

doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.11.024>

УДК 620.172.224

**В.Н. Бастун, І.Ю. Подильчук**

Інститут механіки им. С.П. Тимошенко НАН України, Київ  
E-mail: vbastun35@gmail.com, ipodi72fl@gmail.com

## **Эффект Баушингера в толстостенных цилиндрических сосудах давления с открытым торцем**

*Представлено академиком НАН України Я.М. Григоренко*

Исследована зависимость меры эффекта Баушингера в толстостенных круговых цилиндрических сосудах давления с одним открытым торцом, подвергаемых автофrettированию, от величины интенсивности пластических деформаций при совместном пропорциональном нагружении внутренним давлением и крутящим моментом. Приведен числовой пример определения меры эффекта Баушингера при разных соотношениях между окружным и касательным напряжениями. Показано, что вид напряженного состояния, характеризуемый отношением напряжений, при малых значениях коэффициента анизотропии, обусловленной автофrettированием, практически не влияет на значение эффекта Баушингера. Увеличение степени анизотропии материала приводит к усилению этого эффекта. При снижении степени анизотропии эффект Баушингера ослабевает.

**Ключевые слова:** мера эффекта Баушингера, толстостенные сосуды давления с открытым торцом, пропорциональное нагружение, автофrettирование, анизотропия.

Толстостенные цилиндрические сосуды давления находят широкое применение в различных отраслях промышленности — энергетике, химической и топливной, а также в системах вооружения. Как отмечалось в [1–4], эффект Баушингера в таких сосудах оказывает существенное влияние на характеристики усталостной прочности и долговечности, а также на коэффициенты концентрации и интенсивности напряжений, последний из которых используется в линейной механике разрушения в качестве критерия трещиностойкости материала. Особое место занимают сосуды давления с одним открытым торцом, примером которых являются стволы артиллерийских установок [4–7]. При этом в случае гладкоствольных орудий в результате давления пороховых газов в их стенках возникают нормальные напряжения в окружном направлении, а в случае нарезных стволов в результате действия крутящего момента добавляются касательные напряжения. Радиальным напряжением из-за его малости обычно пренебрегают. Как показано в [7], наличие эффекта Баушингера при-

водит к повышению коэффициента интенсивности напряжений, что в свою очередь значительно сказывается на снижении долговечности стволов.

В статье [4] эффект Баушингера исследовали при раздельных одноосном нагружении в окружном направлении и кручении относительно оси цилиндра. Вместе с тем интерес представляет эффект Баушингера в условиях, близких к эксплуатации, т.е. при совместном действии нормального и касательного напряжений. Исследование эффекта Баушингера в таких условиях явилось целью настоящей статьи.

Полагаем, что в исходном состоянии материал изотропен, его упрочнение описывается гипотезой изотропно-кинематического типа, а нагружение осуществляется по прямолинейным траекториям, что соответствует условиям простого нагружения. Как и в [3, 4], воспользуемся концепцией поверхности текучести, разделяющей области упругого и неупругого деформирования. Поскольку в рассматриваемом случае напряженное состояние является сложным, то диаграмму деформирования материала при совместном нагружении окружным растягивающим напряжением и крутящим моментом относительно оси цилиндра представим в обобщенных координатах в виде зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформаций.

**Базовые соотношения.** Поверхность текучести материала, подвергнутого пластическому деформированию, в общем случае сложного напряженного состояния, представленная в пространстве тензора напряжений  $\{\sigma_{ij}\}(i, j = 1, 2, 3)$ , имеет вид [3, 8]:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3}(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2) + 2(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2) - \frac{2}{3}(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{11}\sigma_{33}) - \\ & - 2\sqrt{\frac{2}{3}}a_1\sigma_{11} + \sqrt{2}\left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} - a_2\right)\sigma_{22} + \sqrt{2}\left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} + a_2\right)\sigma_{33} - 2\sqrt{2}(a_3\sigma_{12} + a_4\sigma_{23} + a_5\sigma_{31}) + \\ & + a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 - R^2 = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  и  $R$  — параметры, характеризующие деформационную анизотропию материала. В рассматриваемом случае, корда  $\sigma_{11} = \sigma_{33} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = 0$  (при этом  $a_2 = a_4 = a_5 = 0$ ), граница текучести, представленная в плоскости  $z, \theta, r$  ортогональной системы  $z, \theta, r$  оси которой ориентированы в направлении оси цилиндра, окружном и радиальном направлениях, соответственно, будет описываться уравнением

