



УДК 539.3

<http://dx.doi.org/dopovidi2016.03.038>

А. М. Багно

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев

E-mail: desc@inmech.kiev.ua

О квазилэмбовских волнах в системе слой идеальной жидкости — сжимаемый упругий слой с начальными напряжениями

(Представлено академиком НАН Украины А. Н. Гузем)

На основании трехмерных линеаризованных уравнений теории упругости конечных деформаций для твердого тела и трехмерных линеаризованных уравнений Эйлера для идеальной сжимаемой жидкости построены дисперсионные кривые нормальных квазилэмбовских волн в гидроупругой системе в широком диапазоне частот. Проанализировано влияние начальных напряжений в предварительно деформированном сжимаемом упругом слое, а также толщины слоя жидкости на фазовые скорости квазилэмбовских мод в гидроупругом волноводе. Числовые результаты приведены в виде графиков и дан их анализ.

Ключевые слова: дисперсия волн, сжимаемый упругий слой, слой идеальной сжимаемой жидкости, начальные напряжения.

Волны, распространяющиеся вдоль границы контакта слоя жидкости и упругого слоя, являются в определенном смысле обобщением основательно исследованных основных типов акустических волн: Рэлея, Стоунли, Лява и Лэмба. Интерес к таким задачам связан с тем, что указанные волновые процессы являются определяющими и широко используются в сейсмологии, акустоэлектронике, гидроакустике, дефектоскопии, нетравматических и неразрушающих ультразвуковых методах контроля и диагностике, а также и в других областях. Обзор работ и анализ результатов, полученных в рамках классической теории упругости, приведены в [1, 2]. Вместе с тем, значительное практическое использование поверхностных волн ставит задачу более полного учета реальных свойств сред. К числу таких факторов принадлежат начальные напряжения. Созданные целенаправленно или возникшие в результате технологических операций при изготовлении они оказывают существенное влияние на

волновые процессы. Рассмотренные задачи и результаты, полученные с учетом в телах начальных напряжений, приведены в [3–12].

В настоящей работе для исследования распространения волн в упругом слое, подверженном большим (конечным) начальным деформациям, и взаимодействующем со слоем идеальной сжимаемой жидкости, привлекаются модель предварительно напряженного тела и модель покоящейся идеальной сжимаемой жидкости. При этом используются трехмерные линейаризованные уравнения теории упругости конечных деформаций для упругого тела и трехмерные линейаризованные уравнения Эйлера для идеальной сжимаемой жидкости. В качестве подхода выбраны постановки задач и метод, основанные на применении представлений общих решений уравнений движения упругого тела и жидкости, предложенные в работах [4–8].

Постановка задачи. Рассмотрим задачу о распространении акустических волн в гидроупругой системе, состоящей из упругого сжимаемого слоя, подверженного большим (конечным) начальным деформациям, и слоя идеальной сжимаемой жидкости. Решение получим с привлечением трехмерных линейаризованных уравнений теории упругости при конечных деформациях для твердого тела и линейаризованных уравнений Эйлера для жидкости, находящейся в состоянии покоя.

Далее предположим, что нелинейно–упругое тело, упругий потенциал которого является произвольной дважды непрерывно-дифференцируемой функцией компонент тензора деформаций Грина, занимает объем: $-\infty < z_1 < \infty$, $-h_2 \leq z_2 \leq 0$, $-\infty < z_3 < \infty$ и контактирует со слоем идеальной сжимаемой жидкости, заполняющей объем: $-\infty < z_1 < \infty$, $0 \leq z_2 \leq h_1$, $-\infty < z_3 < \infty$. Будем считать, что волна, бегущая в направлении оси oz_1 , и возмущения, ее вызывающие, не зависят от переменной z_3 . В этом случае задача будет плоской и можно ограничиться изучением процесса распространения волн в плоскости oz_1z_2 . Следовательно, указанная задача сводится к решению системы уравнений движения упругого тела и жидкости при следующих динамических

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_1|_{z_2=0} &= 0, & \tilde{Q}_2|_{z_2=0} &= P_2|_{z_2=0}, \\ \tilde{Q}_1|_{z_2=-h_2} &= 0, & \tilde{Q}_2|_{z_2=-h_2} &= 0, & \tilde{P}_2|_{z_2=h_1} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

и кинематическом

$$v_2|_{z_2=0} = \frac{\partial u_2}{\partial t}|_{z_2=0} \quad (2)$$

граничных условиях.

