Наука та інновації. 2011. Т. 7. № 1. С. 5—15.

В.В. Козик, Ю.І. Сидоров

Національний університет «Львівська політехніка», Львів

ПРОБЛЕМИ ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛЕЙ ТИПУ «ХИЖАК—ЖЕРТВА» В ЕКОНОМІЧНІЙ ПРАКТИЦІ

Розглянуто причини, через які класичні і модифіковані моделі типу «хижак—жертва» не набули поширення в середовищі економістів-практиків. Це занадто велика спрощеність класичних моделей і занадто велика складність модифікованих дискретних моделей, їх велика різноманітність, що не дає можливості адекватно обрати конкретну модель, описати і спрогнозувати поведінку реальних економічних систем, елементи яких до того ж знаходяться в складних взаємовідносинах. Перспективним прогностичним методом аналізу економічних ситуацій на основі різних моделей є симуляційне комп'ютерне моделювання. При цьому в симуляційних дослідженнях гідне місце моделям «хижак—жертва» може знайтись у низці багатьох правил-рутин, за якими створюється комп'ютерна модель.

Ключові слова: модель «хижак—жертва», прогнозування, комп'ютерна симуляція економічних задач.

Біофізичну класичну математичну модель «*хижак—жертва*» Лоткі—Вольтерра [1, 2], відому вже понад 70 років, використовують в багатьох галузях науки і техніки [3]. В простих технічних системах модель набула популярності завдяки вдалому поєднанню в ній відносно невеликої складності, з одного боку, і сильної нелінійності — з іншого. Модель має високу ступінь універсальності при описуванні поведінки складних систем, що працюють в режимі автоколивань.

Не є винятком і економіка, в якій вольтерріанські моделі розглядаються як перспективні [4]. В опублікованих дослідженнях в ролях «хижака» і «жертви» виступають, наприклад, доходи консолідованого бюджету і ВВП; доходи населення або витік капіталу (хижаки) і доходи консолідованого бюджету (жертва) [5]; держава, яка поповнює свої золотовалютні запаси (або державний бюджет) і ВВП [6]; взаємовідносини країн (наприклад, США — Росія, США — Китай) [7]; питомі витрати на одиницю капіталу і питомі доходи на одиницю капіталу [8]; капіталісти і робочі [9]; чисельність працівників, зайнятих у приватному секторі економіки і в державному [10, 11]; споживач і виробник [12]; попит і пропозиція на валютному ринку [13]; виробники (жертва) і керівники (хижак) із виробництвом сумісного продукту праці [14]; виробники, керівники і інтелігенція, яка вважається нейтральним прошарком суспільства, але все ж пригнічує виробника [15]. Ще один приклад економічної інтерпретації моделі: чим вище відсоткова ставка за кредитом, тим більше буде лихварів і рантьє, а чим більше останніх, тим нижче життєвий рівень населення. Збирати відсотки немає з кого, число лихварів зменшується, виникають коливання. У цей «трофічний ланцюг» інколи включають частину «банкірів», які теж «погіршують життя» і ряди яких інколи поповнюються частиною лихварів [16].

Незважаючи на зазначене, модель Лоткі—Вольтерра «*хижак—жертва*» (Predator—Prey Models) та її багаточисельні модифікації у середовищі економістів більше відомі як теоретич-

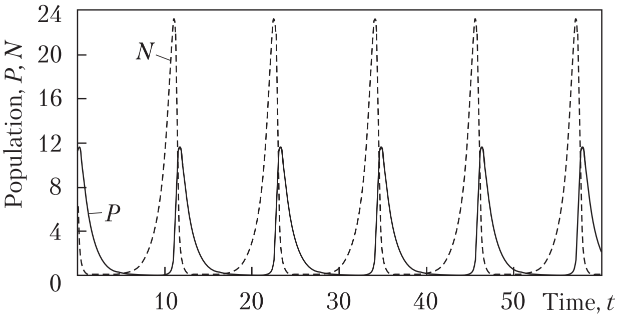

Рис. 1. Типові траєкторії параметрів N і P за моделлю (1)

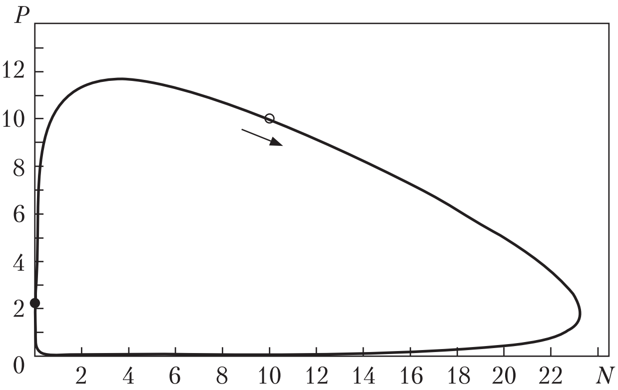

Рис. 2. Фазовий портрет N і P за моделлю (1)

ні, перспективні конструкції, які поки ще не набули практичного значення як предиктори. Як протилежний приклад можна вказати лише роботу [10], в якій модель «*хижак—жертва*», хоч і з економетричними елементами, реально використовувалась для розрахунків приватизаційних циклів Великої Британії, Швеції і Росії та для їх порівняння.

Відтак, існує проблема практичного застосування моделі «*хижак—жертва*», хоча сама модель, нехай і в модифікованому вигляді, можливо, заслуговує поширення у повсякденній економічній практиці для прогнозування.

