

Академик НАН Украины В. Д. Кубенко

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев

E-mail: vdk@imech.kiev.ua

О взаимодействии сферического излучателя с вязкой сжимаемой жидкостью в цилиндрическом сосуде

Развивается подход к определению характеристик волновых процессов в заполненной вязкой жидкостью цилиндрической полости при возбуждении колеблющимся сферическим телом, расположенным на оси полости.

Ключевые слова: вязкая сжимаемая жидкость, сферический излучатель, волновые поля.

В данной работе предложен подход к определению характеристик волнового поля в заполняющей цилиндрическую полость вязкой сжимаемой жидкости, в присутствии сферического тела, которое является источником периодических возмущений в рассматриваемой системе. В осесимметричном случае задача сводится к определению двух волновых потенциалов [1] при соответствующих граничных условиях на поверхности жесткой полости и излучающего тела. Решение задачи строится в виде ряда Фурье. Удовлетворение граничных условий производится при помощи соответствующих переразложений цилиндрического и сферического потенциалов из одной координатной системы в другую. В результате задача сводится к решению бесконечной системы алгебраических уравнений относительно коэффициентов ряда Фурье.

1. Рассматривается бесконечно длинная круговая цилиндрическая полость радиуса ρ_0 , заполненная вязкой сжимаемой жидкостью. В жидкости находится сферическое тело радиуса r_0 , центр которого расположен на оси полости. Указанное тело совершает радиальные гармонические колебания с частотой ω . Требуется определить поля напряжений и скоростей в жидкости в зависимости от соотношения радиусов тела и полости, вязкости жидкости и частоты возбуждения. В терминологии книги [1] речь будет идти о решении задачи дифракции акустических волн в указанной системе, исследуемой в рамках линеаризированной теории вязкой сжимаемой жидкости относительно малых возмущений состояния равновесия, которое предполагается известным.

Обозначим через γ_0 , a_0 плотность и скорость звука в жидкости для равновесного состояния, γ , \vec{v} , p — возмущенные плотность, скорость и давление, Δ — оператор Лапласа, λ^* и μ^* — динамический и второй коэффициент вязкости. Предполагается выполнение условия Стокса, так что возмущенное давление определяется как среднее нормальное напряжение в покоящейся жидкости и объемный коэффициент вязкости $\zeta^* = \lambda^* + 2\mu^*/3 = 0$.

Отнесем полость и помещенное в нее тело, соответственно, к цилиндрическим $O\rho z$ и сферическим $O r\theta$ координатам, так что ось z совпадает с осью полости, а общее начало координат O помещено в центр тела (см. рис. 1).

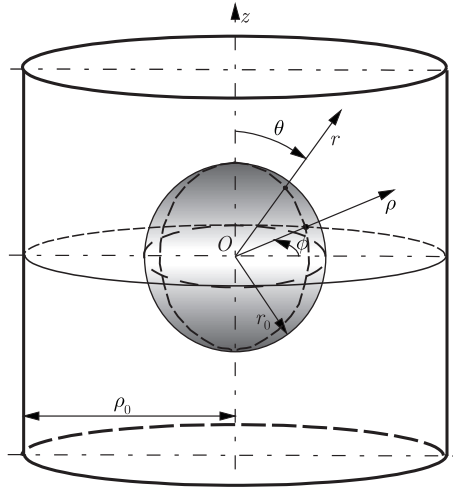


Рис. 1. Система координат

Известно [1], что периодические движения вязкой жидкости в осесимметричном случае описываются двумя скалярными функциями Φ и Ψ_2 , удовлетворяющими уравнениям

$$\left[\left(1 + \frac{\lambda^* + 2\mu^*}{a_0^2 \gamma_0} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Delta - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \Phi = 0, \quad (1)$$

$$\left(\nu^* \Delta - \frac{\partial}{\partial t} \right) \Psi_2 = 0, \quad (2)$$