В дальнейшем воспользуемся представлениями общих решений, полученными в работах [4–8]. Для плоского случая общие решения будут иметь вид:

$$u_1 = -\frac{\partial^2 \chi_1}{\partial z_1 \partial z_2}, \quad (3)$$

$$u_2 = \frac{(\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0)}{\lambda_2^2 (a_{12} + \mu_{12})} \left[\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\lambda_2^2 (\lambda_1^2 \mu_{12} + s_{22}^0)}{\lambda_1^2 (\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \frac{\rho}{\lambda_1^2 (\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \chi_1;$$

$$v_1 = \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial z_1 \partial t}, \quad v_2 = \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial z_2 \partial t}, \quad (4)$$

где введенные функции χ_1 и χ_2 являются решениями следующих уравнений:

$$\left\{ \left[\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\lambda_2^2(\lambda_1^2\mu_{12} + s_{22}^0)}{\lambda_1^2(\lambda_1^2a_{11} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \frac{\rho}{\lambda_1^2(\lambda_1^2a_{11} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \left[\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\lambda_2^2(\lambda_2^2a_{22} + s_{22}^0)}{\lambda_1^2(\lambda_2^2\mu_{12} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \frac{\rho}{\lambda_1^2(\lambda_2^2\mu_{12} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] - \frac{\lambda_2^4(a_{12} + \mu_{12})^2}{(\lambda_1^2a_{11} + s_{11}^0)(\lambda_2^2\mu_{12} + s_{11}^0)} \frac{\partial^4}{\partial z_1^2\partial z_2^2} \right\} \chi_1 = 0; \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \chi_2 = 0. \quad (6)$$

Здесь введены следующие обозначения: u_i — компоненты вектора перемещений упругого тела; ρ — плотность материала упругого тела; λ_i — удлинения упругого слоя в направлениях координатных осей; a_{ij} и μ_{ij} — величины, которые определяются из уравнений состояния и зависят от вида упругого потенциала [4–8, 12]; $\bar{\sigma}_{ii}^0$ ($s_{ii}^0 = \lambda_1\lambda_2\lambda_3\bar{\sigma}_{ii}^0/\lambda_i^2$) — начальные напряжения в упругом теле; v_i — компоненты вектора возмущения скорости жидкости; ρ_0 и a_0 — плотность и скорость звука в жидкости в состоянии покоя; \tilde{P}_j и \tilde{Q}_j — составляющие напряжений соответственно в жидкости и упругом теле.

Далее параметры, характеризующие процесс распространения волн, разыскиваются в классе бегущих волн и выбираются в виде:

$$\chi_j = X_j(z_2) \exp[i(kz_1 - \omega t)], j = \overline{1, 2}, \quad (7)$$

где k — волновое число; ω — круговая частота.

В дальнейшем решаются две задачи Штурма–Лиувилля на собственные значения для уравнений движения упругого тела и жидкости, а также находятся соответствующие собственные функции. После подстановки решений в граничные условия (1) и (2) получаем однородную систему линейных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных. Исходя из условия существования нетривиального решения, приравнивая определитель системы к нулю, получаем дисперсионное уравнение

$$\det \left\| e_{mn} \left(c_\sigma, \lambda_i, a_{ij}, \mu_{ij}, s_{ii}^0, \rho_0, a_0, \frac{\omega h_1}{c_s}, \frac{\omega h_2}{c_s} \right) \right\| = 0, \quad m, n = \overline{1, 6}, \quad (8)$$

где c_σ — фазовая скорость нормальных волн в предварительно напряженном слое; c_s ($c_s^2 = \mu/\rho$) — скорость волны сдвига в ненапряженном упругом теле; μ — модуль сдвига материала упругого тела; h_1 — толщина слоя жидкости; h_2 — толщина упругого слоя.

Отметим, что дисперсионное уравнение (8) не зависит от формы упругого потенциала и получено для сжимаемых упругих тел, подверженных большим (конечным) начальным деформациям. Оно является наиболее общим и из него можно получить соотношения для ряда частных случаев [3–11]. Если положить $\bar{\sigma}_{ii}^0 = 0$, то получим равенства для основательно исследованных в рамках классической теории упругости волн Рэлея, Стоунли и Лэмба [1, 2].

