doi: https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.09.048
УДК 539.3

Д.М. Лила

Черкасский национальный университет им. Богдана Хмельницкого
E-mail: dim_l@ukr.net

К методу возмущений в задаче об упругопластической неустойчивости вращающегося диска

Представлено академиком НАН Украины А.А. Мартынюком

При исследовании потери устойчивости быстровращающегося тонкого кругового диска выяснена возможная форма возмущения исходной контурной окружности. Получены первые четыре приближения по малому параметру линеаризованных граничных условий и условий сопряжения решений.

Ключевые слова: *упругопластическая задача, метод возмущения формы границы, вращающийся диск, потеря устойчивости, критическая угловая скорость.*

Приближенное решение аналитическим методом малого параметра [1] плоских упругопластических задач теории идеальной пластичности предполагает перенесение граничных условий и условий сопряжения решений на некоторый простейший контур. Этому предшествует развитие метода возмущений формы границы [2] тела, являющейся в осесимметричных задачах окружностью. Поскольку непосредственное применение упомянутых линеаризованных по малому параметру условий в напряжениях [3] при изучении возможной потери устойчивости быстровращающихся дисков [4] затруднительно, требуются уточнения и конкретизация соответствующих соотношений метода малого параметра.

Постановка задачи. Рассматривается вращающийся однородный и изотропный сплошной/кольцевой круговой тонкий диск постоянной толщины. Предел текучести материала диска, модуль упругости, плотность, коэффициент Пуассона, а также постоянная угловая скорость вращения известны. Цилиндрическая система координат неподвижна относительно диска, причем срединная плоскость диска принята за плоскость $r\theta$ радиальной и угловой координат. На наружной боковой поверхности $r = r_0$ поддерживается постоянное радиальное давление либо она свободна от внешних напряжений (то же предполагается для внутренней боковой поверхности кольцевого диска). Поле невозмущенных напряжений (обобщенное плоское напряженное состояние применительно к тонким пластинам) определяется из обыкновенного дифференциального уравнения квазистатического равновесия, учитывающего объемные радиальные нагрузки, а также уравнений связи в упругой зоне и условия текучести в пластической зоне. Возмущенное состояние упругой области диска

$$\sigma_\lambda = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i \sigma_{\lambda i}\,, \quad u_\lambda = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i u_{\lambda i}$$

(λ обозначает произвольную компоненту напряжения и перемещения) находится с учетом того, что линеаризованные по малому параметру δ возмущения удовлетворяют дифференциальным уравнениям равновесия плоской задачи (без учета вращения) и уравнениям связи между напряжениями и перемещениями в частных производных. Предмет исследования составляет критическая угловая скорость вращения диска, теряющего устойчивость, когда уравнение внешней его границы принимает вид [1]

$$r = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i r_i(\theta) = r_0 + \Delta r(\theta) = r_0 + \delta \bar{r}(\theta)\,, \qquad \bar{r} = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i r_{i+1}(\theta)\,. \tag{1}$$

Чтобы определить критическую скорость и осуществить контроль сходимости, требуется получить по крайней мере несколько первых приближений значения критического радиуса пластической зоны, установив предварительно вид линеаризованных граничных условий в напряжениях, использующихся при построении характеристического уравнения [1—4].

Возмущение формы границы. Предположим появление малого эксцентриситета x_0 внешнего контура диска [1]:

$$(x - x_0)^2 + y^2 = r_0^2\,. \tag{2}$$

Поскольку $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, уравнение (2) запишется в виде

$$\rho^2 - 2\delta\rho\cos\theta - 1 + \delta^2 = 0\,,$$

где $\rho = r/r_0$ — безразмерный текущий радиус, а $\delta = x_0/r_0$ — безразмерный малый параметр. Метод неопределенных коэффициентов для

$$\rho = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i \rho_i(\theta)$$

позволяет ввести в рассмотрение возмущенную форму границы диска (1) в виде

$$\begin{aligned}
&\rho_0 = 1,\\
&\rho_1 = \cos\theta,\\
&\rho_2 = -\frac{1}{4}(1 - \cos 2\theta),\\
&\rho_3 = 0,\\
&\rho_4 = -\frac{1}{64}(3 - 4\cos 2\theta + \cos 4\theta),\\
&\rho_5 = 0,\\
&\rho_6 = -\frac{1}{512}(10 - 15\cos 2\theta + 6\cos 4\theta - \cos 6\theta), \ldots
\end{aligned} \tag{3}$$

Из (3), в частности, следует, что исследование в предложенной постановке [1, 3] самоуравновешенной формы потери устойчивости при $n = 3, 5, \ldots$ имеет в определенной степени формальный характер.

