
doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.06.028>

УДК 532.546

В.Л. Поляков

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

E-mail: polyakov_igm@list.ru

О математическом моделировании фильтрации жидкости в дренируемом трещиноватом напорном пласте

Представлено членом-корреспондентом НАН Украины А.Я. Олейником

Сформулирована математическая задача откачки жидкости совершенной скважиной с постоянным дебитом из трещиноватого напорного пласта. Ее решение представляется в виде аналитических зависимостей искоемых характеристик от радиуса зоны возмущения. Изменение последнего со временем описано задачей Коши, которая просто решается с помощью стандартных пакетов программ (Mathcad и пр.). На примерах оценены точность расчетных зависимостей, влияние на фильтрационный процесс обмена жидкостью между системой трещин и матрицей пласта.

Ключевые слова: *трещиноватый пласт, совершенная скважина, фильтрация, зона возмущения, расчет.*

Нередко в Украине встречаются водо-, нефте- и газоносные пласты, которые могут рассматриваться как физико-механические структуры с двойной пористостью [1–3]. Их поровое пространство обычно образовано порами двух типов с разными функциями. Так, крупные поры-каналы (трещины) обеспечивают сравнительно быстрое перемещение масс жидкости и примеси на большие расстояния. Мелкие же поры, которые пронизывают структурные элементы пласта (блоки) в трещиноватых пористых породах, распространенной разновидности вышеупомянутых структур, занимают основную часть указанного пространства и вследствие их значительного гидравлического сопротивления играют роль источников (стоков) внутрислоевой жидкости по отношению к макропорам. Математическое моделирование фильтрационного процесса в трещиноватых пластах выполняется давно с использованием континуального подхода [4–7]. При этом они представляются в виде вложенных друг в друга континуумов, которые базируются на реальных системах трещин и блоков. Ключевое значение в таком случае приобретает коэффициент обмена жидкостью между континуумами λ . В теоретических разработках он, как правило, принимается постоянным, а его ориентированное значение устанавливается путем специальной обработки опытных данных с привлечением решения соответствующей математической задачи. Вместе с тем указанный коэффициент в принципе можно обосновывать и теоретически, исходя из структурных моделей. Последние описывают фильтрацию жидкости в репрезентативном

блоке (структурный подход). Из-за сложности моделей фильтрации в трещиноватых породах их реализация аналитическими методами стала возможной только благодаря использованию дополнительных допущений [8–10]. Численные же методы теории дренажа являются действенным инструментом, однако их применение в инженерной практике до сих пор остается проблематичным ввиду высокой стоимости программных продуктов, жестких ограничений на них [11–13]. Целью данной работы явилось, прежде всего, получение аналитико-численного решения одной из базовых задач теории дренажа, которое предполагает определение фильтрационных характеристик в трещиноватом пласте в два этапа. На первом этапе исходная задача в частных производных сводится к классической задаче Коши. На втором этапе теперь уже задача в обыкновенных производных и каноническом виде просто решается по существу численно с помощью стандартных пакетов программ математического анализа (Mathcad, Matlab и пр.). Объектом наших исследований стала одиночная совершенная скважина, расположенная в однородном и неограниченном в плане напорном пласте, а их предметом – возмущенный откачкой с постоянным дебитом q фильтрационный режим первого континуума. Выделен частный случай автономной системы трещин, а фактически обычной пористой среды, что позволило в качестве эталона при оценивании точности построенного приближенного решения воспользоваться широко применяемой в гидравлических исследованиях скважин формулой Тэйса.

В рамках гидравлической теории постановка задачи неустановившейся напорной фильтрации на фоне добывающей скважины включает следующие системы уравнений фильтрации в континууме трещин и баланса жидкости в континууме блоков

$$a \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S_f}{\partial r} \right) - \frac{\lambda}{\mu_f} r (S_f - S_m) = r \frac{\partial S_f}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\lambda (S_f - S_m) = \mu_m \frac{\partial S_m}{\partial t}, \quad (2)$$

а также оператор начальных и граничных условий, включая дополнительные условия на внешней границе зоны возмущения

$$t = 0, \quad S_f = S_m = 0; \quad R_* = r_w; \quad (3)$$

$$r = r_w, \quad 2\pi r_w k_f m \frac{\partial S}{\partial r} = -q; \quad (4)$$

$$r = R_*, \quad S_f = 0; \quad \frac{\partial S_f}{\partial r} = 0. \quad (5)$$

Здесь S_f, S_m – понижения пьезометрического напора в континуумах соответственно трещин и блоков; $a = k_f m / \mu_f$ – коэффициент пьезопроводности; k_f, μ_f – коэффициент фильтрации и упругоэластичность континуума трещин; m – мощность пласта; μ_m – упругоэластичность континуума блоков; r_w, R_* – радиусы скважины и зоны возмущения.