Числовые результаты и их анализ. В дальнейшем дисперсионное уравнение (8) решалось численно. При этом расчеты проводились для двух гидроупругих систем. Первая состояла из органического стекла и воды. Она характеризовалась следующими параметрами: упругий слой — $\rho = 1160$ кг/м³, $\lambda = 3,96 \cdot 10^9$ Па, $\mu = 1,86 \cdot 10^9$ Па; слой жидкости — $\rho_0 = 1000$ кг/м³, $a_0 = 1459,5$ м/с, $\bar{a}_0 = a_0/c_s = 1,152595$. Вторая представляла собой волновод из стали марки 09Г2С и воды. При этом параметры выбирались такими: упругий слой —

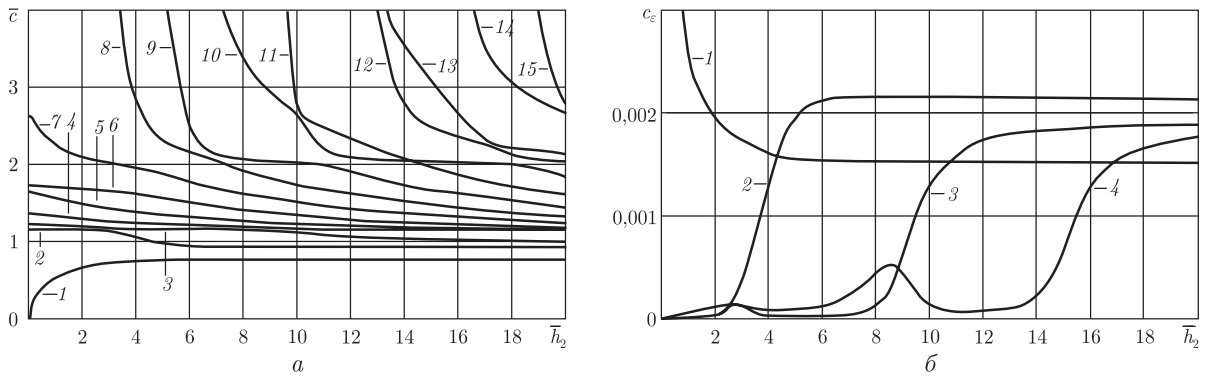


Рис. 1

$\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$, $\lambda = 9,26 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, $\mu = 7,75 \cdot 10^{10} \text{ Па}$; слой жидкости — $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$, $a_0 = 1459,5 \text{ м/с}$, $\bar{a}_0 = a_0/c_s = 0,463021$.

Заметим, что уравнение (8) выведено без введения каких-либо дополнительных ограничений к виду функции упругого потенциала, поэтому оно справедливо для упругих потенциалов произвольной формы. В данной работе для описания упругих свойств органическое стекло и стали использовался трехинвариантный потенциал Мурнагана [12]. При рассмотрении конкретного примера и численного решения уравнения (8) учитывалось то, что органическое стекло и сталь, не разрушаясь, не допускают больших деформаций и поэтому коэффициенты уравнений состояния a_{ij} и μ_{ij} определялись в рамках линейного акустического приближения [12]. Результаты вычислений представлены на рис. 1–4.

На рис. 1, а–2, а приведены результаты численных расчетов для упруго-жидкостной системы, состоящей из органического стекла и воды.

На рис. 1, а изображены дисперсионные кривые для гидроупругого волновода, отражающие зависимости безразмерных величин фазовых скоростей мод \bar{c} ($\bar{c} = c/c_s$) от безразмерной величины толщины упругого слоя (частоты) \bar{h}_2 ($\bar{h}_2 = \omega h_2/c_s$) для “толстого” жидкого слоя с толщиной, равной 20 ($\bar{h}_1 = \omega h_1/c_s = 20$) при отсутствии начальных деформаций.

Характер влияния предварительного растяжения ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0,004$) на скорости нормальных волн в упруго-жидкостной системе иллюстрируют графики на рис. 1, б и 2, а, где представлены зависимости относительных изменений величин фазовых скоростей c_ε ($c_\varepsilon = (\bar{c}_\sigma - \bar{c})/\bar{c}$, \bar{c}_σ — фазовая скорость мод в предварительно напряженном слое; \bar{c} — фазовая скорость нормальных волн в упругом слое при отсутствии начальных деформаций) от толщины упругого слоя (частоты) \bar{h}_2 . На этом рисунке представлены кривые для гидроупругого волновода, толщина жидкого слоя которого $\bar{h}_1 = 20$.