Компоненты вектора скоростей и тензора напряжений определяют формулами:
в цилиндрических координатах

$$\begin{aligned} v_\rho &= \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial \rho \partial z}; & v_z &= \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{\nu^*} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Psi_2; \\ \sigma_{\rho\rho} &= 2\mu^* \left[\left(\frac{\gamma_0}{2\mu^*} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \right) \Phi - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{1}{\nu^*} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Psi_2 \right]; \\ \sigma_{\rho z} &= 2\mu^* \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{2\nu^*} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Psi_2 \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

в сферических координатах

$$\begin{aligned} v_r &= \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \left(r \Delta - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) \right) \Psi_2; & v_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \Psi_2}{\partial \theta}; \\ \sigma_{rr} &= 2\mu^* \left[\left(\frac{\gamma_0}{2\mu^*} \frac{\partial}{\partial t} \Delta + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right) \Phi + \left(r \frac{\partial^3}{\partial r^3} + 3 \frac{\partial^2}{\partial r^2} - r \frac{\partial \Delta}{\partial r} - \Delta \right) \Psi_2 \right]; \\ \sigma_{r\theta} &= 2\mu^* \left[\frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} \left(\frac{1}{r} \Phi \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} - \frac{1}{2} \Delta \right) \Psi_2 \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Давление p в вязкой жидкости в рамках используемого приближения линеаризованной теории представляется в виде

$$p = \gamma_0 \left(\frac{\lambda^* + 2\mu^*}{\gamma_0} \Delta - \frac{\partial}{\partial t} \right) \Phi. \quad (5)$$

Рассматривается установившееся движение среды, для чего используем комплексное представление искомых решений посредством введения временного множителя $e^{-i\omega t}$, который в дальнейшем всюду подразумевается.

2. Ниже используются безразмерные обозначения вида

$$\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}; \quad \bar{r} = \frac{r}{\rho_0}; \quad \bar{z} = \frac{z}{\rho_0}; \quad \bar{t} = \frac{t a_0}{\rho_0}; \quad \bar{\omega} = \frac{\omega \rho_0}{a_0}; \quad \bar{v} = \frac{v}{a_0}; \quad \bar{p} = \frac{p}{\gamma_0 a_0^2}; \quad \bar{r}_0 = \frac{r_0}{\rho_0}, \quad (6)$$

черта над которыми будет опущена.

Предположим, что возмущение находящейся в цилиндрической полости жидкости происходит вследствие периодических перемещений поверхности сферического тела при отсутствии тангенциальных перемещений. В этом случае для компонентов вектора скорости имеем

$$v_r|_{r=r_0} = V(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n P_n(\cos \theta); \quad v_\theta|_{r=r_0} = 0. \quad (7)$$

Здесь $P_n(\cos \theta)$ — полином Лежандра [2]. Возмущение (7) обуславливает движение жидкости, которое, очевидно, должно затухать с ростом r . Условие прилипания на поверхности жесткой полости требует равенства нулю вектора скорости:

$$v_r|_{\rho=1} = 0; \quad v_\theta|_{\rho=1} = 0. \quad (8)$$

В свою очередь, возмущения, обусловленные наличием поверхности цилиндрической полости, должны быть ограничены при $\rho \rightarrow 0$.

Запишем каждый из потенциалов Φ , Ψ_2 в виде суммы двух функций, одна из которых представляет возмущения, обусловленные наличием сферического включения, вторая характеризует возмущения, вносимые поверхностью цилиндрической полости

$$\Phi = \Phi_{sph} + \Phi_{cyl}; \quad \Psi_2 = \Psi_{sph} + \Psi_{cyl}. \quad (9)$$

Функция Φ_{sph} — это общее решение уравнения (1) в случае установившихся движений. С учетом условий затухания Зоммерфельда на бесконечности это решение имеет вид

$$\Phi_{sph}(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n h_n(\chi r) P_n(\cos \theta). \quad (10)$$