Якісно найпростішу модель «*хижак—жертва*» Лоткі—Вольтерра зазвичай описують таким чином.

Припустимо, що існує велика популяція зайців і маленька — вовків. Середовище ізольоване, стаціонарне і забезпечує в необмеженій кількості зайців-жертв (N). Вовки —хижаки (P) — підростають і активно поїдають зайців. Популяція зайців зменшується, після цього зменшується і популяція вовків. Якщо вовків мало, то популяція зайців знову збільшується і т.д.

При створенні моделі двох взаємодіючих суб'єктів Вольтерра керувався такими основними гіпотезами:

1) їжа або є в необмеженій кількості, або її надходження в часі жорстко регламентоване;

2) особини кожного виду відмирають так, що в одиницю часу гине постійна частка існуючих особин;

3) хижі види поїдають жертви, причому в одиницю часу кількість з'їдених жертв завжди пропорційна імовірності зустрічі особин цих двох видів;

4) якщо вид харчується їжею, що наявна в необмеженій кількості, приріст чисельності виду в одиницю часу пропорційний чисельності виду;

5) якщо вид харчується їжею, що наявна в обмеженій кількості, то його розмноження регулюється швидкістю споживання їжі.

Така регламентація є *першою причиною* невідповідності моделі реальним умовам існування систем економічного характеру, які знаходяться в складних взаємовідносинах одночасно з декількома економічними агентами, а не тільки попарно.

Найпростіша математична модель «*хижак—жертва*» (Lotka—Volterra *Predator—Prey Dynamics*) має вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= r_1 N - C_1 NP, \\ \frac{dP}{dt} &= C_2 NP - r_2 P, \end{aligned} \qquad (1)$$

де r_1, r_2 — питомі миттєві швидкості росту жертви і хижака відповідно; C_1, C_2 — константи; t — час.

Типові траєкторії функцій N і P згідно з цією моделлю зображено на рис. 1, а фазовий портрет (граничний цикл) — на рис. 2 (траєкторії і фазовий портрет одержано в середовищі пакету програм Populus 5.4 за таких умов: $N_0 = 10$; $P_0 = 10$; $r_1 = 0{,}9$; $r_2 = 0{,}9$; $C_1 = 0{,}5$; $C_2 = 0{,}5$; $t = 60$ (умовні одиниці).

Для біологічної моделі характерна так звана «*нейтральна стабільність*», яка означає, що популяції необмежено довго здійснюють один і той самий цикл коливань доти, доки якась зовнішня сила не змінить їх чисельність, після чого популяції будуть здійснювати новий цикл коливань з іншими параметрами.

З рис. 1 видно, що значення величин N і P періодично і циклічно змінюються в часі відповідно з певною закономірністю. Така циклічність характерна не для будь-яких економічних процесів, а таких, що розвиваються, в основному, в середовищі насиченого ринку, в якому спостерігаються явища надвиробництва, зміни пріоритетів тощо. Отже, згідно з уявленнями, що склалися в останні десятиріччя, основним рухом моделі є стійкі автоколивання суб'єктів процесу, і при формулюванні динамічної моделі система повинна розглядатись як автоколивальна [17], що також не завжди відповідає реаліям.

Крім того, такі «правильні» осциляції, які показані на рис. 1, не є характерними не тільки для економічного середовища, але й для біологічного, оскільки в реальних біологічних системах експериментально ніхто не спостерігав подібних закономірностей: або хижаки повністю знищували жертви, або за відсутністю жертв повністю вимирали хижаки: жертви ховались або виривались від хижака [18].

Результати реальних спостережень були настільки суперечливими, що у 1973 році навіть з'явилася стаття М. Гілпина з характерною назвою: «Чи з'їдять зайці рись?» [19]. Проте необхідно зауважити, що Вольтерра не намагався створити вичерпну методику досліджень, він показав тільки теоретичну основу, суть процесу, а удосконалення моделі — це справа майбутніх дослідників. Як відзначає Ю.М. Свірежев [20, с. 117], «метою Вольтерра був не точний опис якоїсь конкретної ситуації (для цього зазвичай придатні статистичні регресійні моделі), а дослідження загальних властивостей таких систем». Про недосконалість своєї моделі знав і сам Вольтерра, тому і почав першим її удосконалювати через введення часу запізнення.

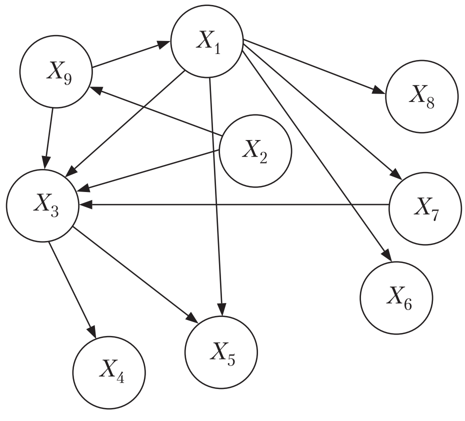

Рис. 3. Дев'ятиелементна модель соціально-економічної системи (напрям стрілок від «хижака» до «жертви»): X_1 — держава; X_2 — доходи населення; X_3 — валовий внутрішній продукт (ВВП); X_4 — рівень вироблення електроенергії; X_5 — рівень добування газу; X_6 — вартість газу; X_7 — рівень добування нафти; X_8 — вартість нафти; X_9 — рівень вкладення у наукомісткі технології [6]