Графики для гидроупругой системы (рис. 1, а) показывают, что при росте толщины упругого слоя (частоты) \bar{h}_2 скорость моды 1 стремится к скорости волны Стоунли \bar{c}_{st} ($\bar{c}_{st} = c_{st}/c_s = 0,77171$) снизу, а скорость моды 2 — к скорости волны Рэлея \bar{c}_R ($\bar{c}_R = c_R/c_s = 0,93356$) сверху. Моды более высокого порядка распространяются в упругом слое в его толще с фазовыми скоростями, стремящимися с ростом частоты (толщины) к скорости волны сдвига в материале упругого тела.

Из графиков, приведенных на рис. 1, б и 2, а, следует, что начальное растяжение упругого слоя ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0,004$) приводит к повышению фазовых скоростей мод 1–7. Скорости всех высших мод 8–15 в окрестности частот их зарождения становятся меньше скоростей соответствующих мод в слое без начальных напряжений. Нетрудно видеть, что для мод,

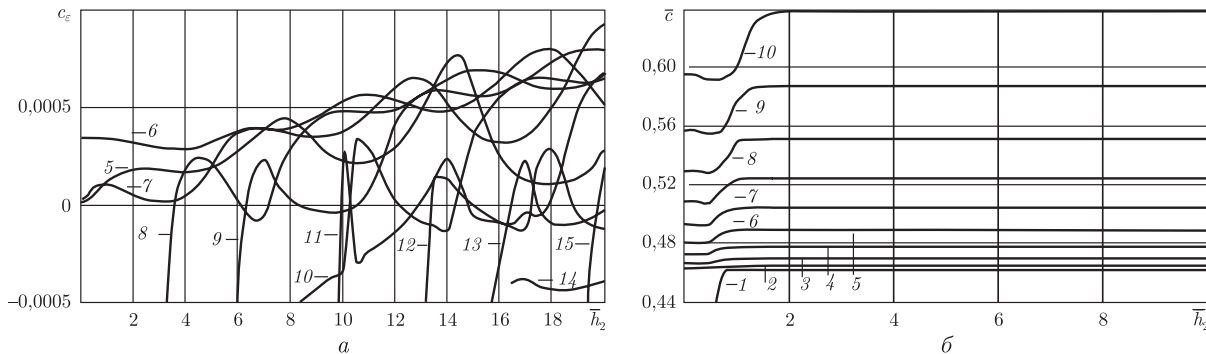


Рис. 2

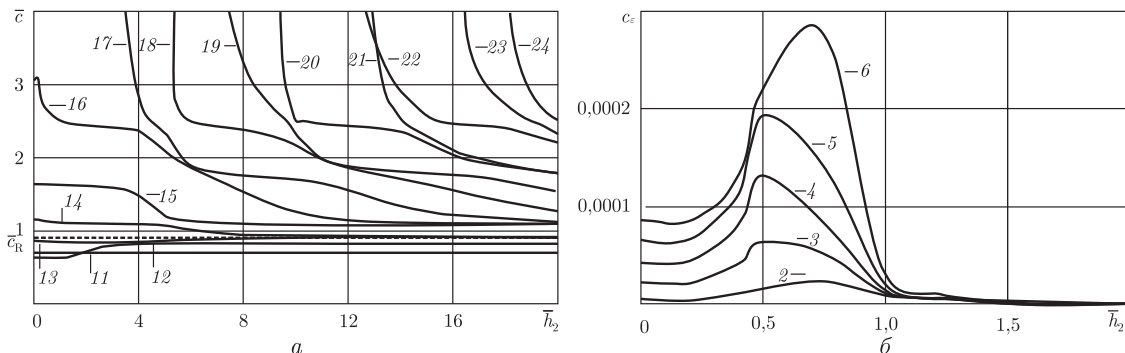


Рис. 3

начиная с восьмой, и дальше для всех последующих существуют толщины упругого слоя и определенные частоты, при которых предварительные деформации не влияют на их фазовые скорости. В рассматриваемом здесь случае гидроупругой системы с “толстым” жидким слоем каждая мода 8–10 имеет три такие частоты. Следующие нормальные волны высокого порядка имеют по пять таких частот.

Графический материал, полученный в результате численных вычислений для системы сталь 09Г2С — вода, представлен на рис. 2, б–4, б.