Условия сопряжения. Для любой компоненты напряжения f, соответствующей контурному усилию $p = p_0$, имеем

$$f = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i f_i(r_0 + \delta\overline{r}) = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i \left(\sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{j!} \frac{d^j f_i(r_0)}{dr^j} (\delta\overline{r})^j \right) = \sum_{i,j=0}^{\infty} \frac{\delta^{i+j} \overline{r}^{\,j}}{j!} \frac{d^j f_i(r_0)}{dr^j} = p_0 .$$

Отсюда с учетом разложений

$$\begin{aligned}
&\overline{r}^2 = r_1^2 + \delta \cdot 2r_1 r_2 + \delta^2 (2r_1 r_3 + r_2^2) + \delta^3 (2r_1 r_4 + 2r_2 r_3) + \delta^4 (2r_1 r_5 + 2r_2 r_4 + r_3^2) + \ldots, \\
&\overline{r}^3 = r_1^3 + \delta \cdot 3r_1^2 r_2 + \delta^2 (3r_1^2 r_3 + 3r_1 r_2^2) + \delta^3 (3r_1^2 r_4 + 6r_1 r_2 r_3 + r_2^3) + \ldots, \\
&\overline{r}^4 = r_1^4 + \delta \cdot 4r_1^3 r_2 + \delta^2 (4r_1^3 r_3 + 6r_1^2 r_2^2) + \ldots, \\
&\overline{r}^5 = r_1^5 + \delta \cdot 5r_1^4 r_2 + \ldots
\end{aligned}$$

методом неопределенных коэффициентов получаем линеаризованные граничные условия в виде

$$\begin{aligned}
&f_0 = p_0, \\
&f_1 + f_0' r_1 = 0, \\
&f_2 + f_1' r_1 + f_0' r_2 + \frac{1}{2} f_0'' r_1^2 = 0, \\
&f_3 + f_2' r_1 + f_1' r_2 + \frac{1}{2} f_1'' r_1^2 + f_0' r_3 + f_0'' r_1 r_2 + \frac{1}{6} f_0''' r_1^3 = 0, \\
&f_4 + f_3' r_1 + f_2' r_2 + \frac{1}{2} f_2'' r_1^2 + f_1' r_3 + f_1'' r_1 r_2 + \frac{1}{6} f_1''' r_1^3 + \\
&+ f_0' r_4 + \frac{1}{2} f_0'' (2r_1 r_3 + r_2^2) + \frac{1}{2} f_0''' r_1^2 r_2 + \frac{1}{24} f_0^{(4)} r_1^4 = 0, \ldots,
\end{aligned} \tag{4}$$

где штрихом обозначена производная по r. Условия (4) не записаны через компоненты основной системы координат и не могут быть непосредственно использованы при $r = r_0$, однако позволяют установить условия сопряжения решений на упругопластической границе

$$r = r_{0*} + \delta \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i r_{i+1*}(\theta)$$

в виде

$$\begin{aligned}
&[f_1 + f_0' r_{1*}] = 0, \\
&\left[f_2 + f_1' r_{1*} + f_0' r_{2*} + \frac{1}{2} f_0'' r_{1*}^2 \right] = 0, \\
&\left[f_3 + f_2' r_{1*} + f_1' r_{2*} + \frac{1}{2} f_1'' r_{1*}^2 + f_0' r_{3*} + f_0'' r_{1*} r_{2*} + \frac{1}{6} f_0''' r_{1*}^3 \right] = 0,
\end{aligned}$$

$$\Big[f_4+f_3'r_{1*}+f_2'r_{2*}+\frac{1}{2}f_2''r_{1*}^2+f_1'r_{3*}+f_1''r_{1*}r_{2*}+\frac{1}{6}f_1'''r_{1*}^3+$$

$$+f_0'r_{4*}+\frac{1}{2}f_0''(2r_{1*}r_{3*}+r_{2*}^2)+\frac{1}{2}f_0'''r_{1*}^2r_{2*}+\frac{1}{24}f_0^{(4)}r_{1*}^4\Big]=0,\ldots,$$

где квадратные скобки обозначают скачек функции в точке $r=r_{0*}$, а вместо f поочередно должна быть записана каждая компонента напряжения $R:=\sigma_{rr}$, $\Theta:=\sigma_{\theta\theta}$, $T:=\tau_{r\theta}$.