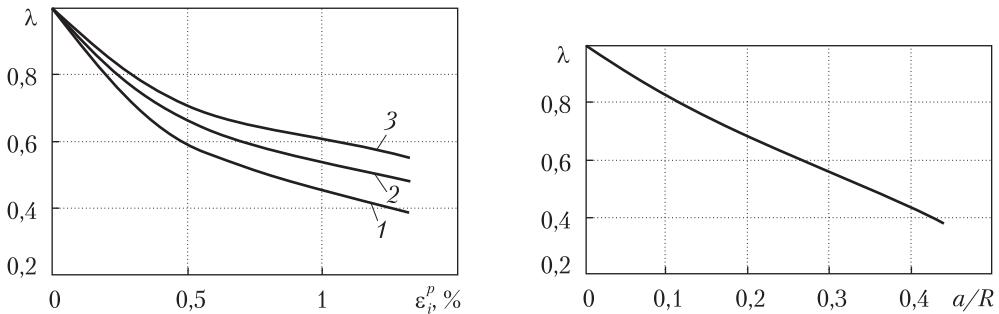
$$\frac{2}{3}\sigma_\theta^2 + 2\sigma_{\theta r}^2 + \sqrt{\frac{2}{3}}a_1\sigma_{\theta r} - 2\sqrt{2}a_3\sigma_{\theta r} + a_1^2 + a_3^2 - R^2 = 0, \quad (2)$$

где  $\sigma_\theta$  — нормальное напряжение в окружном направлении;  $\sigma_{\theta r}$  — касательное напряжение в поперечном сечении цилиндра.

Физический смысл параметров  $a_1, a_3$  и  $R$  ясен при представлении кривой текучести (2) в плоскости  $S_1 - S_3$  пятимерного девиаторного пространства  $\{S_i\}(i = 1, 2, 3, 4, 5)$  [9]. В данном случае кривая (2) примет вид окружности

$$(S_1 - a_1)^2 + (S_3 - a_3)^2 = R^2 \quad (3)$$

с координатами центра  $a_1$  и  $a_3$  и радиусом  $R$ . При этом  $S_1 = \sqrt{3}S_{11}/2$ ;  $S_3 = \sqrt{2}S_{12}$ , где  $S_{11}$  и  $S_{12}$  — девиаторы напряжений  $\sigma_\theta$  и  $\sigma_{\theta r}$  соответственно.



**Рис. 1.** Зависимость меры эффекта Баушингера от величины интенсивности пластических деформаций при  $R = 800$  (1), 1000 (2) и 1200 (3) МПа

**Рис. 2.** Зависимость меры эффекта Баушингера от степени анизотропии материала

В рассматриваемом случае напряженного состояния интенсивности напряжений  $\sigma_i$  и деформаций  $\epsilon_i$  равны соответственно:

$$\sigma_i = (\sigma_\theta^2 + 3\sigma_{\theta r}^2)^{1/2}; \quad (4)$$

$$\epsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} [(\epsilon_z - \epsilon_\theta)^2 + (\epsilon_\theta - \epsilon_r)^2 + (\epsilon_r - \epsilon_z)^2 + 6\epsilon_{\theta z}^2]^{1/2}. \quad (5)$$