В частности, на рис. 2, б и 3, а приведены дисперсионные кривые для гидроупругого волновода, отражающие зависимости безразмерных величин фазовых скоростей мод \bar{c} от безразмерной величины толщины упругого слоя (частоты) \bar{h}_2 для “толстого” жидкого слоя с толщиной, равной 20 при отсутствии начальных деформаций. При этом на рис. 2, б приведены дисперсионные кривые для первых 10-ти мод. Дисперсионные кривые для мод 11–24 изображены на рис. 3, а.

Характер влияния предварительного растяжения ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0,004$) на скорости нормальных волн в упруго-жидкостной системе иллюстрируют рис. 3, б–4, б, где представлены зависимости относительных изменений величин фазовых скоростей c_ε от толщины упругого слоя (частоты) \bar{h}_2 . На этих рисунках представлены кривые для гидроупругого волновода, толщина жидкого слоя которого равняется 20. Зависимости фазовых скоростей от начального растяжения для мод 2–6 приведены на рис. 3, б. Влияние начальных напряжений на скорости мод 1, 7–10 отражают графики на рис. 4, а. Зависимости относительных изменений величин фазовых скоростей c_ε мод 11–24 от толщины упругого слоя (частоты) представлены на рис. 4, б.

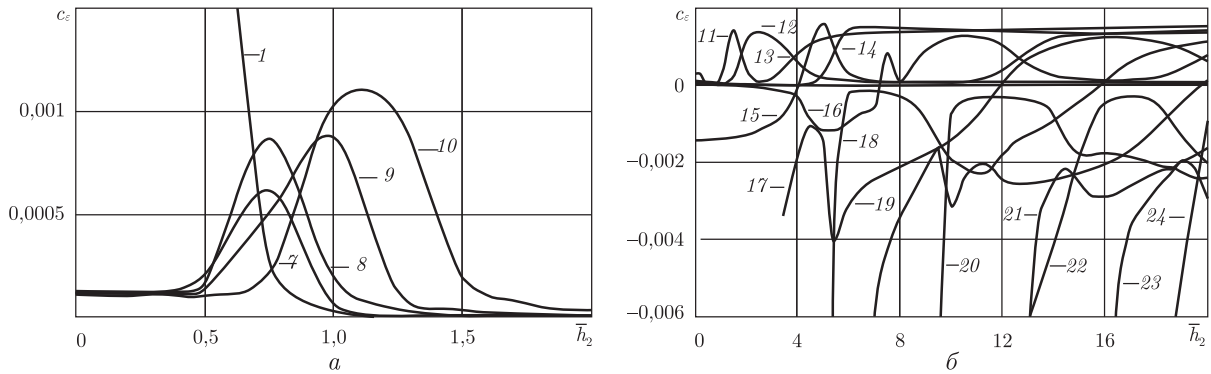


Рис. 4

Графический материал для гидроупругой системы, приведенный на рис. 2, б, показывает, что при росте толщины упругого слоя (частоты) \bar{h}_2 скорость моды 1 стремится снизиться к скорости волны Стоунли \bar{c}_{st} ($\bar{c}_{st} = 0,463006$), которая несколько меньше скорости волны звука в жидкой среде \bar{a}_0 ($\bar{a}_0 = 0,463021$). Величины фазовых скоростей мод 2–10 стремятся к скоростям волн, значения которых больше скорости волны звука в жидкости $\bar{a}_0 = 0,463021$, но меньше скорости квазирэлеевской волны \bar{c}_R ($\bar{c}_R = 0,923008$). Характерной особенностью дисперсионных кривых этих нормальных волн является наличие у них нулевых частот запыриания. Кроме того, по мере уменьшения длины волны и удаления от частот зарождения они становятся почти бездисперсионными.

Из рис. 3, а следует, что скорость моды 13 с увеличением частоты (толщины) стремится к скорости волны Рэлея \bar{c}_R ($\bar{c}_R = 0,923008$) снизу, а фазовая скорость моды 14 — к скорости волны Рэлея \bar{c}_R сверху. Фазовые скорости всех последующих мод высокого порядка с возрастанием частоты (толщины) стремятся к скорости волны сдвига в материале упругого тела.

Из графиков, приведенных на рис. 3, б–4, б, следует, что начальное растяжение упругого слоя ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0,004$) приводит к повышению фазовых скоростей мод 1–14. Скорости всех высших мод 15–24 в окрестности частот их зарождения становятся меньше величин скоростей, соответствующих волн в слое без начальных напряжений. Как видно, для мод, начиная с 15, и дальше для всех последующих, существуют толщины упругого слоя и определенные частоты, при которых предварительное деформирование не влияет на их фазовые скорости. В рассматриваемом здесь случае гидроупругой системы с “толстым” жидким слоем каждая мода из 15–24 имеет по одной такой частоте.

