

<https://doi.org/10.15407/knit2021.01.085>
УДК 533.9

Д. О. РЕДЧИЦЬ¹, зав. відділу, д-р фіз.-мат. наук, старш. наук. співроб.,
лауреат премії ім. М. К. Янгеля НАН України (2019 р.)

E-mail: redchits_da@ua.fm

С. В. МОІСЕЄНКО², доцент, канд. техн. наук, доцент

¹ Інститут транспортних систем і технологій Національної академії наук України
вул. Писаржевського 5, Дніпро, Україна, 49005

² Херсонський національний технічний університет
вул. Бериславське шосе 24, Херсон, Україна, 73008

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПОТОКІВ ХОЛОДНОЇ ПЛАЗМИ ПРИ РОБОТІ ПЛАЗМОВОГО АКТУАТОРА

В роботі розглядається чисельне моделювання нестационарних потоків холодної плазми. Низькотемпературна нерівноважна ідеальна плазма формується при взаємодії плазмового актуатора з повітряним середовищем. Для опису поведінки низькотемпературної плазми розроблено математичну модель, яка базується на нестационарних рівняннях, що описують динаміку заряджених частинок, і рівняннях електродинаміки плазми. В роботі розглядається 14 видів частинок: метастабільні і збуджені атоми азоту і кисню, позитивні і негативні іони, електрони і атомарний кисень. Розглянуто об'ємні та поверхневі хімічні реакції, котрі описують процеси у бар'єрному розряді, що протікають над поверхнею діелектрика. Для нестационарних рівнянь динаміки плазми розроблено неявний чисельний алгоритм з підітераціями за псевдочасом, який базується на скінченно-об'ємному підході. Рівняння для електростатичного потенціалу з джерельними членами розв'язувались за допомогою методу мінімізації узагальненої нев'язки з неповним LU-передзумовлюванням. В нестационарних рівняннях для щільності частинок плазми апроксимація дрейфових похідних здійснювалася за допомогою схеми TVD з функцією-обмежувачем MinMod. Похідні в рівнянні для електричного потенціалу розраховувались за допомогою скінченно-об'ємних співвідношень з урахуванням протипотокової апроксимації значень концентрації заряджених частинок плазми. Отримано чисельні результати зародження, розвитку та руйнування стримера при діелектричному бар'єрному розряді. Проаналізовано нестационарні характеристики плазми в області над діелектричною поверхнею, включаючи розподіл щільності частинок, електричного потенціалу та складових сили Лоренца. Результати чисельного моделювання нестационарних потоків низькотемпературної плазми добре узгоджуються з наявними експериментальними даними.

Ключові слова: холодна плазма, математичне моделювання, чисельні методи, плазмовий актуатор.

ВСТУП

На сьогоднішній день холодна плазма набула широкого поширення в аерокосмічній техніці, плазмових дисплеях, системах очищення повітря, косметології, медицині тощо. Одним із застосувань холодної плазми є керування структурою течії. Застосування плазмових актуаторів

(ПА) на основі діелектричного бар'єрного розряду (ДБР) належить до сучасних і перспективних засобів зміни структури течії [3].

Удосконалення сучасних конструкцій плазмових актуаторів та їхньої роботи на основі діелектричного бар'єрного розряду вимагає повного аналізу всієї сукупності фізико-хімічних проце-

Цитування: Редчиць Д. О., Моїсеєнко С. В. Чисельне моделювання нестационарних потоків холодної плазми при роботі плазмового актуатора. *Космічна наука і технологія*. 2021. 27, № 1 (128). С. 85—96. <https://doi.org/10.15407/knit2021.01.085>

сів, включаючи як макроскопічні характеристики ДБР, так і структуру окремого мікророзряду, а також склад продуктів плазмохімічних реакцій [6].

Відомі математичні моделі динаміки частково іонізованого потоку спираються на емпіричні константи і придатні тільки для окремих класів течій. Розробка моделі для опису процесів, досліджуваних у широкому діапазоні визначальних параметрів, є актуальною і поки що не розв'язаною задачею у даній області знань.

Як показує практика, для створення математичної моделі недостатньо просто виписати диференціальні рівняння, що описують конкретні фізичні процеси. Єдина система, яка описує різноманітні фізико-хімічні процеси стикається з проблемою неузгодженості за характерними часами і швидкостями, різноманітністю протікання фізичних процесів, таких як дифузія, адвекція, іонізація, рекомбінація, та їхнім математичним описом.

Однією з головних проблем є відмінність масштабів за часом протікання нелінійних фізичних процесів. Так, занадто дрібний крок інтегрування знижує загальну працездатність на 2-3 порядки. Процеси, що призводять до дрібних кроків за часом (наприклад, зародження стримера) найчастіше бувають локальними, тобто відбуваються не протягом всього циклу, а у порівняно невеликий його період. Використання традиційних чисельних методів пов'язано з надзвичайно великими і часто нераціональними витратами процесорного часу, що, в свою чергу, веде до неможливості проведення обчислювального експерименту.

У зв'язку з цим є сенс розширити поняття концепції математичної моделі до чисельно-аналітичної. Аналітична частина є системою вихідних рівнянь, граничних умов, оцінок адекватності описуваних фізичних процесів. Чисельна сторона математичної моделі пов'язана, у першу чергу, із забезпеченням працездатності спеціалізованого пакета програм. Мова йде не стільки про добре відомі числові алгоритми розв'язку окремих рівнянь або систем рівнянь, скільки про ті додаткові заходи, що забезпечують взаємну працездатність різних аспектів загальної математичної моделі. Такі додаткові заходи чи-

сельного та алгоритмічного характеру необхідно розглядати як невід'ємну частину загальної чисельно-аналітичної моделі.

1. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ, ДИНАМІКИ ТА ХІМІЧНОЇ КІНЕТИКИ ПЛАЗМИ

Для опису просторово-часової структури діелектричного бар'єрного розряду в повітрі за базовий обрано дифузійно-дрейфовий підхід [2, 7, 9].

1.1. Кінетична схема плазми діелектричного бар'єрного розряду. Як робочий газ виступає повітря з фіксованою часткою азоту $N_2/N_{air} = 0.78$ та кисню $O_2/N_{air} = 0.22$ при нормальному тиску $p = 101325 \text{ Н/м}^2$ (1 атм) на рівні моря. Температура повітря приймається сталою і рівною $T = 300 \text{ К}$. Загальна кількість молекул азоту й кисню в одиниці об'єму становить $N_{air} = 2.447 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$.

В роботі розглядаються електронно-збуджені та метастабільні (*) стани молекул азоту $N_2^*(A^3\Sigma_u^+)$, $N_2^*(B^3\Pi_g)$, $N_2^*(a^1\Sigma)$, $N_2^*(C^3\Pi_u)$ і кисню $O_2^*(a^1\Delta_g)$, $O_2^*(b^1\Sigma_g^+)$, атоми кисню O , електрони e , а також позитивні N_2^+ , N_4^+ , O_2^+ , O_4^+ і негативні іони O^- , O_2^- , у цілому 14 частинок і 97 плазмохімічних реакцій, включаючи поверхневі процеси.

Хімічні реакції включають процеси дисоціації, іонізації молекул електронним ударом з основного стану, ступінчасту, асоціативну і фотоіонізацію, збудження молекул, іонізацію збуджених (метастабільних) молекул, прилипання і відлипання електронів, рекомбінацію електронів і позитивних іонів, хімічні перетворення нейтральних атомів, молекул та іонів, а також процеси вторинної емісії електронів з відкритого електрода і діелектричної поверхні.

