

**С. В. Серебрякова**

Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, Київ

E-mail: svitlana.pustova@gmail.com

## Застосування циклічних систем обслуговування

(Представлено академіком НАН України I. M. Коваленком)

У статті розглядаються циклічні системи обслуговування із обслуговуванням викликів у порядку їх надходження та їх застосування до дослідження різноманітних систем: центрів обслуговування викликів, резонаторів, систем оптичної буферизації. Обґрунтовано адекватність моделей циклічних систем.

**Ключові слова:** система масового обслуговування, циклічна система обслуговування, система обслуговування з поверненнями, FCFS-дисципліна обслуговування, орбіта.

Системи масового обслуговування (СМО) з поверненням викликів [1] отримали значне розповсюдження у дослідженнях реальних систем, оскільки дозволяють врахувати такий аспект функціонування як повторні вимоги. Такі системи характеризуються наступною поведінкою. Якщо у момент надходження виклику у системі відсутні вільні канали обслуговування та, за наявності, місця для очікування, то виклик не втрачається, а через певний випадковий проміжок часу (цикл) знову намагається отримати обслуговування. Тоді кажуть, що виклик пішов на орбіту — віртуальне середовище накопичення повторних вимог. Виклики, що надходять до системи вперше, називають первинними. Таким чином, системи з повторними викликами враховують залежність потоку повернень від первинного потоку вимог. Наявність повторних спроб обслуговування є невід'ємною рисою таких систем, ігнорування цього ефекту може привести до значних похибок під час прийняття інженерних рішень [2, 3].

За розширою схемою Кендалла СМО з поверненням заявок може бути представлена у вигляді  $A/B/s/m/O/H/K$ , де  $A$  і  $B$  — розподілі інтервалів часу між надходженням заявок до системи і обслуговуванням заявок відповідно,  $s$  — кількість каналів обслуговування,  $m$  — кількість місць очікування або розмір системи (кількість каналів і місць очікування),  $O$  — ємність орбіти (максимальна кількість викликів, які можуть знаходитись на орбіті),  $H$  — визначає модель з втратами, які можуть бути описані послідовністю  $(H_0, H_1, H_2, \dots)$ ;  $K$  — розподіл інтервалів часу між надходженнями повторних заявок до системи з орбіти (цикли орбіти). Якщо в позначеннях Кендалла для моделі СМО  $m, O, H, K$  відсутні, то приймається  $m = s, O = \infty, H = NL, K = M$ . У залежності від особливостей розглядуваної СМО до нотації Кендалла може додаватися словесний опис, що характеризує їх.

СМО з поверненнями також можуть відрізнятися за дисципліною обслуговування, яка визначає порядок обслуговування вимог і може бути різних типів: випадкове обслуговування, FCFS (first-come-first-served — першим прийшов, першим обслужений або обслуговування у порядку черги), LCFS (last-come-first-served — останнім прийшов, першим обслужений або обслуговування у порядку стека), обслуговування в залежності від часу очікування,

пріоритетне обслуговування та ін. Аналіз показників ефективності функціонування систем може значно ускладнитися в залежності від розглядуваної дисципліни.

Угорський математик Л. Лакатош [4] уперше дослідив СМО з циклічним очікуванням, відмінною рисою якої, у порівнянні зі звичайними СМО з поверненнями, є те, що заявки обслуговуються у порядку їх надходження: за наявності, вимоги з орбіти будуть обслуженні до викликів, що вперше надходять до системи.

У [5] автор дослідив одноканальну систему обслуговування, у якій первинний виклик обслуговується або у момент його надходження до системи (у випадку вільного каналу обслуговування та за відсутності викликів на орбіті), або через час, кратний деякому заданому інтервалу-циклу (за наявності повторних викликів). Дослідженю такої системи сприяло розглядання процесу посадки літаків, за якого літаки, що заходять на посадку, змушені очікувати певний визначений інтервал часу у зоні очікування (у разі зайнятості злітно-посадової смуги, існуванні загрози невиконання норм ешелонування або за наявності літаків, що вже очікують на посадку тощо): так зване циклічне очікування.

У [6] Л. Лакатош дослідив різноманітні узагальнення цієї моделі. Деякі моделі у випадку надходження вимог двох типів були досліджені Р. Караком [7]. У [8] досліджено СМО з циклічним очікуванням у режимі малого навантаження. У [9] циклічна система була застосована до дослідження буферів та ліній оптичної затримки. У [10] подано детальний огляд робіт Л. Лакатоша (циклічна система типу  $M/M/1$ ,  $Geom/Geom/1$ ,  $M/Unif/1$ , з відмовами), а також досліджено узагальнені моделі типу  $GI/G/1$  з  $T$ -поверненнями,  $GI/G/1$  з довільною орбітою (зокрема, подано умови ергодичності та стаціонарні характеристики). У [11] вивчається циклічна система, для якої виводяться формули для кількості вимог в системі і для часу очікування, визначено умову існування ергодичного розподілу.