Функция Φ_{cyl} определяется как общее решение уравнения (1) в цилиндрических координатах, ограниченное при $\rho \rightarrow 0$

$$\Phi_{cyl}(\rho, z) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\xi) J_0(\sqrt{\chi^2 - \xi^2}) e^{i\xi z} d\xi. \quad (11)$$

Аналогично функции Ψ_{sph} , Ψ_{cyl} , служащие общим решением уравнения (2) в сферических и цилиндрических координатах, можно записать в следующем виде:

$$\Psi_{sph} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n h_n(\zeta r) P_n(\cos \theta), \quad (12)$$

$$\Psi_{cyl} = \int_{-\infty}^{\infty} D(\xi) J_0(\sqrt{\zeta^2 - \xi^2} \rho) e^{i\xi z} d\xi, \quad (13)$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{i\omega}{v^*}} = \sqrt{\frac{\omega}{2v^*}} (1 + i).$$

В формулах (10)–(13) $J_0(x)$ — цилиндрическая функция Бесселя первого рода нулевого индекса; $h_n(x)$ — сферическая функция Ханкеля первого рода индекса n [2]; A_n, C_n — неизвестные постоянные; $B(\xi), D(\xi)$ — неизвестные плотности.

Для удовлетворения граничных условий необходимо записать выражения для потенциальных функций Φ, Ψ_2 как в сферических, так и в цилиндрических координатах. С этой целью воспользуемся известными соотношениями [3, 4]

$$h_n(xr) P_n(\cos \theta) = \frac{i^{-n}}{2x} \int_{-\infty}^{\infty} P_n\left(\frac{\xi}{x}\right) H_0(\sqrt{x^2 - \xi^2} \rho) e^{i\xi z} d\xi; \quad (14)$$

$$e^{i\xi z} J_0(\sqrt{x^2 - \xi^2} \rho) = \sum_{n=0}^{\infty} i^n (2n + 1) P_n\left(\frac{\xi}{x}\right) j_n(xr) P_n(\cos \theta). \quad (15)$$

Здесь $H_0(x)$ — цилиндрическая функция Ханкеля первого рода индекса 0; $j_n(x)$ — сферическая функция Бесселя первого рода индекса n .

Используя соотношения (14) и (15), запишем потенциалы Φ, Ψ_2 в сферических и цилиндрических координатах:

$$\begin{aligned} \Phi(\rho, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} [A(\varkappa, \xi) H_0(\sqrt{\varkappa^2 - \xi^2} \rho) + B(\xi) J_0(\sqrt{\varkappa^2 - \xi^2} \rho)] e^{i\xi z} d\xi, \\ \Phi(r, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} [A_n h_n(\varkappa r) + B_n j_n(\varkappa r)] P_n(\cos \theta), \end{aligned} \quad (16)$$

$$A(\varkappa, \xi) = \frac{1}{2\varkappa} \sum_{n=0}^{\infty} A_n i^{-n} P_n\left(\frac{\xi}{\varkappa}\right); \quad B_n(\varkappa) = i^n (2n + 1) \int_{-\infty}^{\infty} B(\xi) P_n\left(\frac{\xi}{\varkappa}\right) d\xi,$$

$$\begin{aligned} \Psi_2(\rho, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} [C(\zeta, \xi) H_0(\sqrt{\zeta^2 - \xi^2} \rho) + D(\xi) J_0(\sqrt{\zeta^2 - \xi^2} \rho)] e^{i\xi z} d\xi, \\ \Psi_2(r, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} [C_n h_n(\zeta r) + D_n j_n(\zeta r)] P_n(\cos \theta), \end{aligned} \quad (17)$$

$$C(\zeta, \xi) = \frac{1}{2\zeta} \sum_{n=0}^{\infty} C_n i^{-n} P_n\left(\frac{\xi}{\zeta}\right); \quad D_n(\zeta) = i^n (2n + 1) \int_{-\infty}^{\infty} D(\xi) P_n\left(\frac{\xi}{\zeta}\right) d\xi.$$

3. Выражения для составляющих вектора скорости через полученные потенциальные функции имеют вид:

в сферических координатах

$$v_r = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n a_{rn} + B_n b_{rn} + C_n c_{rn} + D_n d_{rn}) P_n(\cos \theta); \quad (18)$$

$$a_{rn} = \varkappa \left(-\frac{n+1}{r} h_n(\varkappa r) + \varkappa h_{n-1}(ar) \right); \quad b_{rn} = \varkappa \left(-\frac{n+1}{r} j_n(\varkappa r) + \varkappa j_{n-1}(ar) \right);$$

$$c_{rn} = \left(r \frac{i\omega}{\nu^*} + \frac{n+n^2-\zeta^2 r^2}{r^2} \right) h_n(\zeta r); \quad d_{rn} = \left(r \frac{i\omega}{\nu^*} + \frac{n+n^2-\zeta^2 r^2}{r^2} \right) j_n(\zeta r);$$

$$v_\theta = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n a_{\theta n} + B_n b_{\theta n} + C_n c_{\theta n} + D_n d_{\theta n}) P_n^1(\cos \theta); \quad (19)$$

$$a_{\theta n} = \frac{1}{r} \varkappa h_n(\varkappa r); \quad b_{\theta n} = \frac{1}{r} \varkappa j_n(\varkappa r);$$

$$c_{\theta n} = -\frac{1}{r} h_n(\zeta r) + \zeta h_{n-1}(\zeta r); \quad d_{\theta n} = -\frac{1}{r} j_n(\zeta r) + \zeta j_{n-1}(\zeta r);$$

в цилиндрических координатах

$$v_\rho = \int_{-\infty}^{\infty} [A(\varkappa, \xi) a_\rho(\varkappa, \xi) + B(\xi) b_\rho(\varkappa, \xi) + C(\zeta, \xi) c_\rho(\zeta, \xi) + D(\xi) d_\rho(\zeta, \xi)] e^{i\xi z} d\xi; \quad (20)$$

$$a_\rho(\varkappa, \xi) = -\sqrt{\varkappa^2 - \xi^2} H_1(\sqrt{\varkappa^2 - \xi^2} \rho); \quad b_\rho(\varkappa, \xi) = -\sqrt{\varkappa^2 - \xi^2} J_1(\sqrt{\varkappa^2 - \xi^2} \rho);$$

$$c_\rho(\zeta, \xi) = -i\xi H_1(\sqrt{\zeta^2 - \xi^2} \rho); \quad d_\rho(\zeta, \xi) = -i\xi J_1(\sqrt{\zeta^2 - \xi^2} \rho);$$

$$v_z = \int_{-\infty}^{\infty} [A(\varkappa, \xi) a_z(\varkappa, \xi) + B(\xi) b_z(\varkappa, \xi) + C(\zeta, \xi) c_z(\zeta, \xi) + D(\xi) d_z(\zeta, \xi)] e^{i\xi z} d\xi; \quad (21)$$

$$a_z(\varkappa, \xi) = i\xi H_0(\sqrt{\varkappa^2 - \xi^2} \rho); \quad b_z(\varkappa, \xi) = i\xi J_0(\sqrt{\varkappa^2 - \xi^2} \rho);$$

$$c_z(\zeta, \xi) = \left(-\xi^2 + \frac{i\omega}{\nu^*} \right) H_0(\sqrt{\zeta^2 - \xi^2} \rho); \quad d_z(\zeta, \xi) = \left(-\xi^2 + \frac{i\omega}{\nu^*} \right) J_0(\sqrt{\zeta^2 - \xi^2} \rho).$$

Перейдем к удовлетворению граничных условий. На поверхности цилиндрической полости имеют место условия прилипания (8), из которых следует

$$\int_{-\infty}^{\infty} \{A(\varkappa, \xi) \bar{a}_\rho(\varkappa, \xi) + B(\xi) \bar{b}_\rho(\varkappa, \xi) + C(\zeta, \xi) \bar{c}_\rho(\zeta, \xi) + D(\xi) \bar{d}_\rho(\zeta, \xi)\} e^{i\xi z} d\xi = 0, \quad (22)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} [A(\varkappa, \xi) \bar{a}_z(\varkappa, \xi) + B(\xi) \bar{b}_z(\varkappa, \xi) + C(\zeta, \xi) \bar{c}_z(\zeta, \xi) + D(\xi) \bar{d}_z(\zeta, \xi)] e^{i\xi z} d\xi = 0.$$