Температура, рухливість і дифузія електронів, а також коефіцієнти деяких хімічних реакцій (іонізації, збудження, прилипання) залежать від напруженості електричного поля і розраховуються за допомогою солвера BOLSIG+ [8], призначеного для розв'язування рівняння Больцмана з використанням функції розподілу електронів за швидкостями та енергіями.

1.2. Рівняння електродинаміки плазми. У загальному випадку плазма може бути описана чотирма рівняннями Максвелла у вигляді

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho_c, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\partial \mathbf{B} / \partial t, \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \partial \mathbf{D} / \partial t, \end{aligned} \quad (1)$$

де \mathbf{H} — напруженість магнітного поля, \mathbf{B} — магнітна індукція, \mathbf{E} — напруженість електричного поля, \mathbf{D} — електрична індукція, \mathbf{j} — щільність електричного струму, $\rho_c = e(n_+ - n_-)$ — щільність сумарного об'ємного заряду, e — елементарний заряд, n_+ , n_- — об'ємна щільність позитивних і негативних часток. Рівняння (1) — це математичний запис закону Гаусса, закону Гаусса для магнітного поля, закону Фарадея та закону Ампера — Максвелла відповідно.

Закони Фарадея і Гаусса для магнітної індукції виконуються тотожно, якщо електричні й магнітні поля виразити через скалярний (φ) і векторний (\mathbf{A}) потенціали

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi - \partial \mathbf{A} / \partial t, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (2)$$

Вектор електричної індукції \mathbf{D} пов'язаний з вектором напруженості електричного поля \mathbf{E} через абсолютну діелектричну проникність $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ і дорівнює $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$, де ε_r — відносна діелектрична проникність середовища, ε_0 — електрична стала.

Оскільки швидкості руху заряджених часток у плазмі набагато менші, ніж релятивістські швидкості, а зовнішніх джерел магнітного поля немає, то напруженість магнітного поля \mathbf{H} і магнітна індукція \mathbf{B} покладаються рівними нулю. Тоді $\mathbf{E} = -\nabla \varphi$, і закон Гаусса з урахуванням поверхневого заряду σ набуде вигляду

$$\nabla(\varepsilon_r \nabla \varphi) = -\rho_c / \varepsilon_0 - \sigma \delta(h) / \varepsilon_0, \quad (3)$$

де δ — дельта-функція Дірака, h — відстань по нормалі до поверхні діелектрика, σ — сумарна поверхнева щільність електричного заряду. Рівняння (3) є рівнянням Пуассона для електричного поля. Щільність сумарного заряду у будь-якій точці плазми визначається як різниця між щільністю позитивного та негативного заряду. Отже, можна записати

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\varepsilon_r \nabla \varphi) &= -e(n_{N_4^+} + n_{N_2^+} + n_{O_4^+} + n_{O_2^+} - \\ &- n_{O_2^-} - n_{O^-} - n_e) / \varepsilon_0 - (\sigma_+ - \sigma_-) \delta / \varepsilon_0, \end{aligned} \quad (4)$$

де σ_+ , σ_- — поверхнева щільність позитивного та негативного зарядів, $n_{N_4^+}$, $n_{N_2^+}$, $n_{O_4^+}$, $n_{O_2^+}$, $n_{O_2^-}$,

n_{O^-} , n_e — об'ємна щільність електронів, а також позитивних і негативних іонів азоту та кисню.

1.3. Рівняння динаміки часток плазми в дифузійно-дрейфовому наближенні. Виходячи з кінетичної схеми діелектричного бар'єрного розряду, можна скласти рівняння динаміки для кожного сорту часток. Систему рівнянь динаміки часток плазми в дифузійно-дрейфовому формулюванні [9] з урахуванням того, що $\mathbf{E} = -\nabla \varphi$, можна записати у декартовій формі:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \mathbf{n} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \mathbf{n} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \right] - \\ - \left[\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{D} \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{D} \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial y} \right] = \mathbf{S}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n} = [n_{N_4^+}, n_{N_2^+}, n_{N_2(A^3\Sigma_u^+)}, n_{N_2(B^3\Pi_g)}, \\ n_{N_2(A^1\Sigma_u^-)}, n_{N_2(C^3\Pi_u)}, n_{O_4^+}, n_{O_2^+}, n_{O_2^-}, n_{O^-}, \\ n_O, n_{O_2(A^1\Delta_g)}, n_{O_2(b^1\Sigma_g^+)}, n_e]^T, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mu = [\mu_{N_4^+}, \mu_{N_2^+}, 0, 0, 0, 0, \mu_{O_4^+}, \mu_{O_2^+}, \\ -\mu_{O_2^-}, -\mu_{O^-}, 0, 0, 0, -\mu_e]^T, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mu \mathbf{n} = [\mu_1 n_1, \mu_2 n_2, \dots, \mu_\ell n_\ell]^T, \\ \mathbf{D} = [D_{N_4^+}, D_{N_2^+}, 0, 0, 0, 0, D_{O_4^+}, D_{O_2^+}, \\ D_{O_2^-}, D_{O^-}, 0, 0, 0, D_e]^T, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S} = [S_{N_4^+}, S_{N_2^+}, S_{N_2(A^3\Sigma_u^+)}, S_{N_2(B^3\Pi_g)}, \\ S_{N_2(A^1\Sigma_u^-)}, S_{N_2(C^3\Pi_u)}, S_{O_4^+}, S_{O_2^+}, S_{O_2^-}, S_{O^-}, \\ S_O, S_{O_2(A^1\Delta_g)}, S_{O_2(b^1\Sigma_g^+)}, S_e]^T. \end{aligned} \quad (9)$$

Тут \mathbf{n} — вектор шуканих змінних для об'ємної щільності частинок, μ і \mathbf{D} — векторні коефіцієнти рухливості та дифузії частинок, \mathbf{S} — вектор джерельних членів.

Компоненти вектора джерельних членів \mathbf{S} у виразі формуються виходячи з кінетичної схеми діелектричного бар'єрного розряду і відповідають за джерела та стоки певного сорту частинок. Принцип формування джерельних членів, опис об'ємних, поверхневих хімічних реакцій та їхніх коефіцієнтів, а також значення коефіцієнтів пе-

реносу (рухливості та дифузії) позитивних і негативних іонів наведено в роботі [2, 9].

1.4. Рівняння балансу поверхневої щільності позитивного й негативного зарядів. Процеси на поверхні діелектрика відіграють істотну роль у роботі плазмового актуатора.

Рівняння балансу поверхневої щільності позитивного та негативного заряду визначається з виразів

$$\begin{aligned} \partial\sigma_+ / \partial t &= -e(1 + \gamma_{diel})\Gamma_{i+} - \alpha_{rw}\sigma_+\sigma_- / e, \\ \partial\sigma_- / \partial t &= -e\Gamma_{i-} - e\Gamma_e - \alpha_{rw}\sigma_+\sigma_- / e, \end{aligned}$$

де Γ_{i+} , Γ_{i-} , Γ_e — потік позитивних, негативних іонів та електронів по нормалі до поверхні, що визначається за типом граничних умов (табл. 1), σ_+ , σ_- — поверхнева щільність позитивного й негативного зарядів, α_{rw} — коефіцієнт поверхневої рекомбінації, $\gamma_{diel} = 0.005$ — коефіцієнт іонно-електронної емісії з діелектрика. Коефіцієнт поверхневої рекомбінації α_{rw} визначається поверхневою дифузиею електронів

$$\alpha_{rw} = d_r \sqrt{\pi k_b T_w / m_e}, \quad (10)$$

де $d_r = 10^{-9}$ м — радіус рекомбінації (величина, що характеризує двовимірні зіткнення, аналогічна ефективному перерізу зіткнень для тривимірного випадку), T_w — температура діелектричної поверхні, m_e , T_e — маса й температура електронів, k_b — константа Больцмана.