Граничные условия. При переходе к основной системе координат нормальное и касательное напряжения должны быть представлены согласно формулам

$$\begin{aligned}&\sigma=R\cos^2\theta^*+\Theta\sin^2\theta^*+2T\sin\theta^*\cos\theta^*,\\&\tau=(\Theta-R)\sin\theta^*\cos\theta^*+T(\cos^2\theta^*-\sin^2\theta^*),\end{aligned}\qquad(5)$$

где

$$\cos\theta^*=\cos\theta_1\cos\theta+\sin\theta_1\sin\theta,\qquad \sin\theta^*=\sin\theta_1\cos\theta-\cos\theta_1\sin\theta,$$

$$\cos\theta_1=\frac{\dot y}{\sqrt{\dot x^2+\dot y^2}},\quad \sin\theta_1=-\frac{\dot x}{\sqrt{\dot x^2+\dot y^2}}$$

(точкой обозначена производная по θ). Поскольку

$$x=(r_0+\delta\overline{r})\cos\theta,\qquad y=(r_0+\delta\overline{r})\sin\theta,$$

$$\dot x=-(r_0+\delta\overline{r})\sin\theta+\delta\dot{\overline{r}}\cos\theta,\quad \dot y=(r_0+\delta\overline{r})\cos\theta+\delta\dot{\overline{r}}\sin\theta,$$

с учетом разложения (1) и обозначений $\rho_i=r_i/r_0$, $\dot\rho_i=\dot r_i/r_0$ получаем

$$\cos\theta^*=\frac{r_0+\delta\overline{r}}{\sqrt{(r_0+\delta\overline{r})^2+(\delta\dot{\overline{r}})^2}}=\sum_{i=0}^{\infty}\delta^i c_i,\qquad \sin\theta^*=-\frac{\delta\dot{\overline{r}}}{\sqrt{(r_0+\delta\overline{r})^2+(\delta\dot{\overline{r}})^2}}=\sum_{i=0}^{\infty}\delta^i s_i,\qquad(6)$$

где

$$c_0=1,$$
$$c_1=0,$$
$$c_2=-\frac{1}{2}\dot\rho_1^2,$$
$$c_3=\rho_1\dot\rho_1^2-\dot\rho_1\dot\rho_2,$$
$$c_4=-\frac{3}{2}\rho_1^2\dot\rho_1^2+2\rho_1\dot\rho_1\dot\rho_2+\frac{3}{8}\dot\rho_1^4+\rho_2\dot\rho_1^2-\dot\rho_1\dot\rho_3-\frac{1}{2}\dot\rho_2^2,\ldots,$$
$$s_0=0,$$
$$s_1=-\dot\rho_1,$$
$$s_2=\rho_1\dot\rho_1-\dot\rho_2,$$
$$s_3=-\rho_1^2\dot\rho_1+\rho_1\dot\rho_2+\frac{1}{2}\dot\rho_1^3+\rho_2\dot\rho_1-\dot\rho_3,$$
$$s_4=-\frac{3}{2}\rho_1\dot\rho_1^3+\rho_1^3\dot\rho_1-2\rho_1\rho_2\dot\rho_1-\rho_1^2\dot\rho_2+\frac{3}{2}\dot\rho_1^2\dot\rho_2+\rho_1\dot\rho_3+\rho_3\dot\rho_1+\rho_2\dot\rho_2-\dot\rho_4,\ldots$$

(ср. с [1, 3]). На основе (6) напряжения (5) запишутся в виде

$$\sigma = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i \sigma_i \,, \quad \tau = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i \tau_i \,, \tag{7}$$