Особенности влияния начальных напряжений на фазовые скорости и дисперсию нормальных волн в гидроупругих волноводах. Как показано в работе [9], в упругом волноводе начальные растяжения вызывают изменение частот зарождения мод и смещение их дисперсионных кривых. Это приводит к тому, что в окрестности критических частот значения фазовых скоростей мод Лэмба в предварительно деформированном слое могут быть как меньше, так и больше величин фазовых скоростей соответствующих мод в теле без начальных напряжений. Этим обусловлено также то, что в спектре упругого волновода появляются частоты (толщины), при которых начальные напряжения не оказывают влияния на значения фазовых скоростей ряда нормальных волн Лэмба.

В гидроупругой системе органическое стекло – вода начальное растяжение приводит к смещению дисперсионных кривых мод в длинноволновую часть спектра и вызывает изменение их конфигурации. Масштаб этих изменений зависит от номера моды. Для мод более

высокого порядка эти изменения становятся более значительными. Это приводит к тому, что у низших мод возникает по одной частоте, при которой их фазовые скорости не зависят от начального растяжения. У мод более высокого порядка количество таких частот возрастает.

В случае гидроупругой системы сталь – вода предварительное растяжение также обуславливает сдвиг дисперсионных кривых в длинноволновую часть спектра и изменение их конфигурации. В отличие от органического стекла и воды в этой гидроупругой системе начальное напряжение вызывает “растягивание” дисперсионных кривых мод. Поэтому у мод независимо от их номера возникает по одной частоте (толщине), при которой их фазовые скорости не зависят от предварительного деформирования.

Локализационные свойства низших мод в гидроупругих волноводах. Графики, приведенные на рис. 1, *a* для упруго-жидкостной системы органическое стекло – вода, показывают, что в гидроупругом волноводе при росте толщины упругого слоя (частоты) \bar{h}_2 скорость первой моды 1, распространяющейся вдоль границы контакта сред, стремится к скорости волны Стоунли \bar{c}_{st} ($\bar{c}_{st} = 0,77171$) снизу. Относительно поведения этой моды в высокочастотной части спектра необходимо отметить следующее. Как показано в работе [13], фазовая скорость и структура волны Стоунли при взаимодействии твердого и жидкого полупространств зависят от механических параметров гидроупругой системы и определяются соотношением между скоростью волны звука в жидкости и скоростью волны Рэля в твердом полупространстве. В рассматриваемом случае механические параметры гидроупругой системы органическое стекло – вода таковы, что скорость распространения звуковой волны в жидкости \bar{a}_0 ($\bar{a}_0 = 1,152595$) больше скорости квазирэлеевской волны \bar{c}_R ($\bar{c}_R = 0,93356$). Согласно результатам, полученным в работе [13] для волн Стоунли, это приводит к тому, что в высокочастотной части спектра глубина проникновения квазиповерхностной моды 1 (волна типа Стоунли) в упругое тело больше глубины проникновения в жидкость. Поэтому мода 1, распространяясь вдоль границы контакта сред, локализуется преимущественно в приповерхностной области упругого слоя. Скорость моды 2, распространяющейся в упругом слое вдоль его свободной границы, стремится к скорости волны Рэля \bar{c}_R ($\bar{c}_R = 0,93356$) сверху. Скорости всех мод высокого порядка стремятся к скорости волны сдвига в материале твердого тела \bar{c}_s . При этом с ростом частоты (толщины) в них преобладают поперечные смещения, амплитуда которых на поверхностях слоя стремится к нулю по сравнению с их амплитудами в толще слоя, т.е. движения в модах высокого порядка смещаются от поверхности внутрь слоя и локализуются в его толще [1].

Таким образом, анализ показывает, что в данной упруго-жидкостной системе низшие моды проникают в твердое тело и также, как и моды более высокого порядка, распространяются преимущественно в упругом слое. Этим объясняется влияние начальных напряжений на фазовые скорости всех мод. При этом упругий слой является определяющим в формировании волнового поля и основным волноводом, по которому распространяются волновые возмущения и осуществляется перенос большей части энергии волн.