Для удобства последующего анализа задача (1)–(5) формулируется в безразмерном виде

$$\frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \bar{S}_f}{\partial \bar{r}} \right) - \bar{\lambda} \bar{r} (\bar{S}_f - \bar{S}_m) = \bar{r} \frac{\partial \bar{S}_f}{\partial \bar{t}}, \quad (6)$$

$$\bar{\lambda}\bar{\mu}(\bar{S}_f - \bar{S}_m) = \frac{\partial \bar{S}_m}{\partial \bar{t}}, \quad (7)$$

$$\bar{t} = 0, \quad \bar{S}_f = \bar{S}_m = 0; \quad \bar{R}_* = 1; \quad (8)$$

$$\bar{r} = 1, \quad \frac{\partial \bar{S}_f}{\partial \bar{r}} = -\bar{q}; \quad (9)$$

$$\bar{r} = \bar{R}_*, \quad \bar{S}_f = 0; \quad \frac{\partial \bar{S}_f}{\partial \bar{r}} = 0. \quad (10)$$

Здесь $\bar{S}_{f,m} = S_{f,m}/h^0$, h^0 – напор в невозмущенном пласте, $\bar{r} = r/r_W$, $\bar{t} = at/r_W^2$, $\bar{\lambda} = r_W^2 \lambda / (a\mu_f)$, $\bar{R}_* = R_*/r_W$, $\bar{\mu} = \mu_f / \mu_m$, $\bar{q} = q / (2\pi k_f m h^0)$.

Решение задачи (6)–(10) строится в параметрической форме, причем параметром является относительный радиус \bar{R}_* . Прежде всего осредняются в пределах зоны возмущения правые части уравнений (6), (7) и вводятся две вспомогательные функции

$$G_{f,m}(\bar{t}) = \frac{1}{\bar{R}_* - 1} \int_1^{\bar{R}_*} \bar{r} \frac{\partial \bar{S}_{f,m}}{\partial \bar{t}} d\bar{r}.$$

Двойное интегрирование по \bar{r} уравнения (6) с учетом (7) и условий (10) дает

$$\bar{S}_f(\bar{r}, \bar{R}_*) = \left(G_f + \frac{1}{\bar{\mu}} G_m \right) \left(\bar{r} - \bar{R}_* - \bar{R}_* \ln \frac{\bar{r}}{\bar{R}_*} \right). \quad (11)$$

Нововведенные функции удается исключить из выражения (11) благодаря использованию условия (9). Тогда несложно получить

$$G_f(\bar{t}) = \frac{\bar{q}\Phi_1(\bar{R}_*)}{(\bar{R}_* - 1)^3} \frac{d\bar{R}_*}{d\bar{t}},$$

где

$$\Phi_1(\bar{R}_*) = \frac{\bar{R}_*^3}{6} - \frac{\bar{R}_*^2}{4} - \frac{\bar{R}_*}{2} + \frac{7}{12} + \frac{1}{2} \ln \bar{R}_*$$

и, следовательно,

$$\bar{S}_f(\bar{r}, \bar{R}_*) = \bar{q} \frac{\bar{r} - \bar{R}_* - \bar{R}_* \ln \frac{\bar{r}}{\bar{R}_*}}{\bar{R}_* - 1} \quad (12)$$

Функция $\bar{S}_m(\bar{r}, \bar{t})$ выражается через \bar{S}_f согласно (7) следующим образом:

$$\bar{S}_m(\bar{r}, \bar{t}) = \bar{\lambda}\bar{\mu} \int_0^{\bar{t}} e^{-\bar{\lambda}\bar{\mu}(\bar{t}-\xi)} \bar{S}_f(\bar{r}, \xi) d\xi. \quad (13)$$

Отсюда следует

$$G_m(\bar{t}) = \frac{\bar{\lambda}\bar{\mu}\bar{q}}{(\bar{R}_* - 1)^2} \left[\Phi_2(\bar{R}_*) - \bar{\lambda}\bar{\mu} \int_0^{\bar{t}} e^{-\bar{\lambda}\bar{\mu}(\bar{t}-\xi)} \Phi_2(\bar{R}_*(\xi)) d\xi \right],$$