где

$$\sigma_0 = R_0,$$
$$\sigma_1 = R_1 - 2T_0\dot\rho_1,$$
$$\sigma_2 = R_2 - 2T_1\dot\rho_1 + (\Theta_0 - R_0)\dot\rho_1^2 + 2T_0(\rho_1\dot\rho_1 - \dot\rho_2),$$
$$\sigma_3 = R_3 - 2T_2\dot\rho_1 + (\Theta_1 - R_1)\dot\rho_1^2 + 2T_1(\rho_1\dot\rho_1 - \dot\rho_2) -$$
$$- 2(\Theta_0 - R_0)(\rho_1\dot\rho_1^2 - \dot\rho_1\rho_2) + 2T_0(-\rho_1^2\dot\rho_1 + \rho_1\dot\rho_2 + \dot\rho_1^3 + \rho_2\dot\rho_1 - \dot\rho_3),$$
$$\sigma_4 = R_4 - 2T_3\dot\rho_1 + (\Theta_2 - R_2)\dot\rho_1^2 + 2T_2(\rho_1\dot\rho_1 - \dot\rho_2) -$$
$$- 2(\Theta_1 - R_1)(\rho_1\dot\rho_1^2 - \dot\rho_1\rho_2) + 2T_1(-\rho_1^2\dot\rho_1 + \rho_1\dot\rho_2 + \dot\rho_1^3 + \rho_2\dot\rho_1 - \dot\rho_3) +$$
$$+ (\Theta_0 - R_0)(3\rho_1^2\dot\rho_1^2 - 4\rho_1\dot\rho_1\rho_2 - \dot\rho_1^4 - 2\rho_2\dot\rho_1^2 + 2\dot\rho_1\rho_3 + \dot\rho_2^2) +$$
$$+ 2T_0(-3\rho_1\dot\rho_1^3 + \rho_1^3\dot\rho_1 - 2\rho_1\rho_2\dot\rho_1 - \rho_1^2\dot\rho_2 + 3\dot\rho_1^2\dot\rho_2 + \rho_1\dot\rho_3 + \rho_3\dot\rho_1 + \rho_2\dot\rho_2 - \dot\rho_4),$$

....

$$\tau_0 = T_0,$$
$$\tau_1 = T_1 - (\Theta_0 - R_0)\dot\rho_1,$$
$$\tau_2 = T_2 - (\Theta_1 - R_1)\dot\rho_1 + (\Theta_0 - R_0)(\rho_1\dot\rho_1 - \dot\rho_2) - 2T_0\dot\rho_1^2,$$
$$\tau_3 = T_3 - (\Theta_2 - R_2)\dot\rho_1 + (\Theta_1 - R_1)(\rho_1\dot\rho_1 - \dot\rho_2) - 2T_1\dot\rho_1^2 +$$
$$+ (\Theta_0 - R_0)(-\rho_1^2\dot\rho_1 + \rho_1\dot\rho_2 + \dot\rho_1^3 + \rho_2\dot\rho_1 - \dot\rho_3) + 4T_0(\rho_1\dot\rho_1^2 - \dot\rho_1\rho_2),$$
$$\tau_4 = T_4 - (\Theta_3 - R_3)\dot\rho_1 + (\Theta_2 - R_2)(\rho_1\dot\rho_1 - \dot\rho_2) - 2T_2\dot\rho_1^2 +$$
$$+ (\Theta_1 - R_1)(-\rho_1^2\dot\rho_1 + \rho_1\dot\rho_2 + \dot\rho_1^3 + \rho_2\dot\rho_1 - \dot\rho_3) + 4T_1(\rho_1\dot\rho_1^2 - \dot\rho_1\rho_2) +$$
$$+ (\Theta_0 - R_0)(-3\rho_1\dot\rho_1^3 + \rho_1^3\dot\rho_1 - 2\rho_1\rho_2\dot\rho_1 - \rho_1^2\dot\rho_2 + 3\dot\rho_1^2\dot\rho_2 + \rho_1\dot\rho_3 +$$
$$+ \rho_3\dot\rho_1 + \rho_2\dot\rho_2 - \dot\rho_4) + 2T_0(-3\rho_1^2\dot\rho_1^2 + 3\rho_1\dot\rho_1\rho_2 + \dot\rho_1^4 + 2\rho_2\dot\rho_1^2 - 2\dot\rho_1\rho_3 - \dot\rho_2^2),$$

....

Подставляя σ_i, τ_i (7) в (4) вместо f_i и учитывая, что в осесимметричной задаче $T_0 = 0$, получаем линеаризованные граничные условия на окружности $r = r_0$:

1-е приближение $\quad R_1 + R_0'\rho_1 = 0, \quad T_1 - (\Theta_0 - R_0)\dot\rho_1 = 0;$

2-е приближение $\quad R_2 - 2T_1\dot\rho_1 + (\Theta_0 - R_0)\dot\rho_1^2 + R_1'\rho_1 + R_0'\rho_2 + \frac{1}{2}R_0''\rho_1^2 = 0,$

$$T_2 - (\Theta_1 - R_1)\dot\rho_1 + (\Theta_0 - R_0)(\rho_1\dot\rho_1 - \dot\rho_2) + \{T_1 - (\Theta_0 - R_0)\dot\rho_1\}'\rho_1 = 0;$$