Графики, приведенные на рис. 2, *б* и 3, *a* для упруго-жидкостной системы сталь–вода, показывают, что в гидроупругом волноводе при росте толщины упругого слоя (частоты) \bar{h}_2 скорость моды 1, распространяющейся вдоль границы контакта сред, стремится к скорости волны Стоунли \bar{c}_{st} ($\bar{c}_{st} = 0,463006$) снизу. При этом в рассматриваемом случае механические параметры гидроупругой системы сталь – вода таковы, что скорость распространения волны звука в жидкости \bar{a}_0 ($\bar{a}_0 = 0,463021$) меньше скорости квазирэлеевской волны \bar{c}_R ($\bar{c}_R = 0,923008$). Согласно результатам, полученным в работе [13] для волн Стоунли,

это приводит к тому, что в высокочастотной части спектра глубина проникновения квазиповерхностной моды 1 (волна типа Стоунли) в жидкость значительно больше глубины проникновения в упругое тело. Поэтому мода 1, распространяясь вдоль границы контакта сред, локализуется преимущественно в приповерхностной области жидкого слоя. Это относится и к модам 2–12, которые также распространяются в жидкости. Вследствие того, что ни одна из низших мод не проникает в твердое тело поверхность упругого слоя, граничащая с жидкостью, остается свободной. В этой области распространяется мода 13. Скорость этой моды, распространяющейся вдоль границы контакта сред в приповерхностной области упругого слоя, стремится к скорости волны Рэлея \bar{c}_R ($\bar{c}_R = 0,923008$) снизу, как и в случае твердого слоя, невзаимодействующего с жидкостью. Скорость моды 14, распространяющейся в упругом слое вдоль его свободной границы, стремится к скорости волны Рэлея \bar{c}_R ($\bar{c}_R = 0,923008$) сверху. Скорости всех мод более высокого порядка стремятся к скорости волны сдвига в материале твердого тела и, как указывалось выше, их движения локализуются в толще упругого слоя.

Таким образом, анализ показывает, что в данной упруго-жидкостной системе не только первая мода, но и низшие моды со 2 по 12, возникшие в результате взаимодействия с жидкостью, не проникают в твердое тело и распространяются вдоль границы контакта сред преимущественно в приповерхностной области жидкости. Этим объясняется слабое влияние упругого слоя и начальных напряжений на фазовые скорости, а также дисперсию этих мод. Все остальные моды более высокого порядка распространяются в упругом слое в его толще. Скорости их с возрастанием частоты (толщины) стремятся к скорости волны сдвига в материале твердого тела. В этом случае волноводами для распространения нормальных волн и переноса волновой энергии служат как упругий, так и жидкий слой.

В заключение отметим, что наличие жидкого слоя приводит к появлению новых нормальных квазилэмбовских волн. Возникающие моды имеют нулевые частоты запираания. Воздействие жидкости проявляется в изменении критических частот и конфигурации дисперсионных кривых, а также в смещении их в длинноволновую часть спектра. Жидкость не оказывает влияния на распределение мод среди сред. Локализация низших мод в системе слой жидкости – упругий слой зависит от механических параметров гидроупругой системы. Основным критерием распределения низших нормальных волн в средах является соотношение между величинами скоростей волны звука в слое жидкости и квазиэрлеевской волны, распространяющейся вдоль свободной поверхности упругого слоя.

Цитированная литература

1. *Викторов И. А.* Звуковые поверхностные волны в твердых телах. – Москва: Наука, 1981. – 288 с.
2. *Кузнецов С. В.* Волны Лэмба в анизотропных пластинах (обзор) // *Акуст. журн.* – 2014. – **60**, № 1. – С. 90–100.
3. *Bagno A. M., Guz A. N.* Elastic waves in pre-stressed bodies interacting with a fluid (survey) // *Int. Appl. Mech.* – 1997. – **33**, No 6. – P. 435–463.
4. *Guz A. N.* Aerohydroelasticity problems for bodies with initial stresses // *Int. Appl. Mech.* – 1980. – **16**, No 3. – P. 175–190.
5. *Гузь А. Н.* Упругие волны в телах с начальными напряжениями. В 2-х томах. – Киев: Наук. думка, 1986.
6. *Гузь А. Н.* Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями. – Киев: А. С. К., 2004. – 672 с.
7. *Гузь А. Н.* Динамика сжимаемой вязкой жидкости. – Киев: А. С. К., 1998. – 350 с.
8. *Guz A. N.* Dynamics of compressible viscous fluid. – Cambridge Scientific Publishers, 2009. – 428 p.