Здесь  $\epsilon_z$ ,  $\epsilon_\theta$ ,  $\epsilon_r$  — осевая, окружная и радиальная деформации соответственно. С учетом принятых обозначений мера эффекта Баушингера  $\lambda$  будет определяться отношением обобщенных пределов текучести  $\sigma_{\theta r T}^{(-)} / \sigma_{\theta r T}^{(+)}$  при повторных сжатии и растяжении как функция интенсивности пластической деформации  $\epsilon_i^p$ . Значения  $\sigma_{\theta r T}^{(-)}$  и  $\sigma_{\theta r T}^{(+)}$  в случае нагружения по прямолинейным траекториям

$$\sigma_\theta = m\sigma_{\theta r} \quad (6)$$

определяются из решения уравнения (2) относительно  $\sigma_{\theta r}$  с учетом (6):

$$\sigma_{\theta r T} = \frac{\frac{a_1}{\sqrt{3}} - 2a_3 \pm \sqrt{\left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} - 2a_3\right)^2 - 4\left(\frac{m^2}{3} + 1\right)(a_1^2 + a_3^2 - R^2)}}{\sqrt{2}\left(\frac{m^2}{3} + 1\right)}. \quad (7)$$

При этом  $\sigma_{\theta r} = \sigma_{\theta r T}$ , где  $\sigma_{\theta r T}$  — обобщенный (выраженный через интенсивность напряжений) предел текучести.

При вычислении входящих в (7) значений  $a_1$ ,  $a_3$  и  $R$  используем инвариантность функций  $\sigma_i(\epsilon_i^p)$ ,  $a(\epsilon_i^p)$  и  $R(\epsilon_i^p)$  по отношению к виду напряженного состояния [8, 10]. Заметим, что в рассматриваемом случае  $a = (a_1^2 + a_3^2)^{1/2}$ . Учитывая инвариантность указанных функций, они могут быть определены из простейших опытов, например, на одноосное растяжение. Тогда, полагая в (4)  $\sigma_\theta = 0$ , а в (5)  $\epsilon_\theta^p = \epsilon_r^p = -\epsilon_z^p / 2$  и  $\epsilon_{\theta r}^p = 0$ , находим:  $\sigma_i = \sigma_\theta$  и  $\epsilon_i^p = 2\epsilon_z^p / 3$ . Функция  $a(\epsilon_i^p)$  также находится по диаграмме одноосного растяжения  $\sigma_z(\epsilon_z^p)$ .

когда  $a = a_1 = \sqrt{2/3}\sigma_z - R$ . В случае кинематического упрочнения  $R = \text{const} = \sqrt{2/3}\sigma_T$ , где  $\sigma_T$  — предел текучести материала в исходном состоянии. В общем случае изотропно-кинематического упрочнения графики функции  $R(\varepsilon_i^p)$  для сталей ферритно-перлитного, аустенитного и мартенситного классов, а также для некоторых сплавов цветных металлов приведены в работах [8, 10]. Эта функция для других материалов может быть определена экспериментально в соответствии с методикой, которая изложена здесь же. Значения  $a_1$  и  $a_3$  находятся по формулам

$$a_1 = m / \sqrt{3}a_3; \quad a_3 = a / \sqrt{m / 3 + 1}. \quad (8)$$

**Полученные результаты и их анализ.** В качестве примера вычислим эффект Баушингера для высокопрочной стали мартенситного класса 28Х3СНМВФА при нагружении по прямолинейным траекториям  $\sigma_\theta = m\sigma_{\theta r}$  при  $m = 0; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0$  и постоянном значении  $R = 800, 1000$  и  $1200$  МПа. Результаты вычислений показали, что зависимости  $\lambda(\varepsilon_i^p)$  при разных значениях  $m$  практически совпадают, т. е. они инвариантны к виду напряженного состояния. Соответствующие графики для разных значений  $R$  приведены на рис. 1.