Здесь $\bar{a}_\rho = a_\rho|_{\rho=1}$, $\bar{b}_\rho = b_\rho|_{\rho=1}$ и т. п. Из соотношений (22) вследствие единственности преобразования Фурье вытекает

$$\begin{aligned} A(\varkappa, \xi) \bar{a}_\rho(\varkappa, \xi) + B(\xi) \bar{b}_\rho(\varkappa, \xi) + C(\zeta, \xi) \bar{c}_\rho(\zeta, \xi) + D(\xi) \bar{d}_\rho(\zeta, \xi) &= 0, \\ A(\varkappa, \xi) \bar{a}_z(\varkappa, \xi) + B(\xi) \bar{b}_z(\varkappa, \xi) + C(\zeta, \xi) \bar{c}_z(\zeta, \xi) + D(\xi) \bar{d}_z(\zeta, \xi) &= 0. \end{aligned} \quad (23)$$

На поверхности сферического включения имеет место условие (7), откуда и из (6) получим

$$\sum_{n=0}^{\infty} \{A_n \tilde{a}_{rn} + B_n \tilde{b}_{rn} + C_n \tilde{c}_{rn} + D_n \tilde{d}_{rn}\} P_n(\cos \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n P_n(\cos \theta),$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \{A_n \tilde{a}_{\theta n} + B_n \tilde{b}_{\theta n} + C_n \tilde{c}_{\theta n} + D_n \tilde{d}_{\theta n}\} P_n^1(\cos \theta) = 0.$$
(24)

Здесь $\tilde{a}_{rn} = \tilde{a}_{rn}|_{r=r_0}$; $\tilde{b}_{rn} = \tilde{b}_{rn}|_{r=r_0}$ и т. п.

Из равенств (24) вследствие ортогональности полиномов Лежандра имеем

$$A_n \tilde{a}_{rn} + B_n \tilde{b}_{rn} + C_n \tilde{c}_{rn} + D_n \tilde{d}_{rn} = V_n,$$

$$A_n \tilde{a}_{\theta n} + B_n \tilde{b}_{\theta n} + C_n \tilde{c}_{\theta n} + D_n \tilde{d}_{\theta n} = 0.$$
(25)

Соотношения (16), (17), (24) и (25) позволяют получить бесконечную систему алгебраических уравнений относительно коэффициентов A_n , C_n :

$$\tilde{a}_{rn} A_n + \tilde{c}_{rn} C_n + (2n+1) \sum_{m=0}^{\infty} i^{n-m} Q_{nm}^{(1)} A_m + (2n+1) \sum_{m=0}^{\infty} i^{n-m} Q_{nm}^{(2)} C_m = V_n,$$

$$\tilde{a}_{\theta n} A_n + \tilde{c}_{\theta n} C_n + (2n+1) \sum_{m=0}^{\infty} i^{n-m} Q_{nm}^{(3)} A_m + (2n+1) \sum_{m=0}^{\infty} i^{n-m} Q_{nm}^{(4)} C_m = 0,$$
(26)

$$n = 0, 1, 2 \dots$$

Здесь обозначено

$$Q_{nm}^{(1)} = \tilde{b}_{rn} q_{nm}^{(1)} + \tilde{d}_{rn} q_{nm}^{(2)}; \quad Q_{nm}^{(2)} = \tilde{b}_{rn} q_{nm}^{(3)} + \tilde{d}_{rn} q_{nm}^{(4)};$$

$$Q_{nm}^{(3)} = \tilde{b}_{\theta n} q_{nm}^{(1)} + \tilde{d}_{\theta n} q_{nm}^{(2)}; \quad Q_{nm}^{(4)} = \tilde{b}_{\theta n} q_{nm}^{(3)} + \tilde{d}_{\theta n} q_{nm}^{(4)};$$