1.5. Початкові і граничні умови для вихідної системи рівнянь. Рівняння Пуассона для електричного потенціалу. Як початкові умови для рівняння Пуассона задавався нульовий розподіл елект-

ричного потенціалу в області. Змінну напругу, прикладену до відкритого електрода, задаємо у вигляді

$$\varphi_{el}(t) = \varphi^{\max} \sin(2\pi\omega t), \quad (11)$$

де ω — частота, φ^{\max} — амплітуда коливань. До ізолюваного електрода прикладається нульовий потенціал. На зовнішніх границях ставиться умова Неймана $\partial\varphi / \partial\ell_n = 0$.

Рівняння динаміки часток плазми. Як початкові умови для рівняння динаміки заряджених часток плазми задавалася фонові концентрація іонів і електронів у повітрі ($n_+ = 10^9$ м⁻³, $n_- = 10^9$ м⁻³, $n_e = 10^{10}$ м⁻³). Граничні умови для рівнянь динаміки заряджених часток на твердій поверхні наведені в табл. 1, де $V_{i,e}^{th}$ — теплова швидкість руху часток, γ_{Cu} — коефіцієнт іонно-електронної емісії з мідного анода, що залежить від напруженості електричного поля. На зовнішніх границях ставиться умова Неймана $\partial n / \partial\ell_n = 0$.

Теплова швидкість руху часток визначалась за формулою

$$V_{i,e}^{th} = \sqrt{8k_b T_{i,e} / \pi m_{i,e}}, \quad (12)$$

де $m_{i,e}$, $T_{i,e}$ — маса та температура іонів і електронів.

2. ЧИСЕЛЬНИЙ МЕТОД

2.1. Система рівнянь динаміки частинок плазми й електродинаміки в криволінійній системі координат. *Нестационарне формулювання.* Для моделювання діелектричного бар'єрного розряду необхідно спільно розв'язувати систему рівнянь динаміки частинок плазми з рівнянням Пуассона для електричного поля. При розв'язуванні нестационарної задачі динаміки плазми розглядаються різномірні рівняння. Для їхнього узгодження введемо псевдочас τ для кожного рівняння:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \tau_n} + \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \mathbf{n} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \mathbf{n} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \right] - \\ - \left[\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{D} \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{D} \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial y} \right] = \mathbf{S}, \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial \tau_\varphi} + \frac{\partial}{\partial x} \varepsilon_r \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \varepsilon_r \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \\ = -\frac{e}{\varepsilon_0} (n_+ - n_-) - \frac{\delta}{\varepsilon_0} (\sigma_+ - \sigma_-), \quad (14) \end{aligned}$$

Таблиця 1. Граничні умови для рівнянь динаміки заряджених частинок

Напруженість електричного поля	Потік заряджених частинок
$E_{\ell_n} > 0$	$\Gamma_{i+} = -(1/4)n_{i+}V_{i+}^{th},$ $\Gamma_{i-} = -\mu_{i-}E_n n_{i-} - (1/4)n_{i-}V_{i-}^{th},$ $\Gamma_e = -\mu_e E_n n_e - (1/4)n_e V_e^{th}$
$E_{\ell_n} \leq 0$	$\Gamma_{i+} = \mu_{i+}E_n n_{i+} - (1/4)n_{i+}V_{i+}^{th},$ $\Gamma_{i-} = -(1/4)n_{i-}V_{i-}^{th},$ $\Gamma_e = -\gamma_{Cu, diel} \Gamma_{i+}$

де τ_n і τ_ϕ — псевдочас для рівнянь динаміки частинок плазми та рівняння електричного потенціалу,

$n_+ = n_{N_4^+} + n_{N_2^+} + n_{O_4^+} + n_{O_2^+}$, $n_- = n_{O_2^-} + n_{O^-} + n_e$ — об'ємна щільність позитивних і негативних частинок. Надалі для зручності виведення необхідних рівнянь останній доданок у (14) будемо опускати.

Рівняння динаміки частинок плазми. Будемо розглядати рівняння для щільності частинок \mathbf{n} у дифузійно-дрейфовому наближенні в криволінійній системі координат у вигляді

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{n}}}{\partial \tau_n} + \frac{\partial \hat{\mathbf{n}}}{\partial t} - \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}_\xi}{\partial \xi} - \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}_\eta}{\partial \eta} - \frac{\partial \hat{\mathbf{D}}_\xi}{\partial \xi} - \frac{\partial \hat{\mathbf{D}}_\eta}{\partial \eta} = \hat{\mathbf{S}}, \quad (15)$$

де $\hat{\mathbf{n}} = \mathbf{n} / J$, $\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{S} / J$, J — якобіан перетворення координат, $\xi_x, \eta_x, \xi_y, \eta_y$ — метричні коефіцієнти,

$$\hat{\mathbf{H}}_\xi = \frac{\mu \mathbf{n}}{J} \left((\xi_x^2 + \xi_y^2) \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right),$$

$$\hat{\mathbf{H}}_\eta = \frac{\mu \mathbf{n}}{J} \left((\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right),$$

$$\hat{\mathbf{D}}_\xi = \frac{\mathbf{D}}{J} \left((\xi_x^2 + \xi_y^2) \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \xi} + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \eta} \right),$$

$$\hat{\mathbf{D}}_\eta = \frac{\mathbf{D}}{J} \left((\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \xi} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \eta} \right).$$

Доданки $\partial \hat{\mathbf{H}}_\xi / \partial \xi$, $\partial \hat{\mathbf{H}}_\eta / \partial \eta$ відповідають за адвекцію (дрейф) заряджених частинок. Формальна математична апроксимація цих виразів за допомогою симетричних скінченно-різнице-вих співвідношень (як для дифузійних доданків) призводить до втрати фізичного змісту даного оператора як адвекції заряджених частинок. Для збереження фізичного змісту адвекції вводиться несиметрична скінченно-об'ємна апроксимація для ϕ з урахуванням адвекції \mathbf{n} у вигляді

$$\begin{aligned} & \langle \mathbf{n} \rangle_{i+1/2} = \\ & = \begin{cases} \mathbf{n}_i + \Psi_{i+1/2} (\mathbf{n}_{i+1} - \mathbf{n}_i, \mathbf{n}_i - \mathbf{n}_{i-1}), & -(\mu \nabla \phi)_{i+1/2} \geq 0, \\ \mathbf{n}_{i+1} - \Psi_{i+1/2} (\mathbf{n}_{i+2} - \mathbf{n}_{i+1}, \mathbf{n}_{i+1} - \mathbf{n}_i), & -(\mu \nabla \phi)_{i+1/2} < 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

де $\Psi_{i+1/2}$ — обмежувач потоків MinMod другого порядку точності.