Основою дослідження систем із циклічним очікуванням став процес посадки літаків, в яких вхідний потік — це потік літаків, що прибувають в аеропорт, цикл орбіти — один круг зони очікування, канал обслуговування — злітно-посадова смуга. Слід відзначити, що зони очікування у різних аеропортах відрізняються одна від одної. У розглядованій системі зона очікування представляється у вигляді кількох кругів, розташованих один над одним, причому обгін на крузі та у зоні очікування не допускається. Тому таку систему можна розглядати як одноканальну систему обслуговування з циклічним очікуванням, у якій заявки (літаки) обслуговуються або одразу, або через час, кратний певній величині  $T$ , оскільки круг зони очікування має певні визначені геометричні розміри. Однак така модель не може бути повністю адекватною реальній системі, оскільки рішення про посадку літака приймається диспетчером, який через різні причини: стан злітно-посадової смуги, кількість палива на борту, місцезнаходження літака на крузі, фізичний стан людей тощо — може посадити літак, який щойно прилетів, не зважаючи на наявність інших літаків у зоні очікування. Однак наскільки це відомо, така модель поки є єдиною, яка аналітично описує систему посадки літаків із заповненою зоною очікування.

Також модель циклічної системи може бути використана для описання телефонної системи обробки викликів або телефону із автовідповідачем.

Розглянемо функціонування центру обробки викликів (ЦОВ), який надає послуги з консультування клієнтів. До ЦОВ із деякою інтенсивністю надходять виклики від абонентів телефонної мережі (заявки). Такий потік викликів називається первинним. Якщо на момент надходження виклику у ЦОВ є вільний оператор, абонент отримує консультацію і завершує виклик. Якщо ж на момент первинного дзвінка усі канали ЦОВ зайняті, абонент буде розміщений у віртуальну чергу (орбіту). Виклики на орбіті утворюють потік повторних ви-



Рис. 1

кликів. Під час перебування у віртуальній черзі абоненти прослуховують музичну мелодію і отримують інформацію про місце у черзі. Обслуговування абонентів із віртуальної черги відбувається за принципом FCFS. Отже, у якості моделі такого ЦОВ можна розглядати циклічну багатоканальну систему масового обслуговування із повторними викликами (або систему типу Лакатоша): багатоканальна система обслуговування, на орбіті якої знаходяться виклики, що перебувають у віртуальній черзі ЦОВ.

Циклічні системи можуть також бути використані для побудови моделей комп’ютерних систем і мереж.

У сучасних комп’ютерних мережах у якості фізичного середовища передавання інформації використовується оптоволокно, особливістю якого є те, що сигнали, які передаються, є не електричними, а оптичними (світло).

Оптоволокно є досить дорогим середовищем передавання. Тому, в основному, його використовують для створення мереж між країнами, містами або великими вузлами комп’ютерних мереж (магістральні комп’ютерні мережі). Однак наразі провайдери зв’язку надають можливість організації оптоволоконних мереж і доступу до них і кінцевим абонентам. Зокрема, можна зустріти пропозиції з організації FTTx-мереж (Fiber to the X — оптичне волокно до точки X) — це загальний термін для будь-якої телекомунікаційної мережі, у якій від вузла комутації до визначеного місця (точка X) доходить оптоволоконний кабель, а далі, до абонента, — звичайний електричний (мідний). Можливий варіант підключення, за якого оптоволокно прокладається безпосередньо до абоненського вузла (роутера чи комп’ютера).

Розповсюджене використання оптоволокна у якості середовища передавання інформації сприяло розробці спеціальних пристройів, призначених для затримки оптичного сигналу, а саме, оптоволоконних ліній затримки або циклічних оптоволоконних буферів [12]. Затримка оптичного сигналу потрібна, наприклад, при необхідності перетворення оптичного сигналу в електричний: електричні компоненти комп’ютерної мережі функціонують із набагато меншою швидкістю, аніж відбувається передавання світлових сигналів, то без затримки світлові імпульси стали б накладатися, спричиняючи постійні колізії. Оскільки оптичний сигнал передається у вигляді світла, його не можна зберігати у класичних буферах (як, наприклад, в оперативній пам’яті), його можна лише затримати, збільшивши шлях проходження світлового променя у каналі зв’язку. Для цього можна скерувати його у багаточисельні кільця оптичного волокна, тобто затримати світло у циклічному оптоволоконному буфері (рис. 1).