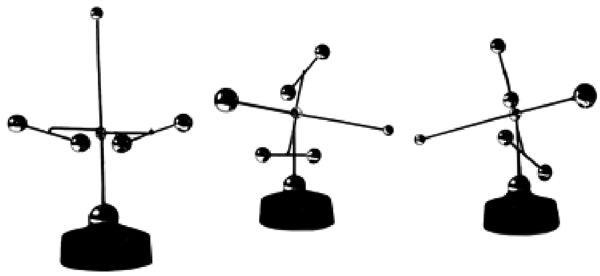

Рис. 4. Найпростіший неперіодичний маятник, що демонструє динамічний хаос [21]

Намагання дослідників наблизити теоретичні траєкторії до реальних змушує застосовувати більш складні системи, в яких жертва може одночасно виступати і як хижак, взаємодіяти з декількома елементами системи, як це, зокрема, показано в роботі [6] (рис. 3). В таких складних осцілюючих системах неодмінно виникне динамічний хаос. Для підтвердження цієї тези наведемо приклад з роботи [21]:

«Основні ідеї, пов'язані з прогнозом, можна проілюструвати на прикладі маятника (рис. 4).

Спостереження за цим маятником показують, що з імовірністю 95 % його коливання будуть неперіодичними, з імовірністю 5 % ми побачимо періодичний рух. Результат залежить від імпульсу, який ми додали маятнику спочатку. Для маятника можна створити просту лінійну модель, яка дасть можливість завбачити, в якому положенні, наприклад, виявляться маленькі кульки через п'ять коливань великої кульки внизу (тут природний часовий проміжок — період коливань великої кульки). Використовуючи сучасні інформаційні технології, можна розрахувати, в якому положенні опиняться вони через двадцять коливань нижньої кульки. Проте ніякими силами не можна передбачити їх положення через шістдесят проміжків часу».

Для наближення моделі до реальних результатів спостережень застосовують різні методи модифікації. Зокрема, вводять обмеження росту популяції «жертв» або «хижаків», яка буде неодмінно необмежено збільшуватись за необмеженої кількості ресурсів, що не відповідає дійсності, так само, як є нереальним існування необмеженого ринку.

Модифікована класична модель Лоткі—Вольтерра має вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= r_1 N - C_1 NP - \beta_1 N^2, \\ \frac{dP}{dt} &= C_2 NP - r_2 P - \beta_2 P^2, \end{aligned} \qquad (2)$$

де β_1, β_2 — ферхюльстівські коефіцієнти внутрішньовидової конкуренції [22].

На думку Г. Різниченка [2], теоретичний аналіз моделей взаємодій видів найбільш вичерпно подано в книзі А. Базикіна [23]. Одна з моделей «*хижак—жертва*», яку він вивчав, записується як

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= r_1 N - \frac{N}{1+pN} BP - \beta_1 N^2; \\ \frac{dP}{dt} &= \frac{N}{1+pN} DP - r_2 P - \beta_2 P^2; \end{aligned} \qquad (3)$$

де B, D, p — константи.

На відміну від моделі (2) замість логістичної залежності використовується гіперболічна залежність $\frac{N}{1+pN}$, яка схожа на формулу Моно, що описує ріст мікроорганізмів від концентрації субстрату. Така залежність є реалістичнішою та більше відповідає біологічній суті процесу [24, 25].

Модель поліпшують також введенням часу запізнення аргумента, який визначають методом експериментального підбору числового значення [26], при цьому запізнення приводить систему до обов'язкових автоколивань:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= r_1 N - C_1 NP - P_m N(t-\theta), \\ \frac{dP}{dt} &= C_2 N(t-\tau) P(t-\tau) - r_2 P, \end{aligned} \qquad (4)$$

де τ — усереднений інтервал часу між моментом загибелі однієї особини жертви і моментом відповідного збільшення числа дорослих особин; θ — час запізнення реакції жертв на зміну надходження з оточуючого середовища. В першому рівнянні складник $P_m N(t-\theta)$, де P_m — поліном парного ступеню m, який описує внутрішньовидову конкуренцію у жертв, що обмежує зростання їх чисельності за відсутністю хижаків.

Відомі моделі, які враховують флуктуації параметрів [27]; моделі, в яких до одної з функцій просто додають сталу величину [3]; моделі, в які вводять випадкові зовнішні дії для описування реально існуючих в системі стохастичних процесів [28] та використовують більш сильну нелінійність (модель МакАртура [2]).

Крім вольтерріанських моделей «*хижак—жертва*» існують і інші безперервні моделі. До таких моделей відноситься, зокрема, тета-логістична модель [29, 30], яку вважають реалістичнішою, ніж вольтерріанська:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= rN\left[1-\left(\frac{N}{K}\right)^{\theta}\right] - fP, \\ \frac{dP}{dt} &= sP(f-D), \end{aligned} \qquad (6)$$

ISSN 1815-2066. Science and Innovation. T. 7, № 1, 2011

де f — функціональна відповідь хижака, яку знаходять експериментально, при цьому $fP = C_1NP = F$ (швидкість вилучення особин жертви); K — максимальна величина популяції жертви, яка може бути досягнута за відсутності хижака; s — коефіцієнт ефективності перероблення хижаком їжі в його потомство; D — мінімальна питома швидкість споживання жертв, за якої популяція хижака не зростає, але й не вимирає, тобто народжуваність в ній компенсує смертність.

В тета-логістичній моделі для опису росту популяції жертви за відсутності хижаків вводиться додатковий параметр (показник ступеню) — тета (θ), який дозволяє відображати різні типи залежності швидкості росту залежно від густини популяції.

