

doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.11.044>

УДК 550.34 + 539.3

**О.В. Кендзера<sup>1</sup>, Я.Я. Рущицький<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, Київ

<sup>2</sup> Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ

E-mail: kendzera@igph.kiev.ua, rushch@inmech.kiev.ua

## **Про нелінійні моделі деформування грунтової товщі і поширення сейсмічних коливань**

*Представлено членом-кореспондентом НАН України О.В. Кендзерою*

*Розглянуто можливість використання двох нелінійних феноменологічних моделей механіки матеріалів: неогукової і Муні–Рівліна – для врахування впливу грунтової товщі при визначені сейсмічної небезпеки будівельних майданчиків. Показано відповідність цих моделей наявним експериментальним даним при нелінійному деформуванні ґрунтів. Запропоновано замінювати існуючі емпіричні та напівемпіричні моделі нелінійного деформування грунтової товщі на феноменологічні.*

**Ключові слова:** грунтова товща, нелінійні феноменологічні моделі, модуль зсуву, модуль всестороннього стиску.

Врахування нелінійних ефектів у ґрунтовій товщі під будівельними майданчиками під час вивчення їх сейсмічної небезпеки методами сейсмічного мікрорайонування є актуальною задачею сучасної сейсмології і механіки [1, 2]. Складність досліджуваних процесів обумовлює необхідність спиратися на експериментальні дані і емпіричні підходи, побудовані на їх основі. В нелінійних емпіричних співвідношеннях часто застосовують термін “змінний модуль пружності” та “змінний коефіцієнт затухання”. Прикладом прояву нелінійності деформування ґрутових порід у лабораторних і польових спостереженнях можуть служити графіки залежності нормалізованого модуля зсуву  $G/G_0$  від деформації зсуву для піску “Toyoga”. На рис. 1 наведено дані для піску з різним коефіцієнтом пористості [3, 4], на рис. 2 – для глинистих ґрунтів з різним індексом пластичності [4, 5]. Для опису спостереженої нелінійності були застосовані емпіричні формули.

У деяких розділах фізики нелінійність враховують у рамках феноменологічних підходів. Важливим є розуміння відмінностей між феноменологічними, напівемпіричними та емпіричними теоретичними співвідношеннями у фізиці.

Вважають, що феноменологічні співвідношення формуються на основі універсальних фізичних законів і базуються на математичних моделях, тоді як напівемпіричні і емпіричні не мають універсального характеру. Вони обмежені рамками умов, в яких були отримані.

У сучасній механіці поняття “змінний модуль пружності” не використовується, оскільки модуль пружності є фізичною константою матеріалу і не може бути змінним. У разі відхилення залежності “напруження — деформація” від лінійного закону вважається небайдужим застосовувати нелінійні закони деформування.

Класична механіка матеріалів розвивалася протягом останніх двох століть як у напрямку експериментальних досліджень матеріалів, так і в напрямку створення різних теорій їх деформування.

Велику роль у поєднанні експериментальних і теоретичних результатів відіграють універсалні стани при деформуванні матеріалів, які означаються таким чином: у рамках однорідної ізотропної теорії пружності вони повинні задовольняти вимогу здійсненості в будь-якому матеріалі і вимогу можливості реалізації лише через поверхневі навантаження.

Універсалні деформації є однорідними (однаковими у всьому тілі) і простими, однак при цьому вони є привілейованими в механіці. Їх важливість полягає в можливостях використання при визначені властивостей матеріалів з експериментів [6]. Саме через потребу в експериментальному визначені властивостей матеріалів у теорії нескінченно малих деформацій докладно вивчені такі види універсалних деформацій, як простий зсув, простий розтяг, рівномірний всесторонній стиск—розтяг. Ще одна область застосування універсалних деформацій — це нелінійна механіка матеріалів. Зокрема, використання універсалної деформації простого зсуву дало змогу уже давно описати нелінійні явища, які прийнято називати “ефектом Пойнтінга” і “ефектом Кельвіна” [6, 7]. Ефект Пойнтінга виявляється у разі немалих деформацій і полягає в залежності дотичного напруження від кута закручування, яке включає лінійну залежність від цього кута і нелінійну залежність від його квадрата. Ефект Кельвіна також виявляється у разі немалих деформацій і полягає в появи нормальних напружень, які нелінійно залежать від кута закручування.