Рівняння для електричного потенціалу. Рівняння Пуассона для електричного потенціалу у криволінійній системі координат матиме вигляд

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \tau_\phi} + \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \eta} = -\frac{\hat{\rho}_c}{\varepsilon_0}, \quad (17)$$

де

$$\hat{\phi} = \phi / J, \quad \hat{\rho}_c = \rho_c / J,$$

$$\hat{\phi}_\xi = \frac{\varepsilon_r}{J} \left[(\xi_x^2 + \xi_y^2) \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right],$$

$$\hat{\phi}_\eta = \frac{\varepsilon_r}{J} \left[(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right].$$

Апроксимація інших похідних для ϕ здійснюється за скінченно-об'ємними співвідношеннями.

2.2. Неявний метод для рівнянь динаміки частинок плазми та електродинаміки. Рівняння динаміки частинок плазми. Розглянемо рівняння (15) на новому тимчасовому шарі

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \hat{\mathbf{n}}^{n+1,m+1}}{\partial \tau_n} + \frac{\partial \hat{\mathbf{n}}^{n+1,m+1}}{\partial t} - \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}_\xi^{n+1,m+1}}{\partial \xi} - \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}_\eta^{n+1,m+1}}{\partial \eta} - \\ & - \frac{\partial \hat{\mathbf{D}}_\xi^{n+1,m+1}}{\partial \xi} - \frac{\partial \hat{\mathbf{D}}_\eta^{n+1,m+1}}{\partial \eta} = \hat{\mathbf{S}}^{n+1,m+1}, \end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned} & \frac{(\hat{\mathbf{n}}^{n+1,m+1} - \hat{\mathbf{n}}^{n+1,m})}{\Delta \tau_n} = \hat{\mathbf{R}}^{n+1,m+1} + \hat{\mathbf{S}}^{n+1,m+1} - \\ & - \frac{1.5 \hat{\mathbf{n}}^{n+1,m+1} - 2 \hat{\mathbf{n}}^n + 0.5 \hat{\mathbf{n}}^{n-1}}{\Delta t}, \end{aligned} \quad (18)$$

де

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}^{n+1,m+1} & = \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}_\xi^{n+1,m+1}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}_\eta^{n+1,m+1}}{\partial \eta} + \\ & + \frac{\partial \hat{\mathbf{D}}_\xi^{n+1,m+1}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\mathbf{D}}_\eta^{n+1,m+1}}{\partial \eta}. \end{aligned} \quad (19)$$

Використаний алгоритм базується на тришаровій неявній схемі з підітераціями за псевдочасом τ_n , другого порядку точності за фізичним часом t .

Лінеаризуємо нев'язку $\hat{\mathbf{R}}^{n+1,m+1}$, джерельний член $\hat{\mathbf{S}}$ і запишемо рівняння у дельта-формі:

$$\begin{aligned} & [(1/(J \Delta \tau_n) + 1.5/(J \Delta t)) \mathbf{E}_{14 \times 14} - (\partial \hat{\mathbf{R}} / \partial \mathbf{n})^{n+1,m} - \\ & - (\partial \hat{\mathbf{S}} / \partial \mathbf{n})^{n+1,m}] \Delta \mathbf{n}^{n+1,m} = \hat{\mathbf{R}}^{n+1,m} + \hat{\mathbf{S}}^{n+1,m} - \\ & - (1.5 \hat{\mathbf{n}}^{n+1,m} - 2 \hat{\mathbf{n}}^n + 0.5 \hat{\mathbf{n}}^{n-1}) / \Delta t, \end{aligned} \quad (20)$$

де $\Delta \mathbf{n}^{n+1,m} = \mathbf{n}^{n+1,m+1} - \mathbf{n}^{n+1,m}$, $\mathbf{E}_{14 \times 14}$ — одинична матриця 14×14 . Лінеаризацію рівняння (18) виконано за псевдочасом.

Рівняння електричного потенціалу з урахуванням рівнянь для щільності заряджених частинок. При розв'язуванні рівняння Пуассона для електричного потенціалу спільно з рівняннями динаміки частинок плазми важливу роль відіграє крок інтегрування за часом. Явне узгодження цих рівнянь накладає обмеження на крок за часом типу $\Delta t \leq \Delta t_{Maxwell}$, де $\Delta t_{Maxwell} = \epsilon_0 / \sum e \mu_k n_k$ — максвеллівський час ($k = i_+, i_-, e$). Максвеллівський час (час релаксації об'ємного заряду) — це характерний час, необхідний зарядженим частинкам для установаження рівноважного стану під дією змінного електричного поля, яке вони ж і змінюють.

Взаємозв'язок рівняння Пуассона з рівняннями динаміки заряджених частинок полягає у розрахунку переносу частинок у сумарному електричному полі, що складається з електричного поля, породженого цими ж зарядженими частинками, і зовнішнього електричного поля.

Розглянемо рівняння (17) на новому часовому шарі $n+1$ для підітерації $m+1$:

$$\frac{\partial \hat{\varphi}^{n+1,m+1}}{\partial \tau_\varphi} + \frac{\partial \hat{\varphi}_\xi^{n+1,m+1}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\varphi}_\eta^{n+1,m+1}}{\partial \eta} = -\frac{e}{\epsilon_0} (\hat{n}_+^{n+1,m+1} - \hat{n}_-^{n+1,m+1}). \quad (21)$$

З розвинення в ряд Тейлора за псевдочасом τ для величин n_+ і n_- отримаємо

$$\hat{n}_\pm^{n+1,m+1} = \hat{n}_\pm^{n+1,m} + \Delta \tau_n (\partial \hat{n}_\pm / \partial \tau_n)^{n+1,m+1} + O(\Delta \tau_n^2), \quad (22)$$

Підставляючи (22) в (21), отримаємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\varphi}^{n+1,m+1}}{\partial \tau_\varphi} + \frac{\partial \hat{\varphi}_\xi^{n+1,m+1}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\varphi}_\eta^{n+1,m+1}}{\partial \eta} = & -\frac{e}{\epsilon_0} (\hat{n}_+^{n+1,m} - \hat{n}_-^{n+1,m}) - \frac{e}{\epsilon_0} \Delta \tau_n \left(\frac{\partial \hat{n}_+}{\partial \tau_n} \right)^{n+1,m+1} + \\ & + \frac{e}{\epsilon_0} \Delta \tau_n \left(\frac{\partial \hat{n}_-}{\partial \tau_n} \right)^{n+1,m+1} + O(\Delta \tau_n^2). \end{aligned} \quad (23)$$

З рівняння (15) маємо

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \hat{n}_\pm}{\partial \tau_n} \right)^{n+1,m+1} = & \left(-\frac{\partial \hat{n}_\pm}{\partial t} + \frac{\partial \hat{H}_{\xi,\pm}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{H}_{\eta,\pm}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{D}_{\xi,\pm}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{D}_{\eta,\pm}}{\partial \eta} + \hat{S}_\pm \right)^{n+1,m+1}, \end{aligned} \quad (24)$$