Зазначимо, що через властивості затухання світла у саму лінію затримки будовують оптичні підсилювачі сигналів, а також деякі інші пристрої, які сприяють проходженню сигналів у незмінному вигляді. Очевидно, що функціонування оптоволоконної лінії затримки є циклічною системою із обслуговуванням вимог у порядку їх надходження, оскільки світлові сигнали не можуть випереджати одне одного, а завжди послідовно йдуть один за одним.

Відзначимо, що під час моделювання роботи комп’ютерних мереж потрібно також враховувати мережеві протоколи і особливості самої структури мережі. Зокрема, в оптоволоконних мережах використовується технологія спектрального ущільнення каналів WDM (wavelength-division multiplexing, мультиплексування із розділенням за довжиною хвилі), яка дозволяє одночасно передавати кілька інформаційних каналів в одному оптичному волокні на різних несучих частотах. Завдяки технології WDM вдається організувати двосторонню багатоканальну передачу трафіка в одному волокні. Тому доцільно буде застосувати мережу систем обслуговування із циклічним очікуванням для описання функціонування каналу оптоволоконної мережі або ліній оптичної затримки.

Аналогічним прикладом (з точки зору аналітичного моделювання) є інший вид оптичних буферів на кільцевих резонаторах [13, 14]. Типовий кільцевий резонатор складається із світловоду, який зациклюється сам на себе так, що виникає резонанс, коли довжина оптичного шляху резонатора дорівнює цілій кількості довжин хвиль. Отже, кільцеві резонатори підтримують багато резонансів, і відстані між цими резонансами (область дисперсії) залежать від довжини резонатора. Коли світлопровід зігнутий у формі кільца, світло змушене багаторазово циркулювати на резонансних частотах, таким чином збільшуючи затримку проходження сигналу. Таким чином, оптичний буфер із мікрокільцевого резонатора складатиметься із множини послідовних світловодних кілець (див. рис. 1), у яких проходять світлові сигнали. Мікрокільцеві резонатори у майбутньому можуть бути використані у побудові самих комп’ютерів для забезпечення високих швидкостей передачі сигналів.

Відзначимо, що системи із циклічним очікуванням мають подальший розвиток. Наприклад, у [15] І. М. Коваленко вводить новий клас циклічних систем, досліджуючи так звану двоциклічну систему, тобто одноканальну систему обслуговування з очікуванням типу FCFS із загальними розподілами та двома циклами орбіти (кругами). Така система відповідатиме ліній оптичної затримки із послідовними двома оптичними кільцями для затримки світла або, частково, спрощеній схемі мікрокільцевого резонатора (з двох кілець). Тобто можна казати про новий клас багатоциклічних систем обслуговування, які вимагають додаткових досліджень.

## Цитована література

1. Artalejo J. R., Gómez-Corral A. Retrial Queueing Systems: A Computational Approach. – Berlin: Springer, 2008. – 318 p.
2. Aguir M. S., Karaesmen F., Aksin Z., Chauvet F. The Impact of Retrials on Call Center Performance // Operations Research, Spectrum, 2004. – **26**. – P. 353–376.
3. Aguir M. S., Aksin O. Z., Karaesmen F., Dallery Y. On the Interaction Between Retrials and Sizing of Call Centers // Eur. J. of Operational Research. – 2008. – **191**, No 2. – P. 398–408.
4. Lakatos L. On a simple continuous cyclic-waiting problem // Annales Univ. Sci. Budapest, Sect. Comp. – 1994. – **14**. – P. 105–113.
5. Lakatos L. On a simple discrete cyclic-waiting queueing problem // J. Math. Sci. – 1998. – No 4(92). – P. 4031–4034.
6. Lakatos L., Zbagani G. Waiting time in cyclic-waiting systems // Annales Univ. Sci. Budapest., Sectio Math. – 2007. – **27**. – P. 217–228.
7. Karasz P. A special discrete cyclic-waiting queueing system // Central Europ. J. Oper. Res. – 2008. – **16**(4). – P. 391–406.
8. Коваленко І. Н. Вероятность потери в системе обслуживания  $M/G/m$  с Т-повторением вызовов в режиме малой нагрузки // Доп. НАН України. – 2002. – **5**. – С. 77–80.
9. Rogiest W., Laevens K., Fiems D., Bruneel H. Analysis of a Lakatos type queueing system with general service times // Proc. of ORBEL 20. Quantitative Methods for Decision Making, Ghent, Jan. 19–20, 2006. – P. 95–97.