где $\varphi_2(\bar{R}_*) = \frac{\bar{R}_*^3}{12} + \frac{\bar{R}_*}{4} - \frac{1}{3} - \frac{\bar{R}_*}{2} \ln \bar{R}_*$. С учетом выражений для $G_{f,m}$ выведено такое интегродифференциальное уравнение относительно \bar{R}_* :

$$\frac{\varphi_1(\bar{R}_*)}{\bar{R}_* - 1} \frac{d\bar{R}_*}{d\bar{t}} + \bar{\lambda} \varphi_2(\bar{R}_*) - \bar{\mu} \bar{\lambda}^2 \int_0^{\bar{t}} e^{-\bar{\lambda} \bar{\mu}(\bar{t} - \xi)} \varphi_2(\bar{R}_*(\xi)) d\xi = \bar{R}_* - 1. \quad (14)$$

Чтобы избавиться от интеграла в (14), это уравнение дифференцируется по \bar{t} , а затем комбинируется с новым уравнением уже второго порядка. После несложных преобразований получено такое нелинейное уравнение второго порядка:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \bar{R}_*}{d\bar{t}^2} + \frac{(\bar{R}_* - 1) \varphi_1'(\bar{R}_*) - \varphi_1(\bar{R}_*)}{(\bar{R}_* - 1) \varphi_1(\bar{R}_*)} \left(\frac{d\bar{R}_*}{d\bar{t}} \right)^2 + \\ + \left[\bar{\lambda} \bar{\mu} + \frac{\bar{\lambda}(\bar{R}_* - 1) \varphi_2(\bar{R}_*) - \bar{R}_* + 1}{\varphi_1(\bar{R}_*)} \right] \frac{d\bar{R}_*}{d\bar{t}} = \frac{\bar{\lambda} \bar{\mu} (\bar{R}_* - 1)^2}{\varphi_1(\bar{R}_*)}, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\varphi_1'(\bar{R}_*) = \frac{\bar{R}_*^2}{2} - \frac{\bar{R}_*}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2\bar{R}_*}, \quad \varphi_2'(\bar{R}_*) = \frac{\bar{R}_*^2}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \ln \bar{R}_*.$$

Если блоки не влияют на течение жидкости в макропорах ($\bar{\lambda} = 0$), то из (15) вытекает упрощенное уравнение

$$\frac{d^2 \bar{R}_*}{d\bar{t}^2} + \frac{(\bar{R}_* - 1) \varphi_1'(\bar{R}_*) - \varphi_1(\bar{R}_*)}{(\bar{R}_* - 1) \varphi_1(\bar{R}_*)} \left(\frac{d\bar{R}_*}{d\bar{t}} \right)^2 - \frac{\bar{R}_* - 1}{\varphi_1(\bar{R}_*)} \frac{d\bar{R}_*}{d\bar{t}} = 0. \quad (16)$$

Уравнение (16) легко дважды интегрируется при условиях (8) и

$$\lim_{\bar{R}_* \rightarrow 1} \frac{\varphi_1(\bar{R}_*)}{\bar{R}_* - 1} \frac{d\bar{R}_*}{d\bar{t}} = 0.$$

В итоге получена зависимость между \bar{t} и \bar{R}_* в таком виде:

$$\bar{t} = \int_0^{\bar{R}_*} \frac{\varphi_1(\xi)}{(\xi - 1)^2} d\xi. \quad (17)$$

Кстати, порядок уравнения (15) несложно понизить на единицу, если сделать замену

$$\frac{d\bar{R}_*}{d\bar{t}} = y(\bar{R}_*).$$

Единственность решения уравнения (15) обеспечивается заданием двух начальных условий. Одним из них является условие (8), а производная $\frac{d\bar{R}_*}{d\bar{t}}$ при $\bar{t} \rightarrow 0$ неограниченно растет, что не позволяет применять вышеупомянутые пакеты программ. Поэтому задача Коши относительно \bar{R}_* была переформулирована. В результате искомой величиной в трансформированной задаче стало время \bar{t} , а сама задача приняла следующий вид:

$$\frac{d^2 \bar{t}}{d\bar{R}_*^2} = \left[\frac{\varphi_1'(\bar{R})}{\varphi_1(\bar{R})} - \frac{1}{\bar{R}} \right] \frac{d\bar{t}}{d\bar{R}} + \left[\bar{\lambda} \bar{\mu} - \frac{\bar{\lambda} \bar{R}_* \varphi_2'(\bar{R}_*) - \bar{R}_*}{\varphi_1(\bar{R}_*)} \right] \left(\frac{d\bar{t}}{d\bar{R}_*} \right)^2 - \frac{\bar{\lambda} \bar{\mu} \bar{R}_*^2}{\varphi_1(\bar{R}_*)} \left(\frac{d\bar{t}}{d\bar{R}_*} \right)^3, \quad (18)$$

$$\tilde{R}_* = 0, \quad \bar{t} = 0; \quad \frac{d\bar{t}}{d\tilde{R}_*} = 0; \quad (19)$$