де

$$L_+ = L_{N_4^+} + L_{N_2^+} + L_{O_4^+} + L_{O_2^+},$$

$$L_- = L_{O_2^-} + L_{O^-} + L_e,$$

$$L = \hat{n}, \hat{H}_\xi, \hat{H}_\eta, \hat{D}_\xi, \hat{D}_\eta, \hat{S}.$$

Підставляючи (24) у (23), отримаємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\varphi}^{n+1,m+1}}{\partial \tau_\varphi} + \frac{\partial \hat{\varphi}_\xi^{n+1,m+1}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\varphi}_\eta^{n+1,m+1}}{\partial \eta} + & \frac{e \Delta \tau_n}{\epsilon_0} \left[\frac{\partial (\hat{H}_{\xi,+} - \hat{H}_{\xi,-})}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{H}_{\eta,+} - \hat{H}_{\eta,-})}{\partial \eta} \right]^{n+1,m+1} = \\ = -\frac{e}{\epsilon_0} (\hat{n}_+ - \hat{n}_-)^{n+1,m} - \frac{e \Delta \tau_n}{\epsilon_0} \left(-\frac{\partial \hat{n}_+}{\partial t} + \frac{\partial \hat{D}_{\xi,+}}{\partial \xi} + \right. & \\ \left. + \frac{\partial \hat{D}_{\eta,+}}{\partial \eta} + \hat{S}_+ + \frac{\partial \hat{n}_-}{\partial t} - \frac{\partial \hat{D}_{\xi,-}}{\partial \xi} - \frac{\partial \hat{D}_{\eta,-}}{\partial \eta} - \hat{S}_- \right)^{n+1,m+1}. \end{aligned}$$

Якщо в чисельному алгоритмі спочатку розв'язується рівняння відносно φ , а потім рівняння для щільності заряджених частинок n_+ і n_- , то в останньому співвідношенні всі коефіцієнти беруться з попередньої підітерації m . Чисельну апроксимацію похідних $\partial \hat{n}_+ / \partial t$ і $\partial \hat{n}_- / \partial t$ в (24) можна виконати з необхідним порядком точності за Δt . Використання розкладу в ряд Тейлора не накладає обмежень за типом схеми (явна чи неявна) для рівнянь виду (15).

У результаті маємо рівняння Пуассона для електричного потенціалу φ на часовому шарі $n+1$, $m+1$ з урахуванням об'ємної щільності заряджених частинок n_+ і n_- на цьому ж часовому шарі у вигляді

$$(\hat{\varphi}^{n+1,m+1} - \hat{\varphi}^{n+1,m}) / \Delta \tau_\varphi = -\hat{R}_\varphi^{n+1,m+1} + \hat{S}_\varphi^{n+1,m}, \quad (25)$$

$$\hat{R}_\varphi^{n+1,m+1} = \frac{\partial \hat{\varphi}_\xi^{n+1,m+1}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\varphi}_\eta^{n+1,m+1}}{\partial \eta} + \frac{e\Delta\tau_n}{\varepsilon_0} \left[\frac{\partial(\hat{H}_{\xi,+} - \hat{H}_{\xi,-})}{\partial \xi} + \frac{\partial(\hat{H}_{\eta,+} - \hat{H}_{\eta,-})}{\partial \eta} \right]^{n+1,m+1},$$

$$\hat{S}_\varphi^{n+1,m} = -\frac{e}{\varepsilon_0} (\hat{n}_+ - \hat{n}_-)^{n+1,m} - \frac{e\Delta\tau_n}{\varepsilon_0} \left(-\frac{\partial \hat{n}_+}{\partial t} + \frac{\partial \hat{D}_{\xi,+}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{D}_{\eta,+}}{\partial \eta} + \hat{S}_+ + \frac{\partial \hat{n}_-}{\partial t} - \frac{\partial \hat{D}_{\xi,-}}{\partial \xi} - \frac{\partial \hat{D}_{\eta,-}}{\partial \eta} - \hat{S}_- \right)^{n+1,m}.$$

Лінеаризуємо нев'язку $R^{\hat{n}+1,m+1}$ і запишемо рівняння (25) у дельта-формі, з огляду на

$$\Delta\varphi^{n+1,m} = \varphi^{n+1,m+1} - \varphi^{n+1,m}$$

$$[1 / (J\Delta\tau_\varphi) + (\partial \hat{R}_\varphi / \partial \varphi)^{n+1,m}] \Delta\varphi^{n+1,m}$$

$$= -\hat{R}_\varphi^{n+1,m} + \hat{S}_\varphi^{n+1,m}. \quad (26)$$

Лінеаризацію рівняння (25) виконано за псевдочасом. Нев'язку R даного рівняння можна записати у вигляді

$$\hat{R}_\varphi^{n+1,m} = \frac{\partial \hat{\varphi}_\xi^{n+1,m}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\varphi}_\eta^{n+1,m}}{\partial \eta} + \sum_k \frac{\partial \hat{\varphi}_\xi^{n+1,m}}{\partial \xi} + \sum_k \frac{\partial \hat{\varphi}_\eta^{n+1,m}}{\partial \eta}, \quad (27)$$

де

$$k = N_4^+, N_2^+, O_4^+, O_2^+, O_2^-, O^-, e,$$

$$\alpha = e\Delta\tau_n |\mu_k| \langle n_k \rangle / (\varepsilon_0 J),$$

$$\hat{\varphi}_\xi = \frac{\varepsilon_r}{J} \left[(\xi_x^2 + \xi_y^2) \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right],$$

$$\hat{\varphi}_\eta = \frac{\varepsilon_r}{J} \left[(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right],$$

$$\hat{\phi}_\xi = \alpha \left[(\xi_x^2 + \xi_y^2) \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right],$$

$$\hat{\phi}_\eta = \alpha \left[(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right].$$

Кутовими дужками позначено протипоточну апроксимацію n на грань контрольного об'єму (16) для збереження адвекції. Апроксимація других похідних для φ здійснюється за скінченно-об'ємними співвідношеннями з урахуванням несиметрично «відфільтрованого» значення n .

Термін «фільтрація» вводиться спеціально для акцентування нової чисельної апроксимації других похідних від φ з урахуванням адвекції n . Основною особливістю розробленої чисельно-аналітичної моделі є використання раціональної кількості рівнянь для опису всіх основних нестационарних параметрів діелектричного бар'єрного розряду у повітрі. Обрані 14 видів частинок забезпечують високу точність математичного моделювання основних плазмохімічних реакцій, включаючи як поверхневі процеси, так і швидкоплинні явища у просторі (розвиток стримера та електронних лавин).

3. РЕЗУЛЬТАТИ Й ОБГОВОРЕННЯ

З метою верифікації розробленої чисельно-аналітичної математичної моделі були проведені тестові розрахунки діелектричного бар'єрного розряду при роботі плазмового актуатора у нерухомому повітрі при атмосферному тиску.

Початкові дані відповідають експериментальним роботам [4, 6]. Діелектриком був керамічний матеріал Масог з відносною діелектричною проникністю $\varepsilon_r = 6$ і товщиною $d = 2.1$ мм. Відносна діелектрична проникність повітря $\varepsilon_r = 1.0006$. Електроди виготовлено із смужок міді. Довжина відкритого електрода становила 5 мм, а ізолюваного — 25 мм. До верхнього електрода прикладалася напруга амплітудою $\varphi^{\max} = 7$ кВ [4] і $\varphi^{\max} = 12$ кВ [6], частотою 5 кГц і 200 Гц відповідно. Розглядалась чверть періоду коливання прикладеної напруги для демонстрації можливостей розробленої нової математичної моделі.

В експерименті діелектрична поверхня складалася з дрібних сегментів, що дало можливість виміряти розподіл напруги по поверхні діелектрика.