Виділяють три типи функціональних відповідей:

Тип 1. Питома швидкість споживання жертви хижаком лінійно зростає зі збільшенням густини популяції хижака;

Тип 2. Цей тип виникає в тих випадках, коли хижак витрачає деякий час на оброблення кожної жертви і в ці моменти вже не може займатися пошуком нових жертв. Фактично введено час запізнення хижака на появу жертви;

Тип 3. Цей тип описують *S*-подібні криві, тобто це означає, що за низьких густин жертви швидкість споживання хижаком є невеликою, але потім стрімко збільшується і тільки після цього починає зменшуватись, виходячи на плато.

Для прикладу на рис. 5 і 6 показано траєкторії N і P, одержані в середовищі пакета програм Populus 5.4 за функціональною відповіддю типу 1 і 2 і за таких параметрів: умовні одиниці $N_0 = 200$; $K = 200$; $P_0 = 10$; $r = 1$; $D = 0{,}6$; $s = 0{,}6$; $\theta = 1{,}2$; $t = 150$.

З рис. 5 і 6 видно, що одна і та сама модель, але з різними функціональними відповідями, може дати принципово різні результати. В першому випадку жадібність хижака приводить до повного виродження жертви, і разом з жертвою в кінцевому результаті щезає і сам хижак. У другому випадку хижак дає час для

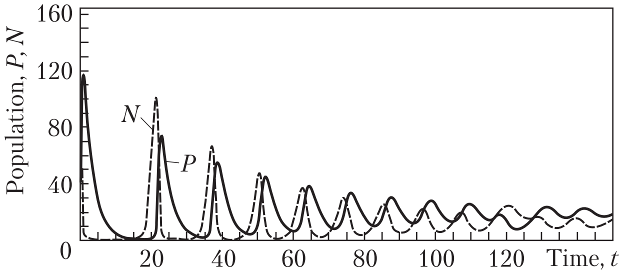

Рис. 5. Траєкторії N і P за θ-логістичною моделлю типу 1

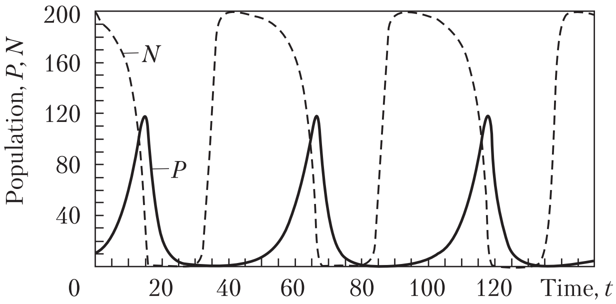

Рис. 6. Траєкторії N і P за θ-логістичною моделлю типу 2

розмноження жертви і це дає можливість перейти учасникам процесу на стабільну циклічність.

Існує також інший вид моделі, в якій виникають коливання, що не загасають. Це модель Голлінга—Теннера [31, 32]:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= rN\left(1-\frac{N}{K}\right) - wP\frac{N}{D+N}, \\ \frac{dP}{dt} &= sP\left(1-\frac{JP}{N}\right), \end{aligned} \qquad (7)$$

де J — кількість жертв, потрібних для підтримки життя одного хижака.

Швидкість росту популяції жертв в ній дорівнює сумі трьох величин:

- ✦ швидкості розмноження за відсутності хижаків $-rN_1$;
- ✦ впливу міжвидової конкуренції за обмежених ресурсів (вплив обмежених сировинних ресурсів) $- rN_1^2/K$;
- ✦ впливу хижаків у припущенні, що хижак припиняє вбивати, коли насичується — $wN_2\dfrac{N_1}{D+N_1}$, де константи w, D > 0.

В цій моделі, незважаючи на наявність випадкових флуктуацій, система продовжує свій рух по граничному циклу.

Модель використовували для опису процесу вирівнювання цін за рівнем активу.

Альтернативною вольтерріанській є також модель «*хижак—жертва*» А.Н. Колмогорова [33]. Узагальнений вид моделі:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= k_1(N)N - L(N)P, \\ \frac{dP}{dt} &= k_2(N)P. \end{aligned} \tag{8}$$

У модель закладено такі припущення:

1) хижаки не взаємодіють один з одним, тобто коефіцієнт розмноження хижаків k_2 і число жертв L, що винищуються в одиницю часу одним хижаком, не залежить від P;

2) приріст числа жертв за наявності хижаків дорівнює приросту у відсутності хижаків мінус число жертв, що винищуються хижаками;

3) коефіцієнт розмноження жертв за умов відсутності хижака монотонно спадає із зростанням чисельності жертв, що відображає обмеженість харчових і інших ресурсів;

4) із зростанням чисельності жертв коефіцієнт розмноження хижаків монотонно спадає із зростанням чисельності жертв, переходячи від негативних значень (коли нема чого їсти) до позитивних.

У зарубіжній літературі використовується аналогічна модель *Розенцвейга—МакАртура* [34]:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= f(N) - \Phi(N,P), \\ \frac{dP}{dt} &= -eP + k\Phi(N,P), \end{aligned} \tag{9}$$

де $f(N)$ — швидкість зміни чисельності жертв за умов відсутності хижаків; $\Phi(N, P)$ — інтенсивність хижацтва; k — коефіцієнт, що характеризує ефективність переороблення біомаси жертви в біомасу хижаків; e — смертність хижаків.