где $\tilde{R}_* = \bar{R}_* - 1$. Кроме того, в связи с заменой \bar{R}_* на \tilde{R}_* видоизменились выражения для $\Phi_{1,2}, \Phi'_{1,2}$, а именно,

$$\begin{aligned} \Phi_1(\tilde{R}_*) &= \frac{\tilde{R}_*^3}{6} + \frac{\tilde{R}_*^2}{4} - \frac{\tilde{R}_*}{2} + \frac{1}{2} \ln(\tilde{R}_* + 1), & \Phi'_1(\tilde{R}_*) &= \frac{\tilde{R}_*^2}{2} + \frac{\tilde{R}_*}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2(\tilde{R}_* + 1)}, \\ \Phi_2(\tilde{R}_*) &= \frac{\tilde{R}_*^3}{12} + \frac{\tilde{R}_*^2}{4} + \frac{\tilde{R}_*}{2} - \frac{\tilde{R}_* + 1}{2} \ln(\tilde{R}_* + 1), & \Phi'_2(\tilde{R}_*) &= \frac{\tilde{R}_*^2}{4} + \frac{\tilde{R}_*}{2} - \frac{1}{2} \ln(\tilde{R}_* + 1). \end{aligned}$$

И опять полагая $\bar{\lambda} = 0$, двойным интегрированием (18) при условиях (19) просто выводится формула (17).

Установленная численным путем зависимость между \bar{t} и \tilde{R}_* (или \bar{R}_*) дает возможность определять относительные и понижения \bar{S}_f, \bar{S}_m , и скорость обмена жидкостью между введенными континуумами \bar{I} . Так из уравнения (6) вытекает приближенное представление для \bar{S}_m

$$\bar{S}_m(\bar{r}, \tilde{R}_*) = \bar{S}_f(\bar{r}, \tilde{R}_*) - \frac{\bar{q}}{\bar{\lambda} \tilde{R}_* \bar{r}} + \frac{\bar{q}}{\bar{\lambda}} \frac{\tilde{R}_* + 1 - \bar{r} + \ln \frac{\bar{r}}{\tilde{R}_* + 1}}{\tilde{R}_*^2} \left(\frac{d\bar{t}}{d\tilde{R}_*} \right)^{-1}. \quad (20)$$

Для практики особый интерес вызывает прогноз динамики забойного напора (давления), который при принятых допущениях следует отождествлять с $\bar{S}_{f0} = \bar{S}_f(1, \tilde{R}_*)$. Согласно (12) величина \bar{S}_{f0} будет

$$\bar{S}_{f0}(\tilde{R}_*) = \frac{\bar{q}}{\tilde{R}_*} [(\tilde{R}_* + 1) \ln(\tilde{R}_* + 1) - \tilde{R}_*]. \quad (21)$$

Наконец, скорость \bar{I} рекомендуется вычислять по формуле

$$\bar{I}(\bar{r}, \tilde{R}_*) = \bar{\lambda} [\bar{S}_f(\bar{r}, \tilde{R}_*) - \bar{S}_m(\bar{r}, \tilde{R}_*)] = \frac{\bar{q}}{\tilde{R}_*^2} \left(\tilde{R}_* + 1 - \bar{r} + \ln \frac{\bar{r}}{\tilde{R}_* + 1} \right) \left(\frac{d\bar{t}}{d\tilde{R}_*} \right)^{-1} - \frac{\bar{q}}{\tilde{R}_* \bar{r}}. \quad (22)$$