*Історична довідка.* Ефект зменшення зсувного напруження зі збільшенням кута закручування (деформації) до рівня немалих значень названо іменем Пойнтінга, який описав цей ефект у 1909 р. Пойнтінг не згадав публікацій стосовно експериментів Кулона (1784 р.), Вертгейма (1857 р.), Кельвіна (1865 р.), Баушінгера (1881 р.), Томлінсона (1883 р.), в яких тією чи іншою мірою такі ефекти теж були описані. Однак, лише в рамках теорії скінчених пружних деформацій, цей ефект був задовільно пояснений Рівліном у 1951 р. за допомогою моделі нелінійного деформування, яка зараз має назву модель Муні—Рівліна.

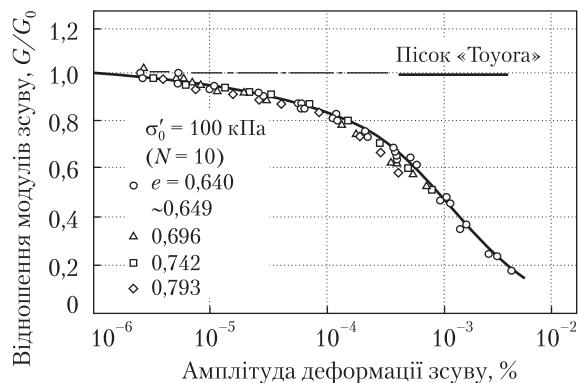


Рис. 1

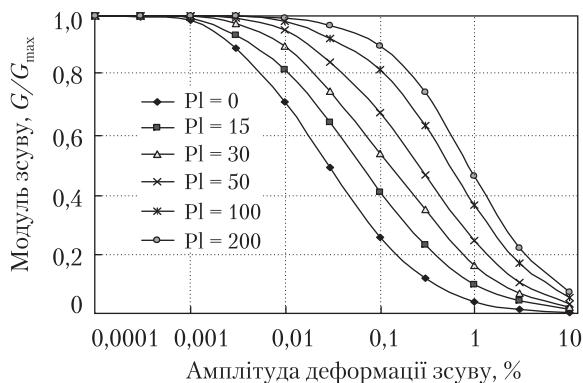


Рис. 2

На даний момент найпростішими моделями нелінійних скінченних деформацій матеріалів є неогукова модель і модель Муні–Рівліна. Надалі ці моделі будуть використані для теоретичного опису механічних явищ “ефект Пойнтінга” і “ефект Кельвіна”, які в сейсмології називають “zmінний модуль зсуву” і “zmінний модуль всесторонньої деформації”.

Введемо необхідні поняття нелінійної теорії пружності. Тут розрізняють конфігурацію тіла в момент  $t$  (актуальна конфігурація) і конфігурацію тіла в початковий момент  $t^0$  (відлікова конфігурація). Координати точки до деформації позначають через  $x_k$  і припускають, що після деформації точка зміщується на величину  $\xi_k = x_k + u_k(x_1, x_2, x_3, t)$ . Вектор з компонентами  $u_k$  називають вектором зміщень. Тензор деформації Коші–Гріна задається в лагранжевій системі координат  $\{x_k\}$  і у відліковій конфігурації  $\epsilon_{nm}(x_k, t) = (1/2)(u_{n,m} + u_{m,n} + u_{n,i}u_{m,i})$ . Опис деформації дев'ятьма компонентами градієнтів зміщень  $u_{i,k}$  не є єдиним. Часто також використовують перші три алгебраїчні інваріанті тензора деформації

$$A_1 = \epsilon_{mn}\delta_{mn},$$

$$A_2 = (1/2)[(\epsilon_{mn}\delta_{mn})^2 - \epsilon_{ik}\epsilon_{ik}],$$

$$A_3 = \det \epsilon_{mn},$$

які ще записують через головні значення тензора деформації  $\epsilon_k$  за формулами

$$A_1 = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3,$$

$$A_2 = \epsilon_1\epsilon_2 + \epsilon_1\epsilon_3 + \epsilon_2\epsilon_3,$$

$$A_3 = \epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3.$$

Крім інваріантів  $A_1, A_2, A_3$ , використовують інваріанти  $I_1, I_2, I_3$ , які визначаються за формулами

$$I_1 = 3 + 2\epsilon_{nn} = 3 + 2A_1,$$

$$I_2 = 3 + 4\epsilon_{nn} + 2(\epsilon_{nn}\epsilon_{mm} - \epsilon_{nm}\epsilon_{mn}) = 3 + 4A_1 + 2(A_1^2 - A_2),$$

$$I_3 = \det \|\delta_{pq} + 2\epsilon_{pq}\| = 1 + 2A_1 + 2(A_1^2 - A_2) + (4/3)(2A_3 - 3A_2A_1 + A_1^3).$$