Модель (9) зводиться до моделі (8) за таких умов:

- ✦ чисельність хижака обмежується лише чисельністю жертви;
- ✦ швидкість, з якою особина хижака поїдає жертву, залежить лише від щільності популяції жертв і не залежить від щільності популяції хижаків.

Крім бітрофної моделі, існує і тритрофна модель Розенцвейга—МакАртура *суперхижак* → → *хижак* → *жертва*. Незважаючи на зовнішню простоту, розв'язання цієї системи є складною математичною задачею. Для локального зменшення розмірності цієї задачі, яка відноситься до групи задач нелінійної динаміки, застосовують метод русел і джокерів [35].

Автономні безперервні математичні вольтерріанські моделі мають певні недоліки, зокрема вольтерріанська модель є *негрубою*, тобто за малих збурень в системі припиняється автоколивальний процес, гине популяція жертв або хижаків і сама система набуває нової якості, що кваліфікується як біфуркація. В цілому прості безперервні моделі «*хижак—жертва*» на базі моделі Лоткі—Вольтерра мало придатні для опису економічних складних систем, тому необхідно враховувати більш тонкі ефекти взаємодії, а праві частини рівнянь повинні бути більш нелінійними, ніж у наведених. Для цього потрібно виходити за рамки гіпотез Вольтерра. Такі моделі, в тому числі моделі систем двох «хижаків» і однієї «жертви» або двох «жертв» і одного «хижака», в яких еволюційним чином виникають дисипативні структури, описані в [14, 36].

Крім безперервних моделей відомі моделі «*хижак—жертва*» з дискретним часом, які створені на основі робіт *Николсона* і *Бейлі* (Nicholson, Bailey, 1935). В таких моделях чисельність популяцій змінюється не безперервно, а дискретно (перервно), при цьому на відміну від безперервних моделей чисельність N залежить від чисельностей в деякі попередні моменти часу, і для опису динаміки чисельності популяцій застосовують апарат різницевих рівнянь (відображень). Просте пояснення різницевих рівнянь і відображень можна знайти, зокрема, в [37].

ISSN 1815-2066. Science and Innovation. T. 7, № 1, 2011

Досвід показує, що в таких системах за малих чисельностей N зростає від однієї генерації до іншої, а за високих — падає. Ця властивість в економіці називається явищем «*бумів*» і «*спадів*». У системі можуть виникати різні режими: монотонне і коливальне наближення до рівноваги, коливальні зміни — цикли різної довжини і квазістохастична поведінка — *хаос*, а самі моделі є детермінованими об'єктами, що демонструють хаотичну поведінку і мають пам'ять [2], тобто наступне значення функції залежить від попереднього, що характерно для систем, які самоорганізуються. Дискретні моделі математично є достатньо складними, для їх аналізу використовуються методи одномірного і багатомірного Z-перетворення[1] і рівняння дискретного розкладання Вольтерра [38]. Зазначимо, що найновіші дослідження в галузі створення дискретних моделей «*хижак—жертва*» викладено в роботі [39], в якій розглянуто рівняння руху системи в дискретному часі і стохастична модель з випадковим запізненням, яка не демонструє «правильної» поведінки, властивої класичній моделі. Зокрема, диференціальна система рівнянь руху системи в дискретному часі при збереженні деяких, раніше прийнятих позначень, має вигляд [39]:

$$\frac{dN}{dt} = -\mu(m-1)N - C_1 P + C_1 N(t)P(t) - \mu\varphi_m(N(t)),$$
$$\frac{dP}{dt} = -C_2 P + C_2(1-\mu_1)N(t-\tau) + C_2 P(t-\tau) + C_2 N(t-\tau)P(t-\tau)\ , \qquad (10)$$

де $N(t)$, $P(t)$ — деякі часові функціональні залежності; μ — коефіцієнт; $\mu_1 = \mu/C_1$; m — ступінь поліному в рівнянні (4); τ — усереднений інтервал часу в моделі (4).

У складності розв'язання такої системи (інтегральні рівняння руху) можна переконатись, вивчаючи оригінал зазначеної роботи.

Отже, можна зробити висновок, що моделі «*хижак—жертва*» з математичного погляду є зовсім не прості, і це є *другою причиною* їх обмеженого поширення в середовищі економістів-практиків.

З короткого екскурсу видно велику різноманітність моделей «*хижак—жертва*» (не менше декількох десятків). Отже, не тільки математична складність модифікованих моделей «*хижак—жертва*», але й велика кількість цих моделей викликає проблему вибору конкретних моделей для аналізу конкретних економічних процесів і це є *третьою причиною* обмеженого поширення моделей в практичній економіці.

Ми зазначали, що автоколивання в економічних системах, які чітко виявляються, можуть виникнути лише в умовах насиченого ринку, та й то при знаходжені систем в режимі «русла». Мабуть, немає потреби говорити про країни з ринком, що тільки розвиваються, з незадоволеним попитом навіть на життєво необхідні товари, для економік, що знаходяться в режимі «джокера» поблизу точки біфуркації. В таких країнах виникає інша ситуація: «хижаком» може стати споживач, вірніше його купівельна спроможність, а «жертвою» — виробник, вірніше його продукція (зауважимо, що така сама ситуація виникає і в так званій «*економіці намірів*» (Intention Economy) в багатих країнах внаслідок існування категорії надактивних покупців, які не готові сидіти і чекати, коли ринок задовольнить їх потреби або сформулює їх. В цій економіці все зводиться до того, аби дати споживачеві можливість заявити про свої купівельні наміри, запрошуючи продавців посперечатися один з одним за цю операцію [40]). За необхідності споживач може здійснити заміну дорогої продукції на дешеву, наприклад, може частково відмовитись від споживання м'яса і перейти на крупи, хліб і макаронні вироби, а при зростанні купівельної спроможності повернутися до минулих стандартів харчування. Очевидно, що тут виникають цикли попиту, але вони викликаю-

[1] Z-перетворенням (перетворенням Лорана) називають згортання вихідного сигналу, заданого послідовністю дійсних чисел в часовій області, в аналітичну функцію комплексної частоти, тобто для перетворення числового ряду в безперервну аналогову функцію.