Для адекватного опису зародження, розвитку й проходження стримера використовувався змінний крок інтегрування за часом ($\Delta t = 10^{-7} \dots 10^{-12}$ с). Початок координат збігався з правим краєм відкритого електрода. Багатоблокова сітка, що описує геометрію розрахункової області поблизу плазмового актуатора, складається з п'яти блоків: один для повітряної області (10^4 вузлів) і чотири для області діелектрика (по 10^4 вузлів). Мінімальний крок сітки поблизу правого краю відкритого електрода становить 10^{-5} м.

На рис. 1—3 показано зміну щільності \mathbf{n} різних хімічних елементів плазми діелектричного бар'єрного розряду у просторі і часі при $\varphi^{\max} = 7$ кВ [4] і частоті 5 кГц, а також щільність сумарного об'ємного заряду ρ і компоненти сили Лоренца f_x, f_y , віднесені до одиниці об'єму. Тут же наведено розподіли сумарного ($\varphi = \varphi_{el} + \varphi_{\rho, \sigma}$) і прикладеного (φ_{el}) електричного потенціалів, а також розподіл потенціалу $\varphi_{\rho, \sigma}$ від об'ємного й поверхневого зарядів, а також модуля напруженості електричного поля $|\mathbf{E}|$.

Механізм формування і розвитку окремого мікророзряду складається із трьох послідовних стадій (рис. 1—3).

На першій стадії зі збільшенням прикладеної напруги φ_{el} (рис. 1, *д*) відбувається збільшення напруженості електричного поля поблизу правого краю відкритого електрода (рис. 1, *ж*). Це призводить до часткової іонізації повітря в цій області (рис. 1, *а*) за рахунок формування електронних лавин. На цій стадії концентрація заряджених частинок настільки мала, що сумарний об'ємний заряд практично не впливає на зовнішнє електричне поле від електродів (рис. 1, *з—е*).

Чотирнадцять рисунків групи (*а*) показують розподіли щільності частинок плазми в порядку розташування складових вектора (*б*)

$$\mathbf{n} = [n_{N_4^+}, n_{N_2^+}, \dots, n_e]^T$$

для моменту часу $2.500677 \cdot 10^{-5}$ с. Кількісні значення розподілів параметрів наведено у табл. 2.

Електрони, прискорюючись в електричному полі, іонізують молекули азоту й кисню поблизу правого краю відкритого електрода, формуючи електронні лавини, а при попаданні на поверхню електрода поглинаються анодом. Коли напруженість електричного поля досягає величини порядку 10^7 В/м, у прианодному шарі відбувається значне зростання щільності сумарного заряду ρ , що утворюється позитивними іонами азоту й кисню (рис. 1, *б*). Перша стадія мікророзряду тривала $2.5007 \cdot 10^{-5}$ с.

На другій стадії процесу відбувається лавино-стрімерний перехід, при якому електричне поле просторового заряду головки лавини досягає зовнішнього поля. У цьому випадку потенціал від об'ємного заряду $\varphi_{\rho, \sigma}$ досягає величини прикла-

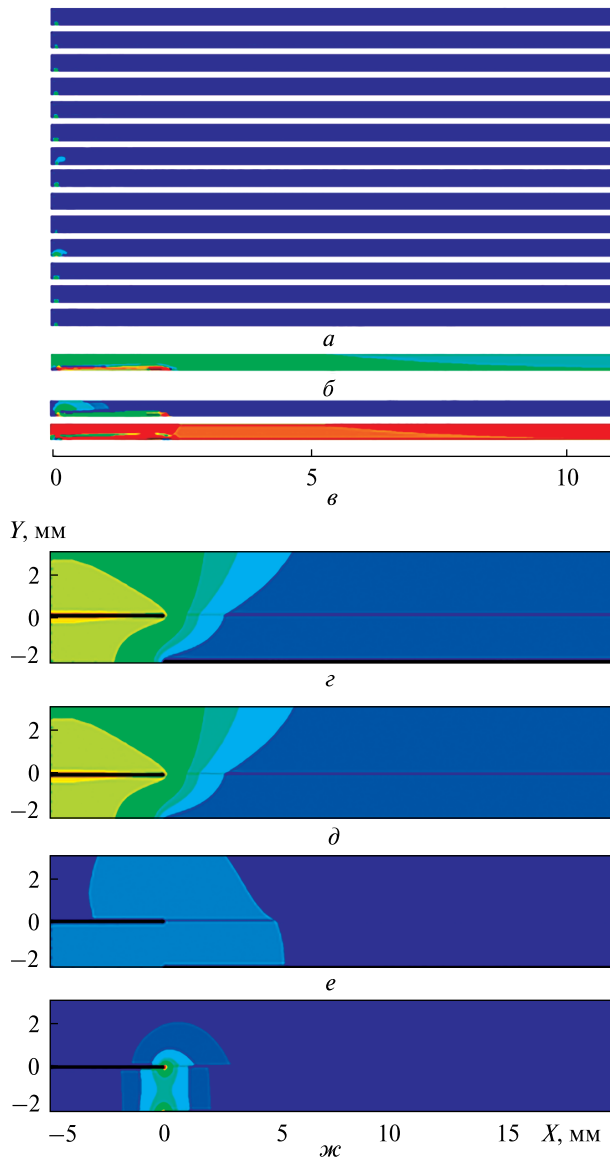


Рис. 1. Розподіл щільності хімічних елементів плазми (*а*), об'ємного заряду (*б*), складових сили Лоренца (*в*), сумарного (*з*) та прикладеного (*д*) електричного потенціалів, потенціалу від об'ємного і поверхневого зарядів (*е*), а також модуля напруженості електричного поля (*ж*) для моменту часу $2.500677 \cdot 10^{-5}$ с

деної напруги φ_{el} , що призводить до формування катодспрямованого стримера.

Надалі повітря іонізується завдяки сильному власному полю стримерної головки (рис. 2 і 3), що призводить до розвитку стримера ($t = 2.500850 \cdot 10^{-5}$ с і $t = 2.504733 \cdot 10^{-5}$ с). Стрімер