У деяких моделях нелінійного деформування використовують коефіцієнти розтягу (головні видовження)  $\lambda_k = \sqrt{1 + 2\epsilon_k}$ . У лінійній теорії справедлива більш проста формула  $\lambda_k - 1 \approx \epsilon_k$ . Також у моделях використовують градієнт зміщення у вигляді

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1+u_{1,1} & u_{1,2} & u_{1,3} \\ u_{2,1} & 1+u_{2,2} & u_{2,3} \\ u_{3,1} & u_{3,2} & 1+u_{3,3} \end{bmatrix},$$

який зв'язаний з лівим тензором деформації Коші–Гріна формулою  $\mathbf{B} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T$ .

Усі написані вище параметри відносять до кінематичних параметрів теорії. Кінетичні параметри включають тензори напруження. Найчастіше використовують тензор напруження Коші–Лагранжа  $\sigma_{ik}$ , який вимірюється на одиницю площи деформованого тіла. Більшість

нелінійних моделей первинно задаються пружним потенціалом як функції кінематичних параметрів.

Універсальну деформацію простого зсуву реалізують на достатньо довгому стрижні квадратного перерізу, в якому на певній відстані від кінців стрижня створюється однорідна деформація. Нижня сторона стрижня закріплена жорстко, а до верхньої сторони прикладене поверхневе дотичне навантаження. Деформація стрижня визначається одною компонентою градієнта деформації  $u_{1,2} = (\partial u_1 / \partial x_2)$ . Компонента  $u_{1,2}$  і кут зсуву  $\gamma$  з'язані формулою  $u_{1,2} = \tan \gamma = \tau > 0$ . У лінійній теорії кут зсуву є малим і тоді  $\gamma \approx \tan \gamma = \tau$ . У нелінійній теорії тензор деформації характеризується трьома ненульовими компонентами:

$$\varepsilon_{11} = (1/2)(u_{1,1} + u_{1,k}u_{1,k}) = (1/2)(u_{1,2}u_{1,2} + u_{1,3}u_{1,3}) = \tau^2;$$

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} = (1/2)(u_{1,2} + u_{2,1} + u_{1,k}u_{2,k}) = (1/2)\tau.$$

Головні видовження виражаютъ через кут зсуву формулою

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = \lambda_3 = \tau.$$

В універсальній деформації всестороннього стиску—роздягу зразок для експерименту має вигляд куба, до сторін якого прикладене однорідне поверхневе навантаження (гідростатичний тиск у разі стиску). Нормальні напруження рівні між собою  $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33}$  і зсуви напруження  $\sigma_{ik}$  ( $i \neq k$ ) відсутні. Компоненти градієнтів зміщень є такими:

$$u_{1,1} = u_{2,2} = u_{3,3} = \varepsilon > 0,$$

$$u_{1,1} + u_{2,2} + u_{3,3} = 3\varepsilon = e,$$

$$u_{k,m} = (\partial u_k / \partial x_m) = 0 \quad (k \neq m).$$

Компоненти тензора деформації мають вигляд

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = \varepsilon + (1/2)\varepsilon^2, \quad \varepsilon_{ik} = 0 \quad (i \neq k).$$

Алгебраїчні інваріанти визначаються формулами

$$I_1 = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = e,$$

$$I_2 = \varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2 + \varepsilon_{33}^2,$$

$$I_3 = \varepsilon_{11}^3 + \varepsilon_{22}^3 + \varepsilon_{33}^3.$$

Головні видовження рівні  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$ .

Покажемо, що описані вище дві прості моделі нелінійного пружного деформування описують ефекти Пойнтінга і Кельвіна у випадку матеріалів, близьких за властивостями до певних шарів ґрутової товщі.