3-е приближение $\quad R_3 - 2T_2\dot\rho_1 + (\Theta_1 - R_1)\dot\rho_1^2 + 2T_1(\rho_1\dot\rho_1 - \dot\rho_2) - 2(\Theta_0 - R_0)(\rho_1\dot\rho_1^2 - \dot\rho_1\rho_2) +$

$$+\{R_2 - 2T_1\dot\rho_1 + (\Theta_0 - R_0)\dot\rho_1^2\}'\rho_1 + R_1'\rho_2 + \frac{1}{2}R_1''\rho_1^2 +$$

$$+R_0'\rho_3+R_0''\rho_1\rho_2+\frac{1}{6}R_0'''\rho_1^3=0,$$

$$T_3-(\Theta_2-R_2)\dot\rho_1+(\Theta_1-R_1)(\rho_1\dot\rho_1-\dot\rho_2)-2T_1\dot\rho_1^2+(\Theta_0-R_0)(-\rho_1^2\dot\rho_1+$$
$$+\rho_1\dot\rho_2+\dot\rho_1^3+\rho_2\dot\rho_1-\dot\rho_3)+\{T_2-(\Theta_1-R_1)\dot\rho_1+(\Theta_0-R_0)(\rho_1\dot\rho_1-\dot\rho_2)\}'\rho_1+$$
$$+\{T_1-(\Theta_0-R_0)\dot\rho_1\}'\rho_2+\frac{1}{2}\{T_1-(\Theta_0-R_0)\dot\rho_1\}''\rho_1^2=0;$$

4-е приближение

$$R_4-2T_3\dot\rho_1+(\Theta_2-R_2)\dot\rho_1^2+2T_2(\rho_1\dot\rho_1-\dot\rho_2)-2(\Theta_1-R_1)(\rho_1\dot\rho_1^2-\dot\rho_1\dot\rho_2)+$$
$$+2T_1(-\rho_1^2\dot\rho_1+\rho_1\dot\rho_2+\dot\rho_1^3+\rho_2\dot\rho_1-\dot\rho_3)+(\Theta_0-R_0)(3\rho_1^2\dot\rho_1^2-4\rho_1\dot\rho_1\dot\rho_2-\dot\rho_1^4-$$
$$-2\rho_2\dot\rho_1^2+2\dot\rho_1\dot\rho_3+\dot\rho_2^2)+\{R_3-2T_2\dot\rho_1+(\Theta_1-R_1)\dot\rho_1^2+2T_1(\rho_1\dot\rho_1-\dot\rho_2)-$$
$$-2(\Theta_0-R_0)(\rho_1\dot\rho_1^2-\dot\rho_1\dot\rho_2)\}'\rho_1+\{R_2-2T_1\dot\rho_1+(\Theta_0-R_0)\dot\rho_1^2\}'\rho_2+$$
$$+\frac{1}{2}\{R_2-2T_1\dot\rho_1+(\Theta_0-R_0)\dot\rho_1^2\}''\rho_1^2+R_1'\rho_3+R_1''\rho_1\rho_2+\frac{1}{6}R_1'''\rho_1^3+$$
$$+R_0'\rho_4+\frac{1}{2}R_0''(2\rho_1\rho_3+\rho_2^2)+\frac{1}{2}R_0'''\rho_1^2\rho_2+\frac{1}{24}R_0^{(4)}\rho_1^4=0,$$