ться не конкуренцією м'яса і макаронів, а збільшенням або зменшенням купівельної спроможності споживача, яка в свою чергу залежить від інших причин, в тому числі і політичного характеру. Дослідити виникнення таких циклів за допомогою математичної моделі «*хижак—жертва*», а тим більше використати її в таких умовах як предиктор, на наш погляд, є неможливим. Це є *четвертою причиною* обмеженого поширення моделей в реальній економіці.

Отже, сьогодні можна вважати, що моделі «*хижак—жертва*» в економіці мають поки що лише теоретичне значення і з практичного погляду вважаються ще малоперспективними, особливо для економік з ринками, що знаходяться на стадії розвитку. Зазначимо, що конкурентну модель Лоткі—Вольтерра ми з успіхом застосовували для прогнозування розвитку окремих підприємств [41, 42].

Виходом із ситуації, що склалася, є традиційне використання регресійних рівнянь, складених на підставі реальних даних (апроксимуючі поліноми). Але застосування їх як предикторів вельми проблематично, оскільки суть економічних процесів залишається поза рамками рівнянь, вони є «*чорними ящиками*», тому і прогнозування на цій основі можливе лише на декілька кроків наперед. Більш сучасним і точним методом вважають використання нейромережевих систем, але, незважаючи на успіхи застосування нейронних мереж, вони, як і прості методи екстраполяції і апроксимації, мають недолік: вони зовсім не здатні «подовжувати» тренд, оскільки позбавлені фізичної суті процесу і так само, як регресійні рівняння, є «*чорними ящиками*». Нейромережа схожа на водія, який, не знаючи устрою свого авта, знає тільки, що якщо натиснути на деякі кнопки в певній послідовності — авто рушить. Система одержує дані, але не повідомляє «яким чином вона прийшла до подібних висновків, хоча інколи, на думку користувачів відповідь на питання «як?» є не менше важлива, ніж сам результат» [43]. Тому такі мережі можна використовувати лише у випадках, коли ринок стійкий, або (після декомпозиції даних) прогнозувати тренд іншою архітектурою нейронних мереж. Але й це іноді не допомагає. Так, наприклад, при прогнозуванні роботи автоматизованої банківської системи, що працювала з фізичними особами, різні нейронні мережі давали різні прогнози щодо відмов системи. В одному випадку перша мережа спрогнозувала 17 відмов, друга — 2, третя — 8, а фактично їх було 11. Така модель не допоможе, а тільки заплутає дослідника [44].

Найбільш надійним способом прогнозування вважають комп'ютерне симуляційне моделювання, яке на сьогодні є основним інструментом в еволюційній економіці [45]. Моделювання в цій галузі потрібно розглядати як третій шлях досліджень поряд з емпіричним і теоретичним методами, хоча це не може дати універсального знання. За допомогою комп'ютерного моделювання можна дослідити і спрогнозувати процеси ринкової рівноваги, спроектувати оптимальну ставку оподаткування бізнесу, проаналізувати динаміку циклів і криз, провести оптимальне планування у фірмах, банках, страхових компаніях і пенсійних фондах тощо [46].

Створення моделей (симуляційних досліджень) відбувається за зовнішньо простим сценарієм:

1) визначення зовнішнього середовища;

2) заповнення його деякою кількістю агентів;

3) встановлення правил-рутин, за якими вони діють;

4) написання програми, яка відтворює процес їх взаємодії у відповідності зі встановленими правилами;

5) задання вихідних параметрів;

6) здійснення прогонок;

7) порівняння одержаних результатів з реальною картиною;

8) корекція програми.

Такий спосіб прогнозування перетворює «*чорні ящики*» принаймні у «*сірі*».

На наш погляд, гідне місце моделям «*хижак—жертва*» може знайтись в ряду багатьох правил-рутин, за якими створюється комп'ютерна симуляційна модель, як це вже зроблено в моделі [47], але не як самостійний інструмент досліджень.

Врешті можна зробити такі висновки:

1. Незважаючи на певну аналогію між біологічними і економічними системами, для яких характерні автоколивальні процеси, застосування математичних моделей типу «*хижак—жертва*» для практичного пояснення і прогнозування поведінки економічних агентів є проблематичним внаслідок декількох причин: *а*) занадто простих постулатів класичної моделі Лоткі—Вольтерра, які не дають можливості правильно описати і спрогнозувати реальну поведінку навіть біологічних систем; *б*) занадто високої математичної складності модифікованих моделей; *в*) великого розмаїття моделей, що ускладнює вибір конкретної модифікованої моделі для опису і прогнозування конкретної економічної ситуації; *г*) неможливості застосування моделей навіть для систем з розвиненим ринком, якщо вони не знаходяться в режимі «русла».