**Двоконстантна неогукова модель.** Пружний потенціал записується у вигляді

$$W = C_1(\bar{I}_1 - 3) + D_1(J - 1)^2, \quad \bar{I}_1 = J^{-2/3} I_1, \quad J = \det u_{i,k}$$

або

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = C_1[(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^{-2/3} (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2) - 3] + D_1(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 - 1)^2,$$

де константи моделі зв'язані з класичними пружними константами співвідношеннями  $2C_1 = \mu$ ;  $2D_1 = k$ . Зв'язок між напруженнями і кінематичними параметрами (конститутивні рівняння) описується формулами

$$\sigma_{nm} = 2C_1 J^{-5/3} [B_{nm} - (1/3)I_1 \delta_{nm}] + 2D_1(J-1)\delta_{nm},$$

$$\sigma_{nn} = 2C_1 J^{-5/3} (\lambda_n - (1/3)I_1) + 2D_1(J-1).$$

**Триконстантна модель Муні–Рівліна.** Пружний потенціал визначається формулою

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + D_1(J-1)^2, \quad \bar{I}_2 = J^{-4/3} I_2,$$

або

$$\begin{aligned} W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) &= C_{10}[(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^{-2/3} (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2) - 3] + \\ &+ C_{01}[(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^{-4/3} (\lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2) - 3] + D_1(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 - 1)^2, \end{aligned}$$

де константи моделі зв'язані з класичними пружними константами формулами  $2(C_{10} + C_{01}) = \mu$ ;  $2D_1 = k$ . Напруження є такими:

$$\begin{aligned} \sigma &= 2J^{-5/3}(C_{10} + C_{01}J^{-2/3}I_1)B - \\ &- 2J^{-7/3}C_{01}BB + [2D_1(J-1) - \frac{2}{3}J^{-5/3}(C_{10}I_1 + 2C_{01}J^{-2/3}I_2)]I, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{kk} &= \lambda_k \frac{\partial W}{\partial \lambda_k} = 2C_{10}(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^{-5/3} [\lambda_k^2 - (1/3)(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2)] + \\ &+ 2C_{01}(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^{-7/3} [\lambda_k^2(\lambda_n^2 + \lambda_m^2) - (2/3)\lambda_k(\lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2)] + D_1(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 - 1) \end{aligned}$$

(індекси  $k, n, m$  утворюють циклічну перестановку з номерів 123).

Розглянемо послідовно простий зсув та всесторонній стиск–роздяг у рамках двох описаних вище нелінійних моделей.

У випадку простого зсуву в неогуковій моделі  $J = (1+\tau)^2$ ,  $I_1 = 1 + 2\tau^2$  і вирази для градієнтів зміщення  $\mathbf{F}$  і компонентів тензора  $\mathbf{B}$  спрощуються

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & \tau & \tau \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 + 2\tau^2 & \tau & \tau \\ \tau & 1 & 0 \\ \tau & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Тоді компоненти тензора напружень мають вигляд

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma_{13} = \sigma_{31} = 2C_1(1+\tau)^{-10/3}\tau, \quad \sigma_{32} = \sigma_{23} = 0,$$

$$\sigma_{11} = (8/3)C_1(1+\tau)^{-10/3}(\tau-1)\tau + 2D_1\tau(\tau+2),$$

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} = -(4/3)C_1(1+\tau)^{-10/3}(1+2\tau)\tau + 2D_1\tau(\tau+2).$$

Ці формули показують, що ефект Пойнтінга описується неогуковою моделлю — значення кута зсуву зростають від достатньо малих значень до помірно великих і дотичне на-

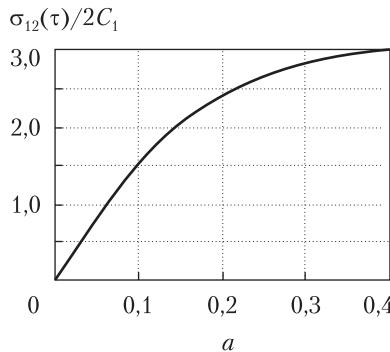


Рис. 3

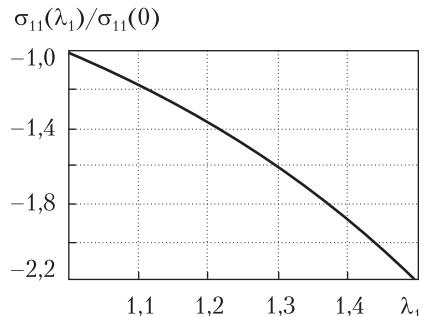
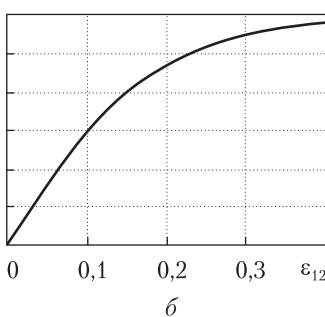


