал математической физики, анализа, геометрии*. 2019. Т. 15, № 1. С. 145—149.
27. Сodin М. Наум Ильич Ахиезер. *Журнал математической физики, анализа, геометрии*. 2019. Т. 15, № 3. С. 425—429.
28. Балтага В., Дринфельд Г.И., Левин Б.Я. Наум Ильич Ахиезер (к 50-летию со дня рождения). *Успехи математических наук*. 1951. Т. 6, № 2. С. 191—194.
29. Крейн М.Г., Левин Б.Я. Наум Ильич Ахиезер (к 60-летию со дня рождения). *Успехи математических наук*. 1961. Т. 16, № 4. С. 223—234.
30. Любич Ю.И. Наум Ильич Ахиезер. *Теория функций, функциональный анализ и их приложения*. 1991. Т. 56. С. 3—14.

Mikhail L. Sodin

Tel Aviv University, Tel Aviv, Israel

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2281-0875>

NAUM ILLICH AKHIEZER

To the 125th anniversary

This year, the world mathematical community celebrates the 125th anniversary of the birth of the prominent mathematician, one of the founders of the famous Kharkiv mathematical school, Doctor of Physical and Mathematical Sciences (1936), Professor (1941), Corresponding Member of the NAS of Ukraine (1934) Naum I. Akhiezer.

Cite this article: Sodin M.L. Naum Illich Akhiezer. To the 125th anniversary. *Visn. Nac. Akad. Nauk Ukr.* 2026. (8): 75—80. <https://doi.org/10.15407/visn2026.08.075>