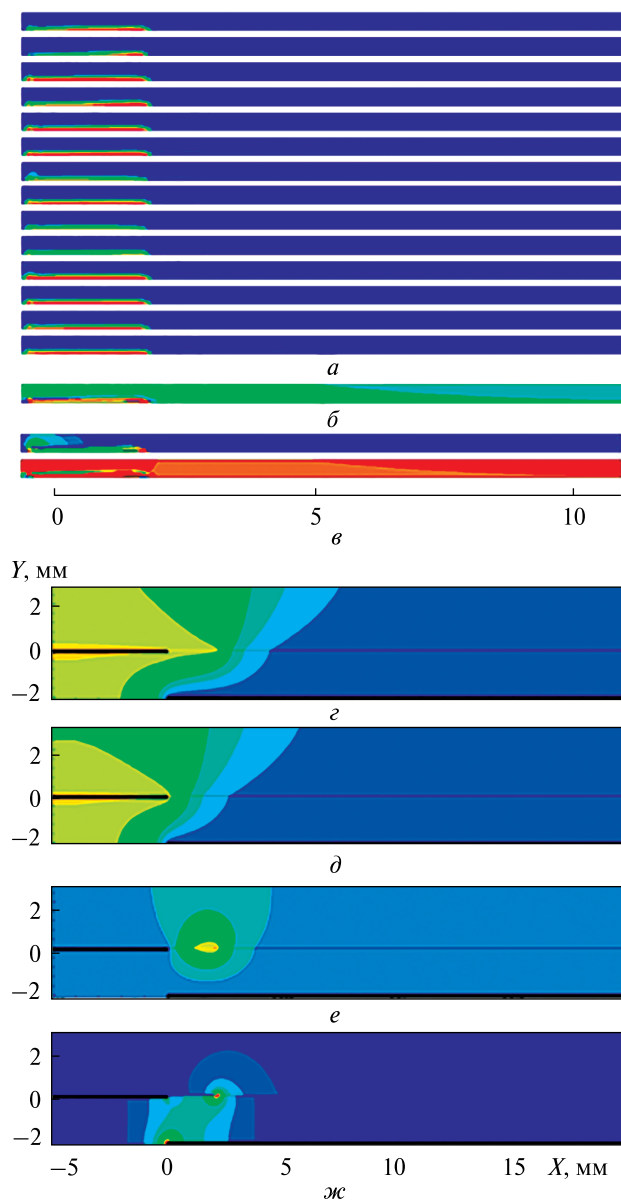


Рис. 2. Те ж для моменту часу $2.500850 \cdot 10^{-5}$ с

починає поширюватися від анода й рухається над поверхню діелектрика. Усередині каналу стримера щільність сумарного заряду близька до нуля і істотна лише на поверхні, особливо у голівці стримера (рис. 2, б і 3, б), внаслідок чого напруженість усередині стримерного каналу значно нижча, ніж поза стримером (рис. 2, ж і 3, ж), що добре узгоджується з наявними фізичними уявленнями.

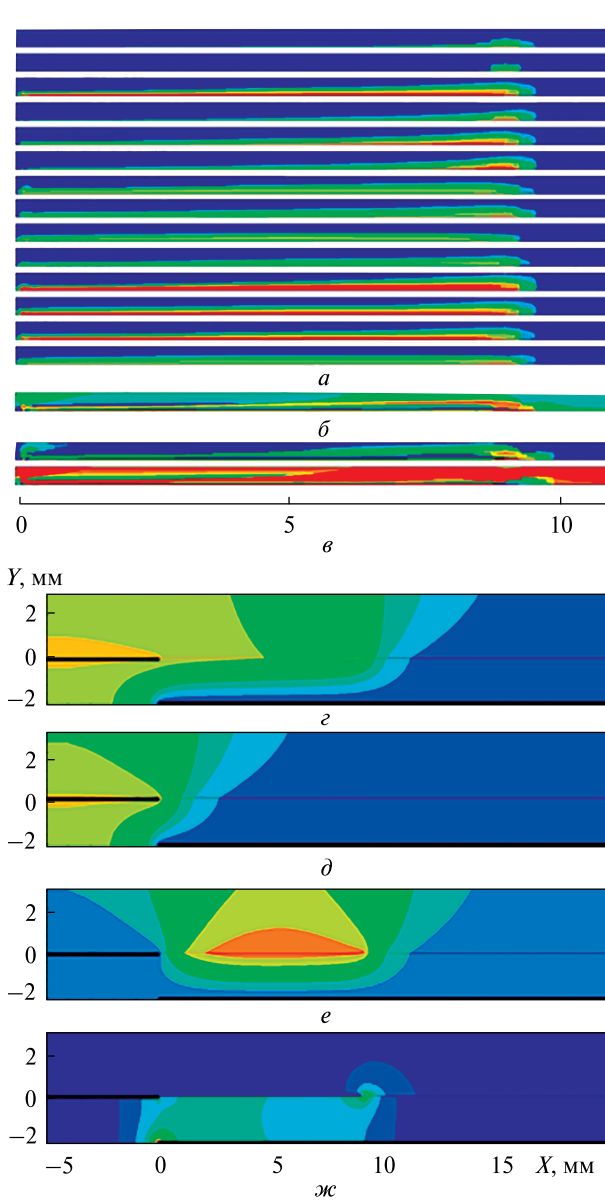


Рис. 3. Те ж для моменту часу $2.504733 \cdot 10^{-5}$ с

Із рис. 2, ж видно, як потенціал об'ємного й поверхневого зарядів $\varphi_{p,\sigma}$ спотворює розподіл прикладеного потенціалу (рис. 2, д). За результатами чисельного моделювання розрахований радіус стримерного каналу дорівнює $10^{-4} \dots 10^{-3}$ м, щільність частинок у ньому — $10^{19} \dots 10^{20} \text{ м}^{-3}$, ступінь іонізації повітря дорівнює $10^{-6} \dots 10^{-5}$. Швидкість зростання стримера — порядку 10^6 м/с, що добре узгоджується з наявними експеримен-

Таблиця 2. Кількісні значення розподілу параметрів

$n, \text{м}^{-3}$	$\rho, \text{Кл/м}^3$	$f_x, \text{Н/м}^3$	$f_y, \text{Н/м}^3$	$\frac{\varphi}{\varphi_{\max}}, \frac{\varphi_{el}}{\varphi_{\max}}$	$\frac{\varphi_{p,\sigma}}{\varphi_{\max}}$	$ E , \text{МВ/м}$
1e+21	1	1e+7	0	0.9	0.6	10
1e+20	0.05	1e+6	-1e+1	0.8	0.5	9
1e+19	0.01	1e+5	-1e+2	0.7	0.4	8
1e+18	0.005	1e+4	-1e+3	0.6	0.3	7
1e+17	0	1e+3	-1e+4	0.5	0.2	6
1e+16	-0.005	1e+2	-1e+5	0.4	0.1	5
	-0.01	1e+1	-1e+6	0.3	0	4
		0	-1e+7	0.2		3
				0.1		2
				0		1

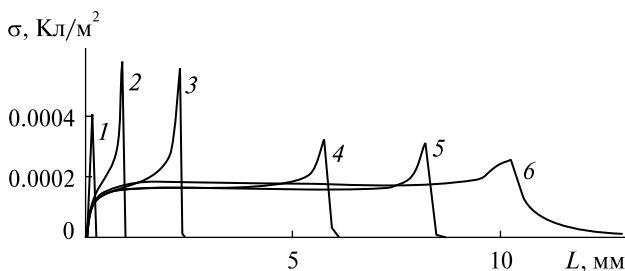


Рис. 4. Розподіл поверхневого заряду на діелектрику для різних моментів часу (1 — $2.500772 \cdot 10^{-5}$ с, 2 — $2.500850 \cdot 10^{-5}$ с, 3 — $2.501045 \cdot 10^{-5}$ с, 4 — $2.502314 \cdot 10^{-5}$ с, 5 — $2.504733 \cdot 10^{-5}$ с, 6 — $5.0 \cdot 10^{-5}$ с)

тальними даними [1, 10]. Тривалість другої стадії відповідає часу зародження й поширення стримера і приблизно дорівнює $4.3 \cdot 10^{-8}$ с.