$$q_{nm}^{(1)} = \int_{-\infty}^{\infty} F_1(\xi) P_m\left(\frac{\xi}{\varkappa}\right) P_n\left(\frac{\xi}{\varkappa}\right) d\xi; \quad q_{nm}^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\xi) P_n\left(\frac{\xi}{\varkappa}\right) P_m\left(\frac{\xi}{\zeta}\right) d\xi;$$

$$q_{nm}^{(3)} = \int_{-\infty}^{\infty} F_3(\xi) P_m\left(\frac{\xi}{\varkappa}\right) P_n\left(\frac{\xi}{\zeta}\right) d\xi; \quad q_{nm}^{(4)} = \int_{-\infty}^{\infty} F_4(\xi) P_n\left(\frac{\xi}{\zeta}\right) P_m\left(\frac{\xi}{\zeta}\right) d\xi.$$
(27)

Заметим, что $q_{nm}^{(k)} = 0$, $Q_{nm}^{(k)} = 0$, $k = 1 \dots 4$, если $n + m$ нечетное.

Если решение системы (26) найдено, давление p в жидкости определяется согласно формуле (5) в следующем виде:

$$p = \left(-\frac{\lambda^* + 2\mu^*}{\gamma_0 a_0^2} \varkappa^2 + i\omega \right) \sum_{n=0}^{\infty} [A_n h_n(\varkappa r) + B_n j_n(\varkappa r)] P_n(\cos \theta).$$
(28)

Компоненты напряженного состояния и поля скоростей вычисляются аналогично на основе формул (3), (4), (16) и (17).

Цитированная литература

1. *Гузъ А. Н.* Динамика сжимаемой вязкой жидкости. – Киев: А. С. К., 1998. – 348 с.
2. *Handbook of Mathematical Functions* (ed. by M. Abramowitz and I. A. Stegun). – New York: Nat. Bureau of Standards, 1964. – 832 p.
3. *Ерофеенко В. Т.* Связь между основными решениями в цилиндрических и сферических координатах уравнений Гельмгольца и Лапласа // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1972. – № 4. – С. 42–46.
4. *Кубенко В. Д.* Задачи дифракции стационарных волн на совокупности цилиндрических и сферических тел в жидкости // Прикл. механика. – 1987. – **23**, № 6. – С. 111–117.

References

1. *Guz A. N.* Dynamics of compressible viscous liquid, Kiev: A.S.K., 1998 (in Russian).
2. *Handbook of Mathematical Functions* (edited by M.Abramowitz and I.A. Stegun), New York: Nat. Bureau of Standarss, 1964.
3. *Erofeenko V. T.* Izv. AS BSSR. Ser. fiz-math. sc., 1972, No 4: 42–46 (in Russian).
4. *Kubenko V. D.* Internat. Appl. Mech., 1987, **23**, No 6: 111–117 (in Russian).

Поступило в редакцию 13.08.2015

Академік НАН України **В. Д. Кубенко**

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ

E-mail: vdk@imech.kiev.ua

Про нестационарне деформування пружного шару при змішаних граничних умовах

Развивается подход до визначення характеристик хвильових процесів в заповненій в'язкою стисливою рідиною циліндричній порожнині при збудженні вібруючим сферичним тілом, що розташоване на осі порожнини.

Ключові слова: в'язка стислива рідина, сферичний випромінювач, хвильові поля.

Academician of the NAS of Ukraine **V. D. Kubenko**

S. P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kiev

E-mail: vdk@imech.kiev.ua

On the interaction of a spherical radiator with viscous compressible liquid in a cylindrical vessel

An approach is developed to determine the wave process characteristics in a cylindrical cavity filled with viscous compressible liquid under excitation by a vibrating spherical body that is placed on the axis of the cavity.

Keywords: viscous compressible liquid, spherical radiator, wave fields.