2. Найкращим методом прогнозування складних економічних систем, що еволюціонують і знаходяться в складних взаємовідносинах, є симуляційне комп'ютерне моделювання конкретних економічних ситуацій, при цьому в симуляційних дослідженнях гідне місце моделям «*хижак—жертва*» може знайтися в низці багатьох правил, за якими створюється модель, але не як самостійний інструмент досліджень.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Вольтерра В.* Математическая теория борьбы за существование (Theorie mathematique de la lutter pour la vie, 1931) / пер. с франц. под ред. Ю.М. Свирежева. — М.: Наука, 1976. — 286 с.
2. *Ризниченко Г.Ю.* Лекции по математическим моделям в биологии. Часть I. — Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2002. — 232 с.
3. *Бураков Ю.Г., Соколов В.А.* Обобщение результатов моделирования работы системы циклического газлифта в режиме вынужденных колебаний // Нефтегазовое дело, 2005. — Т. 3. — С. 105—117.
4. *Романовский М.Ю., Романовский Ю.М.* Введение в эконофизику. Статистические и динамические модели. — М. — Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2007. — 280 с.
5. *Васильева Е.А., Андреев В.В.* Моделирование динамики социально-экономической системы России. — Математика, компьютер, образование. — http://www.mce.su/rus/sessions/S4/ (2009).
6. *Андреев В.В., Карпова О.В.* Исследование девятиэлементной математической модели социально-экономической системы. — Математика, компьютер, образование. — http://www.mce.su/rus/sessions/S4/ (2009).
7. *Андреев В.В., Андреева Е.В., Бурмистрова Л.А.* Моделирование и исследование динамики взаимодействия сложных конкурирующих систем. — http://www.mce.su/rus/ sessions/S4/ (2009).
8. *Маценко А.М.* Эколого-экономические принципы моделирования циклических колебаний в экономике // Вісник СумДУ. Серія Економіка. — 2007. — № 1. — С. 103—110.
9. *Занг В.-Б.* Синергетическая экономика. — М.: Мир, 1999. — 335 с.
10. *Балацкий Е.В., Екимова Н.А.* Конкуренция и приватизационный цикл: взаимное влияние и механизм сопряжения. — http://www.kapital-rus.ru/articles/article/175799.
11. *Балацкий Е.В.* Моделирование процессов межсекторальной конкуренции // Общество и экономика. — 2008. — № 5. — С. 54-70.
12. *Калюжный Д.* Мироведение XXI. Проект «ХРОНОТРОН». — http://hronotron. narod.ru/hronotronika/part3.txt.
13. *Герцекович Д.А.* Зеркальные пары. Алгоритм «Линза» // Известия ИГЭА. — 2007. — Т. 54, №4. — С. 35—38.
14. *Зимина М.В.* Математическая модель эволюции и взаимодействия популяций // В сб.: Информационные технологии и программирование: Межвузовский сборник статей. Вып.1 (6). — М.: МГИУ, 2003. — С. 5—18.
15. *Лебедева Е.В.* Модификация математической модели «жищник—жертва» в социологии, учитывающая представителей нейтральной прослойки общества // Труды Научной конференции по радиофизике. — Н.-Новгород: ННГУ, 2001. — С. 323—324.
16. *Вот* — одна из священных тайн современности-17. — http://politiko.com.ua/ blogpost8994.
17. *Мари Дж.* Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. Лекции о моделях: Пер. с англ. — М.: Мир, 1983. — 400 с.
18. *Gause G.F.* The struggle for existence. — Baltimore: Williams and Wilkins, 1934. (Переиздание: New York: Dover, 1971); Гаузе Г.Ф Борьба за существование. — Интернет, электронная версия (http://www.ggause.com/