При розвитку стримера поверхня діелектрика заряджається, оскільки об'ємний заряд, що утворюється, при русі в електричному полі зустрічає перешкоду у вигляді поверхні діелектрика й осідає на ній. Адсорбований заряд спотворює поле розрядного проміжку, внаслідок чого напруженість електричного поля у повітрі поблизу електродів слабшає (рис. 3, ж), що призводить до згасання розряду. Позитивний заряд на поверхні діелектрика забезпечують в основному іони азоту N_4^+ і кисню O_4^+ . Розподіл поверхневого заряду на діелектрику (рис. 4) наведено для різних моментів часу (1 — $2.500772 \cdot 10^{-5}$ с, 2 — $2.500850 \cdot 10^{-5}$ с, 3 — $2.501045 \cdot 10^{-5}$ с, 4 — $2.502314 \cdot 10^{-5}$ с, 5 — $2.504733 \cdot 10^{-5}$ с, 6 — $5.0 \cdot 10^{-5}$ с).

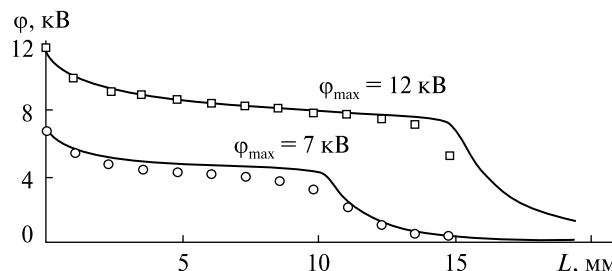


Рис. 5. Розподіл електричного потенціалу по поверхні діелектрика при максимальному значенні прикладеної напруги (кружечки — експеримент [5], квадратиками — експеримент [6], суцільна лінія — дана робота)

На третій стадії основну роль відіграють процеси дифузії та дрейфу заряджених часток до діелектричної поверхні і відкритого електрода. Тривалість останньої стадії мікророзряду приблизно $2.495 \cdot 10^{-5}$ с.

Отримано розподіл електричного потенціалу по поверхні діелектрика при максимальній напрузі, яку було прикладено до електродів, 7 і 12 кВ (рис. 5). Суцільною лінією позначено результати цієї роботи, кружечками — дані [4], квадратиками — дані [6]. Різке спадання напруги на діелектрику зумовлене довжиною поширення стримера, і як наслідок — падінням щільності поверхневого заряду. Так, при максимальних значеннях прикладеної напруги 7 і 12 кВ довжина поширення стримера становить $L = 0.01$ м і $L = 0.015$ м відповідно. Результати чисельного моделювання показують задовільний збіг з експериментальними даними.

ВИСНОВКИ

1. Сформульовано нову математичну модель діелектричного бар'єрного розряду у повітрі, що включає нестационарні електродинамічні процеси, кінетичні явища й плазмохімічні реакції.

2. Запропоновано нову взаємно узгоджену систему вихідних рівнянь для електричного потенціалу й 14 рівнянь динаміки заряджених частинок плазми, що записана в довільній криволінійній системі координат і використовує різний масштаб псевдочасу в окремих рівняннях.

3. Розроблено модифікацію чисельної схеми розв'язування рівняння Пуассона для електричного потенціалу з безпосереднім виділенням диференціальних операторів для ϕ з використанням протипотокової апроксимації щільності заряджених частинок у других похідних.

4. Реалізовано єдиний неявний чисельний алгоритм для ефективного розв'язування неоднорідної системи вихідних рівнянь.

5. Проведено тестові розрахунки зародження й розвитку потоку плазми поблизу плоскої пластини.

REFERENCES

1. Abe T., Takagaki M. (2009). Momentum coupling and flow induction in a DBD plasma actuator. *AIAA Paper*, No. 1622, 8.
2. Bogdanov E. A., Kolobov V. I., Kudryavtsev A. A., Tsengin L. D. (2002). Scaling laws for oxygen discharge plasmas. *Technical Phys.*, **47**(8), 946–954.
3. Corke T., Jumper E., Post M., Orlov D. (2002). Application of weakly ionized plasmas as wing flow control devices. *AIAA Paper*, No. 350, 9.
4. Enloe C., McLaughlin T., Gregory J., Medina R. (2008). Surface potential and electric field structure in the aerodynamic plasma actuator. *AIAA Paper*, No. 1103, 11.
5. Enloe C., McLaughlin T., Van Dyken R., Fischer J. (2004). Plasma structure in the aerodynamic plasma actuator. *AIAA Paper*, No. 844, 8.
6. Font G., Enloe C., Newcomb J., Teague A., Vasso A. (2010). Effects of oxygen content on the behavior of the dielectric barrier discharge aerodynamic plasma actuator. *AIAA Paper*, No. 545, 16.
7. Forte M., Jolibois J., Moreau E., Touchard G., Cazalens M. (2006). Optimization of a dielectric barrier discharge actuator by stationary and non-stationary measurements of the induced flow velocity — application to airflow control. *AIAA Paper*, No. 2863, 9.
8. Hagelaar G. J., Pitchford L. C. (2005). Solving the Boltzmann equation to obtain electron transport coefficients and rate coefficients for fluid models. *Plasma Sources Sci. Technol.*, **44**, 6, 722–733.
9. Kossyi A., Kostinsky A., Matveyev A., Silakov V. (1992). Kinetic scheme of the non-equilibrium discharge in nitrogen-oxygen mixtures. *Plasma Sources Sci. and Technol. Technical Phys.*, **1**, 3, 207–220.
10. Nudnova M., Kindusheva S., Aleksandrov N., Starikovskiy A. (2010). Rate of plasma thermalization of pulsed nanosecond surface dielectric barrier discharge. *AIAA Paper*, No. 465, 15.

Received 02.09.2019

Revised 15.10.2020

*D. O. Redchyts*¹

Head Dep., Dr. Sci. in Phys. & Math., Senior Researcher

E-mail: redchits_da@ua.fm

*S. V. Moiseienko*²

Docent, Cand. Sci. in Tech.

¹Institute of Transport Systems and Technologies of NAS of Ukraine

Pisarzhevsky street 5, Dnipro, 49005 Ukraine

²Kherson National Technical University

Berislavske shose 24, Kherson, 73008 Ukraine

NUMERICAL SIMULATION OF UNSTEADY FLOWS OF COLD PLASMA DURING PLASMA ACTUATOR OPERATION

The numerical simulation of unsteady flows of cold plasma is considered in this article. A low-temperature non-equilibrium ideal plasma is formed when the plasma actuator interacts with the air. The mathematical model has been developed to describe the behavior of low-temperature plasma. It is based on non-stationary equations describing the dynamics of charged particles and plasma electrodynamics equations. The 14 types of particles: metastable and excited nitrogen and oxygen atoms, positive and negative ions, electrons and atomic oxygen are considered. Volumetric and surface chemical reactions describing processes in a barrier discharge that occur above the dielectric surface are considered. For non-stationary equations of plasma dynamics, an implicit numerical algorithm with pseudo-time iteration has been developed, which is based on a finite-volume approach.

The equation for the electrostatic potential with sources was solved using the generalized minimal residual method with incomplete LU preconditioning. In non-stationary equations for the density of plasma particles, the drift derivatives were approximated using the TVD scheme with the MinMod limiter function. The derivatives in the equation for the electric potential were calculated using finite-volume relations taking into account the upwind approximation of the concentration of charged plasma particles. The numerical results of the generation, propagation and destruction of a streamer during a dielectric barrier discharge are obtained. The unsteady plasma characteristics in the region above the dielectric surface are analyzed, including the distribution of the particles density, electric potential and the Lorentz force components. The results of numerical simulation of unsteady flows of low-temperature plasma are in good agreement with the available experimental data.

Keywords: cold plasma, mathematical simulation, numerical methods, plasma actuator.