9. Гузь А. Н., Жук А. П., Махорт Ф. Г. Волны в слое с начальными напряжениями. – Киев: Наук. думка, 1976. – 104 с.
10. Бабич С. Ю., Гузь А. Н., Жук А. П. Упругие волны в телах с начальными напряжениями // Прикл. механика. – 1979. – **15**, № 4. – С. 3–23.
11. Жук А. П. Волны Стоунли в среде с начальными напряжениями // Прикл. механика. – 1980. – **16**, № 1. – С. 113–116.
12. Гузь А. Н., Махорт Ф. Г., Гуца О. И. Введение в акустоупругость. – Киев: Наук. думка, 1977. – 152 с.
13. Волькенштейн М. М., Левин В. М. Структура волны Стоунли на границе вязкой жидкости и твердого тела // Акуст. журн. – 1988. – **34**, № 4. – С. 608–615.

References

1. Viktorov I. A. Sound surface waves in solids, Moscow: Nauka, 1981 (in Russian).
2. Kuznetsov S. V. Acoustic J., 2014, **60**, No 1: 90–100 (in Russian).
3. Bagno A. M., Guz A. N. Int. Appl. Mech., 1997, **33**, No 6: 435–463.
4. Guz A. N. Int. Appl. Mech., 1980, **16**, No 3: 175–190.
5. Guz A. N. Elastic waves in bodies with initial stresses. In 2 Vol., Kiev: Nauk. Dumka, 1986 (in Russian).
6. Guz A. N. Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses, Kiev: A.C.K., 2004 (in Russian).
7. Guz A. N. Dynamics of compressible viscous fluid, Kiev: A.C.K., 1998 (in Russian).
8. Guz A. N. Dynamics of compressible viscous fluid, Cambridge Scientific Publishers, 2009.
9. Guz A. N., Zhuk A. P., Makhort F. G. Waves in layer with initial stresses, Kiev: Nauk. Dumka, 1976 (in Russian).
10. Babich S. Y., Guz A. N., Zhuk A. P. J. Appl. Mech., 1979, **15**, No 4: 3–23 (in Russian).
11. Zhuk A. P. J. Appl. Mech., 1980, **16**, No 1: 113–116 (in Russian).
12. Guz A. N., Makhort F. G., Guscha O. I. Introduction in acoustoelasticity, Kiev: Nauk. Dumka, 1977 (in Russian).
13. Volkenstein M. M., Levin V. M. Acoustic J., 1988, **34**, No 4: 608–615 (in Russian).

Поступило в редакцию 07.09.2015

О. М. Багно

Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, Київ

E-mail: desc@inmech.kiev.ua

Про квазілембовські хвилі у системі шар ідеальної рідини – стисливий пружний шар з початковими напруженнями

На основі тривимірних лінеаризованих рівнянь теорії пружності скінченних деформацій для твердого тіла та тривимірних лінеаризованих рівнянь Ейлера для ідеальної стисливої рідини побудовані дисперсійні криві нормальних квазілембовських хвиль у гідропружній системі в широкому діапазоні частот. Проаналізовано вплив початкових напружень у попередньо деформованому стисливому пружному шарі, а також товщини шару рідини на фазові швидкості квазілембовських мод у гідропружньому хвилеводі. Числові результати наведено у вигляді графіків та дано їх аналіз.

Ключові слова: дисперсія хвиль, стисливий пружний шар, шар ідеальної стисливої рідини, початкові напруження.

O. M. Bahno

S. P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kiev

E-mail: desc@inmech.kiev.ua

On quasi-Lamb waves in the system “a layer of ideal fluid–a compressible elastic layer with initial stresses”

Basing on the three-dimensional linearized equations of the elasticity theory of finite deformations for a solid and the three-dimensional linearized Euler equations for an ideal compressible fluid, the dispersion curves of quasi-Lamb normal waves in a hydroelastic system are constructed in a wide range of frequencies. The effects of initial stresses in the pre-deformed compressible elastic layer and the fluid layer thickness on the phase velocities of the quasi-Lamb modes in a hydroelastic waveguide are analyzed. The numerical results are presented in the form of graphs, and their analysis is given.

Keywords: dispersion of waves, compressible elastic layer, layer of ideal compressible fluid, initial stresses.