Наряду с видом напряженного состояния оценим влияние на эффект Баушингера степени анизотропии материала, которая характеризуется коэффициентом анизотропии  $k = a / R$ . С этой целью определили функцию  $\lambda(a / R)$  при  $\varepsilon_i^p = 2,5\%$  и  $R = 800, 1000$  и  $1200$  МПа. Величина  $R = \sqrt{2/3}\sigma_T$ , где предел текучести  $\sigma_T$  определяется режимом термической обработки материала. График этой функции показан на рис. 2, где видно, что с повышением уровня анизотропии мера эффекта Баушингера уменьшается, а это свидетельствует об увеличении последнего.

На основании проведенного численного исследования эффекта Баушингера в толстостенных круговых цилиндрах с одним открытым торцом при пропорциональном нагружении напряжениями нормальным окружным и касательным в плоскости поперечного сечения цилиндра можно отметить следующее. Вид напряженного состояния, характеризуемый отношением этих напряжений, при малых значениях коэффициента анизотропии практически не влияет на значение эффекта Баушингера. Увеличение степени анизотропии, которая обусловлена режимами обработки давлением полуфабриката (в виде листового профиле или трубных заготовок) в общем случае изотропно-кинематического упрочнения и автофrettированием цилиндра, приводит к усилению эффекта Баушингера. При снижении степени анизотропии, когда преобладает изотропная составляющая упрочнения, эффект Баушингера ослабевает. Указанное обстоятельство необходимо учитывать при выборе материала цилиндров и назначении режима автофrettирования.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Buciumeanu M., Palaghian L., Miranda A.A., Silva F.S. Fatigue life prediction including the Bauschinger effect. *Int. J. of Fatigue*. 2011. **33**, № 2. P. 145–152.
2. Ma Q., Levy C., Perl M. The impact of the Bauschinger effect on the stress concentrations and stress intensity factors for autofrettaged thick cylindrical pressure vessels. *J. Pressure Vessel Technol.* 2012. **134**, № 2. P. 142–149.
3. Бастун В.Н., Подильчук И.Ю. Моделирование эффекта Баушингера в ортотропных материалах с изотропно-кинематическим упрочнением в условиях изотермического и неизотермического нагружения. *Допов. Нац. акад. наук України*. 2016. № 7. С. 39–48.

4. Bastun V., Podil'chuk I. Bauschinger effect prediction in thick-walled autofrettaged cylindrical pressure vessels. *J. Pressure Vessel Technol.* 2017. **139**(4). 041404.
5. Parker A.P. Autofrettage of open-end tubes – pressure, strains, and code-comparison. *J. Pressure Vessel Technol.* 2001. **123**, P. 271–281.
6. Perl M., Levy C., Rallabhandy V. The influence of the Bauschinger effect on 3D stress intensity factors for internal radial cracks in a fully or partially autofrettaged gun barrels. *J. Pressure Vessel Technol.* 2006. **128**, P. 233–239.
7. Ma Q., Levy C., Perl M. Stress concentration and stress intensity for pressurized eroded autofrettaged thick cylinders with Bauschinger effect. Proceeding of the ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference. 2010. P. 1–8.
8. Bastun V.N. and Kaminsky A.A. Applied problems in the mechanics of strain hardening of structural metallic materials. *Int. Appl. Mech.* 2005. **41**, № 10. P. 1092–1129.
9. Ильюшин А.А. Пластичность. Общая математическая теория. Москва: Изд-во АН СССР, 1963. 272 с.
10. Каминский А.А., Бастун В.Н. Деформационное упрочнение и разрушение металлов при переменных процессах нагружения. Киев: Наук. думка, 1985. 167 с.