Описанное выше аналитико-численное решение задачи неустановившейся фильтрации в трещиноватом напорном пласте иллюстрируется на ряде примеров с характерными исходными данными. Предметом расчетов здесь стали относительные величины — радиус зоны возмущения и приведенные понижения напора ($\bar{S}_{f0, m0/\bar{q}}$), скорость перетока жидкости из континуума блоков в континуум трещин (\bar{I}/\bar{q}) непосредственно у скважины ($\bar{r} = 1$). Поведение указанных характеристик отслеживалось при изменении времени \bar{t} на 5 порядков. Для коэффициента $\bar{\lambda}$ были выбраны три значения (0, 0,1, 0,2), а также взято единственное значение $\bar{\mu}$ (1). Графики упомянутых характеристик представлены в полулогарифмических координатах. Эталоном послужили значения забойного напора, найденные по точной в рамках гидравлической теории формуле Тэйса, которая согласно этой теории для совершенной скважины может считаться точной. На рис. 1 как раз изображены эталонная (1) и приближенные кривые роста понижения напора около скважины в обоих континуумах ($\bar{S}_{f0}, \bar{S}_{m0}$) при двух значениях $\bar{\lambda}$. Прежде всего следует

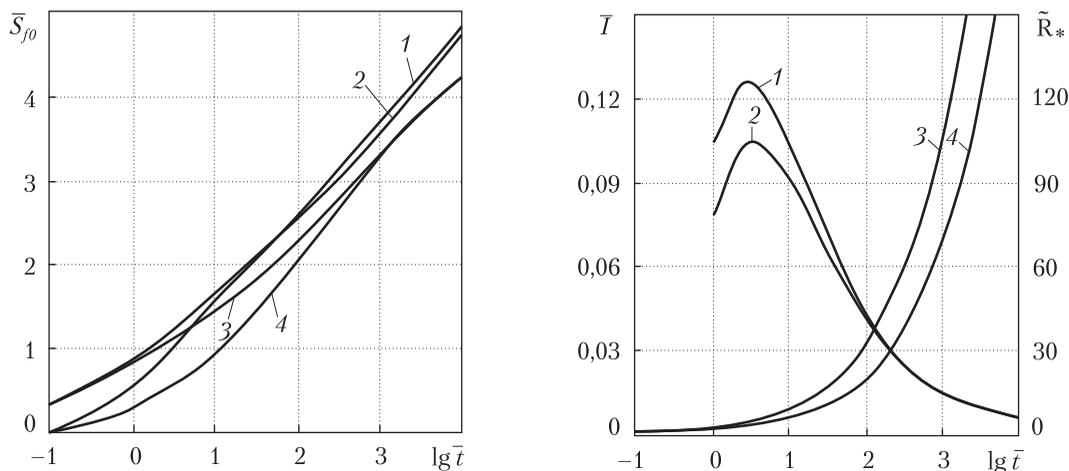


Рис. 1. Рост относительного понижения в сети трещин у скважины со временем: 1, 2 – $\bar{\lambda} = 0$; 3, 4 – $\bar{\lambda} = 0, 2$; 4 – \bar{S}_{m0} ; 1 – точный расчет; 2–4 – приближенный

Рис. 2. Изменение со временем скорости водообмена между континуумами трещин и блоков (1, 2) и радиуса зоны возмущения (3, 4): 1 – $\bar{\lambda} = 0, 2$; 2 – $\bar{\lambda} = 0, 1$; 3 – $\bar{\lambda} = 0$; 4 – $\bar{\lambda} = 0, 1-0, 2$

отметить, что реализуемый в работе приближенный подход в состоянии обеспечить высокую точность вычислений фильтрационных характеристик за исключением, возможно, короткого начального периода (кривые 1 и 2). Действительно, расхождение между указанными кривыми остается минимальным даже при увеличении \bar{t} в 10^4 раз. Вместе с тем интенсивный обмен жидкостью между выделенными континуумами наблюдается примерно до момента времени $\bar{t} = 100$, а затем разница между напорами в них быстро нивелируется (кривые 3 и 4).

Расширение зоны возмущения происходит неравномерно и со временем постепенно замедляется. Приток жидкости из матрицы в систему трещин, как видно из рис. 2, способен заметно притормозить распространение возмущения от скважины. Показательно, что коэффициент обмена по крайней мере в пределах от 0,1 до 0,2 оказывает на \bar{R}_* практически одинаковое влияние. Действительно, отвечающие этим значениям $\bar{\lambda}$ кривые фактически слились и поэтому на рисунке даны одной линией (4). Также, на рис. 2 демонстрируются результаты расчетов скорости \bar{I} для $\bar{\lambda} = 0, 1, 0, 2$ во временном диапазоне от 1 до 10^4 (кривые 1, 2). Очевидно, что построенные кривые существенно различаются только в первое время, а затем характер изменения перепада напоров в обоих континуумах становится сходным и, как следствие, расчетные кривые сливаются.