$$T_4-(\Theta_3-R_3)\dot\rho_1+(\Theta_2-R_2)(\rho_1\dot\rho_1-\dot\rho_2)-2T_2\dot\rho_1^2+(\Theta_1-R_1)(-\rho_1^2\dot\rho_1+$$
$$+\rho_1\dot\rho_2+\dot\rho_1^3+\rho_2\dot\rho_1-\dot\rho_3)+4T_1(\rho_1\dot\rho_1^2-\dot\rho_1\dot\rho_2)+(\Theta_0-R_0)(-3\rho_1\dot\rho_1^3+\rho_1^3\dot\rho_1-$$
$$-2\rho_1\rho_2\dot\rho_1-\rho_1^2\dot\rho_2+3\dot\rho_1^2\dot\rho_2+\rho_1\dot\rho_3+\rho_3\dot\rho_1+\rho_2\dot\rho_2-\dot\rho_4)+\{T_3-(\Theta_2-R_2)\dot\rho_1+$$
$$+(\Theta_1-R_1)(\rho_1\dot\rho_1-\dot\rho_2)-2T_1\dot\rho_1^2+(\Theta_0-R_0)(-\rho_1^2\dot\rho_1+\rho_1\dot\rho_2+\dot\rho_1^3+\rho_2\dot\rho_1-$$
$$-\dot\rho_3)\}'\rho_1+\{T_2-(\Theta_1-R_1)\dot\rho_1+(\Theta_0-R_0)(\rho_1\dot\rho_1-\dot\rho_2)\}'\rho_2+$$
$$+\frac{1}{2}\{T_2-(\Theta_1-R_1)\dot\rho_1+(\Theta_0-R_0)(\rho_1\dot\rho_1-\dot\rho_2)\}''\rho_1^2+\{T_1-(\Theta_0-R_0)\dot\rho_1\}'\rho_3+$$
$$+\{T_1-(\Theta_0-R_0)\dot\rho_1\}''\rho_1\rho_2+\frac{1}{6}\{T_1-(\Theta_0-R_0)\dot\rho_1\}'''\rho_1^3=0$$

(штрихом обозначена производная по ρ; ср. с [1, 3]).

Уточненный вид возмущения формы границы, а также конкретизированные граничные условия и условия сопряжения позволяют развить метод последовательных приближений к решению задачи о потере устойчивости вращающегося диска: получить первые четыре приближения по малому параметру для характеристического уравнения, критического радиуса пластической зоны и критической угловой скорости.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ивлев Д.Д. Механика пластических сред: В 2 т. Т. 2: Общие вопросы. Жестопластическое и упругопластическое состояние тел. Упрочнение. Деформационные теории. Сложные среды. Москва: Физматлит, 2002. 448 с.
2. Гузь А.Н., Немиш Ю.Н. Метод возмущения формы границы в механике сплошных сред. Киев: Вища шк., 1989. 352 с.
3. Ивлев Д.Д., Ершов Л.В. Метод возмущений в теории упругопластического тела. Москва: Наука, 1978. 208 с.

4. Лила Д.М., Мартынюк А.А. О потере устойчивости вращающегося упруго-пластического кругового диска. *Допов. Нац. акад. наук Укр*. 2011. № 1. С. 44—51.

Поступило в редакцию 30.03.2017

REFERENCES

1. Ivlev, D. D. (2002). Mechanics of Plastic Media, Vol. 2: General Problems. Rigid-Plastic and Elastoplastic State of Bodies. Hardening. Deformation Theories. Complex Media. Moscow: Fizmatlit (in Russian).
2. Guz', A. N. & Nemish, Yu. N. (1989). Method of Perturbation of the Shape of the Boundary in Continuum Mechanics, Kyiv: Vyshcha Shkola (in Russian).
3. Ivlev, D. D. & Ershov, L. V. (1978). Perturbation Method in the Theory of Elastoplastic Bodies, Moscow: Nauka (in Russian).
4. Lila, D. M. & Martynyuk, A. A. (2011). About the stability loss of a rotating elastoplastic circular disc. Dopov. Nac. akad. nauk Ukr., No. 1, pp. 44-51 (in Russian).

Received 30.03.2017

Д.М. Лила

Черкаський національний університет ім. Богдана Хмельницького
E-mail: dim_l@ukr.net

ДО МЕТОДУ ЗБУРЕНЬ У ЗАДАЧІ ПРО ПРУЖНОПЛАСТИЧНУ НЕСТІЙКІСТЬ ДИСКА, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ

При дослідженні втрати стійкості тонкого кругового диска, що обертається, з'ясовано можливу форму збурення вихідного контурного кола. Одержано перші чотири наближення за малим параметром лінеаризованих межових умов та умов спрягання розв'язків.

Ключові слова: *пружнопластична задача, метод збурення форми межі, диск, що обертається, втрата стійкості, критична кутова швидкість.*

D.M. Lila

Bohdan Khmelnytsky National University of Cherkasy
E-mail: dim_l@ukr.net

ON THE METHOD OF PERTURBATIONS IN THE PROBLEM OF ELASTOPLASTIC INSTABILITY OF A ROTATING DISK

In the study of the loss of stability by a rapidly rotating thin circular disk, a possible form of perturbation of the initial contour circle is elucidated. The first four approximations are obtained for the small parameter of the linearized boundary conditions and the conjugation conditions for the solutions.

Keywords: *elastoplastic problem, boundary shape perturbation method, rotating disc, stability loss, critical angular velocity.*