Рис. 4

пруження нелінійно залежить від кута зсуву. На рис. 3 показана залежність нормованого дотичного напруження  $\sigma_{12}(\tau)/2C_1$  від кута зсуву (деформації зсуву  $\varepsilon_{12}$ ). Цей рисунок і рис. 4 побудовані для мармуру з модулем зсуву  $2C_1 = \mu = 20$  ГПа ( $a$  — для неогукової моделі,  $b$  — для моделі Муні—Рівліна). Графіки показують, що дотичні напруження зменшуються порівняно з лінійною теорією приблизно у три рази для обох моделей.

Розглянемо випадок простого зсуву для моделі Муні—Рівліна. Оскільки для неї і неогукової моделі градієнт зміщення  $\mathbf{F}$  і компоненти тензора  $\mathbf{B}$  ідентичні, то

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = \lambda_3 = 1 + \tau, \quad J = (1 + \tau)^2, \quad I_1 = 1 + 2\tau^2, \quad I_2 = (1 + \tau)^2[2 + (1 + \tau)^2].$$

Компоненти тензора напружень мають вигляд

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = 2C_{10}(1 + \tau)^{-10/3}\tau - 2C_{01}(1 + \tau)^{-14/3}(1 + 4\tau)\tau, \quad (1)$$

$$\sigma_{23} = \sigma_{32} = -2C_{01}(1 + \tau)^{-14/3}\tau^2, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{11} = & 2C_{10}(1 + \tau)^{-10/3}(4/3)(1 + \tau + 2\tau^2) + 2D_1\tau(1 + 2\tau) + \\ & + 2C_{01}(1 + \tau)^{-14/3}(4/3)(3 + 5\tau + 5\tau^2 + 4\tau^3 - 2\tau^4), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} = 2C_1(1 + \tau)^{-2}[(1 + \tau)^{-4/3} + (1 + 2\tau^2)(1 - (1 + \tau)^{-4/3}) - 1] + 2D_1\tau(1 + 2\tau). \quad (4)$$

Видно, що модель Муні—Рівліна описує напруження більш складними формулами, ніж неогукова модель. Нагадаємо, що саме ця модель була вперше використана для теоретичного опису ефектів Пойнтінга і Кельвіна. Формули (1), (2) описують ефект Пойнтінга, а формули (3), (4) — ефект Кельвіна. Формули (1), (2) також описують ще один нелінійний ефект — виникнення дотичних напружень  $\sigma_{23} = \sigma_{32}$ .

Порівнюючи графіки  $a$  і  $b$  на рис. 3, бачимо що модель Муні—Рівліна показує менше відхилення залежності дотичного напруження від кута зсуву від лінійної.

У випадку всестороннього стиску—роздягу для неогукової моделі і моделі Муні—Рівліна справедливі формули

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3, \quad J = \lambda_1^3, \quad I_1 = 3\lambda_1^2.$$

Для нормального напруження отримується формула

$$\sigma_{11} = 2D_1(\lambda_1^3 - 1),$$

яка описує ефект Пойнтінга (зв'язок між  $\sigma_{11}$  і видовженням  $\lambda_1$  не є лінійним). Вона свідчить також про те, що об'єм зразка у разі такої деформації значно змінюється (в лінійному випадку об'єм вважається незмінним).

На рис. 4 показана залежність нормалізованого нормального напруження  $\sigma_{11}(\lambda_1)/\sigma_{11}(0)$  від видовження  $\lambda_1$  для мармуру в умовах всестороннього стиску—розтягу, яка є справедливою для обох моделей і підтверджує істотне відхилення від лінійного закону. Аналіз графіка свідчить про те, що початкове значення нормального напруження змінюється більш ніж у два рази із видовженням у півтора рази, що відповідає помірному рівню скінчених деформацій.

Таким чином, феноменологічні моделі нелінійної теорії пружності — неогукова модель і модель Муні—Рівліна — є придатними для використання в трактуванні великого масиву експериментальних результатів щодо властивостей ґрутових шарів. Застосування цих феноменологічних моделей для вивчення реакції ґрутових шарів на поширення сейсмічних коливань через них на поверхню Землі дає змогу отримати явні і строгі математичні формулі, які легко програмуються для використання в комп’ютерних програмах. Також через свою універсальність ці моделі є застосовними для дослідження більш широкої різновидності ґрунтів.

## ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Aki K., Richards P.G. Quantitative Seismology. 2nd ed. Sausalito, CA: University Science Books, 2002. 700 p.
2. Кендзера О.В. Сейсмічна небезпека і сейсмічний захист в Україні. *Укр. геогр. журн.* 2015. № 3. С. 9–15.
3. Kokusho T. Effect of nonlinear soil properties on seismic amplification in surface layers. *Proc. 2nd Int. Conf. on Earthquake Geotechnical Engineering*, Lisbon, 1999. Р. 913–918.
4. Семенова Ю.В. Методика встановлення резонансних властивостей ґрутових комплексів при сейсмічному районуванні: дис. ... канд. фіз.-мат. наук / Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України. Київ, 2016.
5. Vucetic M., Dobry R. Effect of soil plasticity on cyclic response. *J. Geotech. Eng.* 1991. **117**. P. 89–107.
6. Bell J.F. Experimental Foundations of Solid Mechanics. Berlin: Springer, 1973. 468 p. (Handbuch der Physik. von S. Flügge (ed.); Band VIa/I).
7. Rushchitsky J.J. Nonlinear Elastic Waves in Materials. Cham: Springer, 2014. 454 p.

Надійшло до редакції 12.07.2017

## REFERENCES

1. Aki, K. & Richards, P.G. (2009). Quantitative Seismology. 2nd ed. Sausalito, CA: University Science Books.
2. Kendzera, O. V. (2015). Seismic Hazard and Seismic Protection in Ukraine. Ukrainian Geogr. J. No. 3, pp. 9-15 (in Ukrainian).
3. Kokusho, T. (1990). Effect of nonlinear soil properties on seismic amplification in surface layers. Proceedings of the 2nd International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering (pp. 913-918), Lisbon.
4. Semenova, Yu. V. (2016). A technique of determination of resonance properties of soil complexes in seismic microzoning. (Unpublished candidate thesis). S.I. Subbotin Institute of Geophysics of the NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine (in Ukrainian).
5. Vucetic, M. & Dobry, R. (1991). Effect of soil plasticity on cyclic response. J. Geotech. Eng., 117, pp. 89-107.

6. Bell, J. F. (1973). Experimental Foundations of Solid Mechanics. von S. Flügge (Ed.). Handbuch der Physik, Band VIa/I. Berlin: Springer.
7. Rushchitsky, J. J. (2014). Nonlinear Elastic Waves in Materials. Cham: Springer.

Received 12.07.2017

А.В. Кендзера<sup>1</sup>, Я.Я. Рущицкий<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, Киев

<sup>2</sup> Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев

E-mail: kendzera@igph.kiev.ua, rushch@inmech.kiev.ua

## О НЕЛИНІЙНИХ МОДЕЛЯХ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ГРУНТОВОЇ ТОЛЩИ И РАСПРОСТРАНЕНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Рассмотрена возможность использования двух нелинейных феноменологических моделей механики материалов: неогуковой и Мууни—Ривлина — для учета влияния грунтовой толщи при определении сейсмической опасности строительных площадок. Показано соответствие этих моделей имеющимся экспериментальным данным при нелинейном деформировании грунтов. Предложено заменять существующие эмпирические и полуэмпирические модели нелинейного деформирования грунтовой толщи на феноменологические.

**Ключевые слова:** грунтовая толща, нелинейные феноменологические модели, модуль сдвига, модуль всестороннего сжатия.

O.V. Kendzera<sup>1</sup>, J.J. Rushchitsky<sup>2</sup>

<sup>1</sup> S.I. Subbotin Institute of Geophysics of the NAS of Ukraine, Kiev

<sup>2</sup> S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kiev

E-mail: kendzera@igph.kiev.ua, rushch@inmech.kiev.ua

## ON NONLINEAR MODELS OF DEFORMATION OF STRATA AND PROPAGATION OF SEISMIC VIBRATIONS

A possibility of using two nonlinear phenomenological models from mechanics of materials — Neo-Hookean and Mooney—Rivlin — with the aim to take the effect of strata into account in studying the seismic hazard for building sites is considered. A correspondence of these models and experimental data under a nonlinear deformation of soils is shown. It is proposed to change the existing empirical and semiempirical models of nonlinear deformation of strata by phenomenological ones.

**Keywords:** strata, nonlinear phenomenological models, shear modulus, bulk modulus.