Поступило в редакцию 19.05.2017

## REFERENCES

1. Buciumeanu, M., Palaghian, L., Miranda, A. A. & Silva, F. S. (2011). Fatigue life prediction including the Bauschinger effect. *Int. J. of Fatigue*, 33, No. 2, pp. 145-152.
2. Ma, Q., Levy, C. & Perl, M. (2012). The impact of the Bauschinger effect on the stress concentrations and stress intensity factors for autofrettaged thick cylindrical pressure vessels. *J. Pressure Vessel Technol.*, 134, No. 2, pp. 142-149.
3. Bastun, V. N. & Podil'chuk, I. Yu. (2016). Modeling the Bauschinger effect in orthotropic materials with isotropic-kinematic hardening under isothermal and nonisothermal loadings. *Dopov. Nac. akad. nauk Ukr.*, No. 7, pp. 39-48 (in Russian).
4. Bastun, V. & Podil'chuk, I. (2017). Bauschinger effect prediction in thick-walled autofrettaged cylindrical pressure vessels. *J. Pressure Vessel Technol.*, 139(4), 041404.
5. Parker, A. P. (2001). Autofrettage of open-end tubes – pressure, strains, and code-comparison. *J. Pressure Vessel Technol.*, 123, pp. 271-281.
6. Perl, M., Levy, C. & Rallabhandy, V. (2006). The influence of the Bauschinger effect on 3D stress intensity factors for internal radial cracks in a fully or partially autofrettaged gun barrels. *J. Pressure Vessel Technol.*, 128, pp. 233-239.
7. Ma, Q., Levy, C. & Perl, M. (2010). Stress concentration and stress intensity for pressurized eroded auto-frettaged thick cylinders with Bauschinger effect. Proc. of the ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference, pp. 1-8.
8. Bastun, V. N. & Kaminsky, A. A. (2005). Applied problems in the mechanics of strain hardening of structural metallic materials. *Int. Appl. Mech.*, 41, No. 10, pp. 1092-1129.
9. Il'yushin, A. A. (1963). Plasticity. General mathematical theory. Moscow: Izd. AN SSSR (in Russian).
10. Kaminsky, A. A. & Bastun, V. N. (1985). Strain hardening and fracture of metals under variable loadings. Kyiv: Naukova. Dumka (in Russian).

Received 19.05.2017

*В.М. Бастун, І.Ю. Подільчук*

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ  
E-mail: vbastun35@gmail.com, ipodil72fl@gmail.com

## ЕФЕКТ БАУШИНГЕРА У ТОВСТОСТІННИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ПОСУДИНАХ ТИСКУ З ВІДКРИТИМ ТОРЦЕМ

Досліджено залежність міри ефекту Баушингера у товстостінних кругових циліндричних посудинах тиску з одним відкритим торцем, що зазнає автофретування, від величини інтенсивності пластичних деформацій при сумісному пропорційному навантаженні внутрішнім тиском та крутильним моментом.

Наведено чисельний приклад визначення міри ефекту Баушингера при різних співвідношеннях між окружним і дотичним напруженнями. Показано, що вид напруженого стану, який характеризується відношенням напружень, при малих значеннях коефіцієнта анізотропії, що обумовлена автофretтуванням, практично не впливає на значення ефекту Баушингера. Збільшення ступеня анізотропії матеріалу призводить до посилення ефекту. При зниженні ступеня анізотропії ефект Баушингера слабне.

**Ключові слова:** міра ефекту Баушингера, товстостінні посудини тиску з відкритим торцем, пропорційні навантаження, автофretтування, анізотропія.

V.N. Bastun, I.Yu. Podil'chuk

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kiev

E-mail: vbastun35@gmail.com, ipodil72fl@gmail.com

#### THE BAUSCHINGER EFFECT IN OPEN-END THICK-WALLED CYLINDRICAL PRESSURE VESSELS

The dependence of the Bauschinger effect measure in circular cylindrical thick-walled autofrettaged pressure vessels with one open end on the intensity of plastic strains under a proportional loading by internal pressure and torsion moment is studied. As an example, the Bauschinger effect measure is determined numerically for different ratios between hoop and tangential stresses. It is shown that the stressed state mode, which is characterized by the ratio of stresses, at small values of the anisotropy coefficient induced by the autofrettage weakly affects the Bauschinger effect measure. It increases with the anisotropy level. With the last being decreased, the Bauschinger effect diminishes.

**Keywords:** Bauschinger effect measure, open-end thick-walled pressure vessels, autofrettage, anisotropy.