10. Коба Е. В., Пустовая С. В. Системы типа Лакатоша, их обобщение и применение // Кибернетика и систем. анализ. – 2012. – № 3. – С. 78–90.
11. Лакатош Л. Системы с циклическим ожиданием // Кибернетика и систем. анализ. – 2010. – 3. – С. 144–151.
12. Langenhorst R., Eiselt M., Pieper W., Grosskopf G., Ludwig R., Kuller L., Dietrich E., Weber H. G. Fiber loop optical buffer // J. of Lightwave Technology. – 1996. – 14, No 3. – P. 324–335.
13. Compact optical buffer with ring resonators: [Електронний ресурс] – IBM, 2006. – режим доступу: [http://domino.research.ibm.com/comm/research\\_projects.nsf/pages/photonics.ringbuffer.html](http://domino.research.ibm.com/comm/research_projects.nsf/pages/photonics.ringbuffer.html).
14. Bogaerts W., Heyn P. De, Vaerenbergh T. Van, Vos K. De, Kumar Selvaraja S., Claes T., Dumon P., Bienstman P., Thourhout D. Van, Baets R. Silicon microring resonators // Laser Photonics. – 2012. – Rev. 6, No 1. – P. 47–73.
15. Коваленко И. Н. О двухциклической системе обслуживания // Кибернетика и систем. анализ. – 2015. – № 1. – С. 59–64.

## References

1. Artalejo J. R., Gómez-Corral A. Berlin: Springer, 2008.
2. Aguir M. S., Karaesmen F., Aksin Z., Chauvet F. Operations Research, Spectrum, 2004, 26: 353–376.
3. Aguir M. S., Aksin O. Z., Karaesmen F., Dallery Y., Europ. J. of Operational Research, 2008, 191, No 2: 398–408.
4. Lakatos L. Annales Uni Sci. Budapest, Sect. Comp., 1994, 14: 105–113.
5. Lakatos L., J. Math. Sci., 1998, 4(92): 4031–4034.
6. Lakatos L., Zbagaru G., Annales Univ. Scientiarum Budapest., Sectio Math., 2007, 27: 217–228.
7. Karasz P., Central Europ. J. Oper. Res., 2008, 16 (4): 391–406.
8. Kovalenko I. N., Dop. NAN Ukraine, 2002, No 5: 77–80 (in Russian).
9. Rogiest W., Laevens K., Fiems D., Bruneel H., Proc. of ORBEL 20. Quantitative Methods for Decision Making, Ghent, Jan. 19–20, 2006; 95–97.
10. Koba O. V., Pustova S. V., Cybernetics and Systems Analysis, 2012, No 3: 78–90 (in Russian).
11. Lakatos L., Sybernetics and Systems Analysis, 2010, No 3: 144–151 (in Russian).
12. Langenhorst R., Eiselt M., Pieper W., Grosskopf G., Ludwig R., Kuller L., Dietrich E., Weber H. G., J. Lightwave Technology, 1996, 14, No 3: 324–335.
13. Compact optical buffer with ring resonators, IBM, 2006, [http://domino.research.ibm.com/comm/research\\_projects.nsf/pages/photonics.ringbuffer.html](http://domino.research.ibm.com/comm/research_projects.nsf/pages/photonics.ringbuffer.html).
14. Bogaerts W., Heyn P. De, Van Vaerenbergh T., De Vos K., Selvaraja S. K., Claes T., Dumon P., Bienstman P., Van Thourhout D., Baets R. Laser Photonics, 2012, Re6, No 1: 47–73.
15. Kovalenko I. N. Cybernetics and Systems Analysis, 2015, No 1: 59–64 (in Russian).

*Надійшло до редакції 17.06.2015*

## С. В. Серебрякова

Институт кибернетики им. В. М. Глушкова НАН Украины, Киев  
*E-mail:* svitlana.pustova@gmail.com

## Использование циклических систем обслуживания

*Рассматриваются циклические системы обслуживания с обслуживанием вызовов в порядке их поступления, а также их применения при исследовании различных систем: центров обслуживания вызовов, резонаторов, систем оптической буферизации. Обоснована адекватность моделей циклических систем. Вводится новый класс многоциклических систем обслуживания.*

**Ключевые слова:** система массового обслуживания, циклическая система обслуживания, система обслуживания с повторениями, FCFS-дисциплина обслуживания, орбита.

**S. V. Serebriakova**

V. M. Glushkov Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine, Kiev

E-mail: svitlana.pustova@gmail.com

## **Application of the cyclic queueing systems**

*Cyclic queueing systems with FCFS service discipline and their application to the investigation of such systems as call centers, resonators, and optical buffer systems are considered. The adequacy of cyclic systems' models is shown. A new class of multicyclic queueing systems is introduced.*

**Keywords:** queueing systems, cyclic queueing system, retrial queueing system, FCFS service discipline, orbit.