titpagru.htm). Глава 6. — http://www.ggause.com/gaurus06. htm.
19. *Gilpin M.E.* Do hares eat lynx? // Amer. Naturalist. — 1973. — V. 107, № 957. — P. 727—730.
20. *Цит.* по: Розенберг Г.С., Рянский Ф.Н. Теоретическая и прикладная экология: Учебное пособие. — 2-е изд. — Нижневартовск: Изд-во Нижневарт. пед. ин-та, 2005. — 292 с.
21. *Малинецкий Г.Г., Курдюмов С.П.* Нелинейная динамика и проблемы прогноза // Вестник РАН. — 2001. — **71**, №3. — С. 210—213.
22. *Verhulst P.F.* Recherches Mathematiques sur La Loi D'Accroissement de la Population // Nouveaux Memoires de l'Academie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles. — 1845. — 18, Art. 1. — P. 1—45.
23. *Базыкин А.Д.* Математическая биофизика взаимодействующих популяций. — М.: Наука, 1985. — 181 с.
24. *Сидоров Ю.І.* Використання рівняння Моно для ітераційного розрахунку періодичних процесів ферментації // Біотехнологія. — 2010. — Т. 3, № 1. — С. 56—60.
25. *Сидоров Ю.І., Козик В.В.* Застосування рівняння Моно для опису динаміки появи інновацій // Актуальні проблеми економіки. — 2010. — № 3. — С. 268—274.
26. *Колесов Ю.С.* Математические модели экологии // В сб.: Исследования по устойчивости и теории колебаний. — Ярославль: Изд-во ЯрГУ, 1979. — С. 3—40.
27. *Музычук О.В.* Вероятностные характеристики системы «хищник—жертва» со случайно изменяющимися параметрами // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 1997. — Т. 5, № 2. — С. 80—86.
28. *Гардинер К.В.* Стохастические методы в естественных науках. — М.: Мир, 1986. — 528 с.
29. *Ayala F.G., Gilpin M.E., Ehrenfeld J.G.* Competition between species: theoretical models and experimental tests // Theoret. popul. biol. — 1974. — V. 4, № 3. — P. 331—356.
30. *Кипятков В.Е.* Практикум по математическому моделированию в популяционной экологии (учебное пособие). — С.-Пб: С.-Петерб. гос. ун-т, 2002. — 62 с.
31. *Holling C.S.* Some characteristics of simple types of predation and parasitism // Canadian Entomologist. — 1959. — V. 91. — P. 385—398.
32. *Tanner J.T.* The stability and the in trinsic growth rates of prey and predator populations // Ecology. — 1975. — V. 56. — P. 855—867.
33. *Колмогоров А.Н.* Качественное изучение математических моделей динамики популяций // Проблемы кибернетики. — 1972. — Вып. 25. — С. 100—106.
34. *Rosenzweig M.L., MacArthur R.H.* Graphycal representation and stability conditions of predator- prey interactions // Amer. Natur. — 1963. — V. 97. — P. 209—223.
35. *Зульпукаров М.-Г.М., Малинецкий Г.Г., Подлазов А.В.* Метод русел и джокеров на примере исследования системы Розенцвейга-Макартура (2006). — http://www.keldysh.ru/ papers/ 2006/prep21.
36. *Базыкин А.Д.* Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. — М.: Институт компьютерных исследований, 2003. — 368 с.
37. *Белых В.Н.* Элементарное введение в качественную теорию и теорию бифуркаций динамических систем // Соровский образовательный журнал. — 1997. — № 1. — С. 115—121.
38. *Блюмин С.Л., Шмырин А.М.* Окрестностные системы. — Липецк: Липецкий эколого-гуманитарный институт, 2005. — 132 с.
39. *Зайцев В.В., Карлов-младший А.В., Телегин С.С.* ДВ-модель системы «хищник-жертва» // Вестник СамГУ — Естественнонаучная серия. — 2009. — Т. 72, № 6. — С. 139—148.
40. *Гостев А.* Экономика намерений. — http://www.dmdays.com.ua/biblioteka/ 256.html.
41. *Козик В.В., Сидоров Ю.І., Скворцов І.Б., Тарасовська О.Б.* Застосування моделі Лоткі-Вольтерра для опису дуопольно-дуопсонієвої конкуренції // Актуальні проблеми економіки. — 2010. — №2(104). — С. 252—260.
42. *Тарасовська О.Б., Козик В.В., Сидоров Ю.І.* Прогнозування внутрішньофірмової товарної конкуренції // У зб.: Економіка: проблеми теорії та практики. — Дніпропетровськ: ДНУ, 2009. — Т. IX, випуск 255. — С. 2307—2311.
43. *Борт Дж.* Прикосновение царя Мидаса. — http://www.osp.ru/ cw/1996/23/12375.
44. *Никольский С.О.* Моделирование оценки характеристик надежности банковских тиражных программ систем на основе нейросетевых технологий // Автореферат канд. дис. — Брянск: ГОУВПО «Брянский государственный технический университет», 2006. — 20 с.
45. *Silverberg G.* Evolutionary Modeling in Economics: Recent History and Immediate Prospects // Prepared for the workshop on «Evolutionary Economics as a Scientific Research Programme», Stockholm, May 26—27, 1997. — 17 p. — http://www.merit.unu.edu/ publications/ rmpdf/1997/rm1997-013.pdf.
46. *Цисарь И.Ф., Нейман В.Г.* Компьютерное моделирование экономики. — М.: Диалог-МИФИ, 2008. — 384 с.
47. *Scholz R., Pyka A.* A Schumpeterian Model of Energy Markets. — 2009. — V. 40 (5). — P. 418—440.

В.В. Козик, Ю.И. Сидоров

ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ ТИПА «*ХИЩНИК—ЖЕРТВА*» В ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ПРАКТИКЕ

Рассмотрены причины, из-за которых классические и модифицированные модели типа «*хищник—жертва*»

не приобрели распространения в среде экономистов-практиков. Это слишком большая упрощенность классических моделей и слишком большая сложность модифицированных дискретных моделей, их большое разнообразие, которое не позволяет адекватно избрать конкретную модель, описать и спрогнозировать поведение реальных экономических систем, элементы которых к тому же находятся в сложных взаимоотношениях. Перспективным прогностическим методом анализа экономических ситуаций на основе разных моделей есть симуляционное компьютерное моделирование. При этом в симуляционных исследованиях модель «хищник—жертва» может занять достойное место в ряду многих правил-рутин, за которыми создается компьютерная модель.

Ключевые слова: модель «хищник-жертва», прогнозирование, компьютерная симуляция экономических задач.

V.V. Kozik, Y.I. Sidorov

PROBLEMS OF «*PREDATOR—PREY*» MODEL USE IN ECONOMIC PRACTICE

Reasons of classic and the modified models of «predator—prey» type are not disseminated among practical economists are considered. They are — essential simplification of classic model and complication of the modified discrete models, their large variety, that does not allow adequate choosing of concrete model, describing and forecasting the behaviour of the real economic systems, elements of which have difficult mutual relations. Simulation computer design is a perspective prognostic method of analysis of economic situations on the base of various models. Thus the model of «predator—prey» can find a deserving place in a number of rules-routines by which a computer model is created.

Key words: «predator-prey» model, forecasting, computer simulation of economic problems.

Надійшла до редакції 23.06.10