В заключение следует подчеркнуть, что изложенные выше результаты теоретического анализа, хотя и не доведены до формульного вида, но вполне могут использоваться в инженерной практике, если задействовать любой из упоминавшихся выше пакетов программ математического анализа. При этом важно, что таким образом обеспечивается надежный прогноз изменения забойного давления (напора) в трещиноватых напорных пластах.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Дуркин С.М., Хасанов А.И. Разработка трудноизвлекаемых запасов — основная задача будущего. *Изв. Коми научного центра УрО РАН*. 2016. № 1(25). С. 74–79.
2. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР. (1971–1967). Москва: Наука, 1969. 545 с.
3. Bourdet D. Well test analysis: the use of advanced interpretation models. Amsterdam: Elsevier, 2002. 426 p.
4. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. Москва: Недра, 1972. 288 с.
5. Бондарев Э.А., Николаевский В.Н. К постановке задач теории фильтрации однородной жидкости в трещиноватых пористых средах. Москва: НТС по добыче нефти, ВНИИ. 1966. Вып.30. С. 29–33.
6. Голф-Рафт Т.Д. Основы нефтепромысловой геологии и разработки трещиноватых коллекторов. Москва: Недра, 1986. 608 с.
7. Шаймуратов Р.В. Гидродинамика нефтяного трещиноватого пласта. Москва: Недра, 1980. 225 с.
8. Abdelaziz R., Merkel B.J. Analytical and numerical modeling of flow in a fractured gneiss aquifer. *J. of Water Resource and Protection*. 2012. № 4. P. 657–662.
9. Cornaton F., Perrochet P. Analytical 1D dual-porosity equivalent solution to 3D discrete single-continuum models. Application to karstic spring hydrograph modeling. *J. of Hydrology*. 2002. 262. P.165–176.
10. Moench A.F. Well test analysis in naturally fissured, geothermal reservoirs with fracture skin. *Proc. of the Ninth Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University*. (Stanford. December. 1983). P. 175–180.
11. Куштанова Г.Г. Некоторые особенности нестационарной фильтрации в трещиновато-пористых коллекторах. *Нефтегазовое дело*. 2007. № 1. С.21–26.
12. Altinors A., Onder H. A double-porosity model for a fractured aquifer with non-Darcian flow in fractures. *Hydrological Sciences*. 2008. 53 (4). P. 868–882.
13. Lewis R.W., Pao W.K.S. Numerical simulation of three-phase flow in deforming fractured reservoirs. *Oil, Gas Science and Technology*. Rev. IFP 2002. 57, № 5. P. 499–514.

Поступило в редакцию 02.02.2017

REFERENCES

1. Durkin, S. M. & Khasanov, A. I. (2016). Development of hardly extracted resources – the main problem of the future. *Izv. Komi nauch. tsentra UrO RAN*, No. 1 (25), pp. 74-79 (in Russian).
2. Development of investigations on groundwater flow theory in USSR. (1971–1967). (1969). Moscow: Nauka (in Russian).
3. Bourdet, D. (2002). Well test analysis: the use of advanced interpretation models. Amsterdam: Elsevier
4. Barenblatt, G. J., Entov, V. M. & Ryzhik, V. M. (1972). Theory of non-steady gas and liquid groundwater flow. Moscow: Nedra (in Russian).
5. Bondarev, E. A. & Nikolaevskii, V. N. (1966). To the statement of problems of the theory of filtration of a homogeneous fluid in fissured porous media. Moscow: STC on Oil Extr., ASRI, Iss. 30, pp. 29-33 (in Russian).
6. Golf-Haft, T. D. (1986). Background of oilfield geology and exploitation of fissured reservoirs. Moscow: Nedra (in Russian).
7. Shaymuratov, R. V. (1980). Hydrodynamics of oil fissured reservoir. Moscow: Nedra (in Russian).
8. Abdelaziz, R. & Merkel, B. J. (2012). Analytical and numerical modeling of flow in a fractured gneiss aquifer. *J. of Water Resource and Protection*, No. 4, pp. 657-662.
9. Cornaton, F. & Perrochet, P. (2002). Analytical 1D dual-porosity equivalent solution to 3D discrete single-continuum models. Application to karstic spring hydrograph modeling. *J. of Hydrology*, No. 262, pp. 165-176.
10. Moench, A. F. (1983). Proc. Ninth Workshop Geothermal Reservoir Engineering Stanford University, Stanford, California, December, pp. 175-180.
11. Kushtanova, G. G. (2007). Same peculiarities of the filtration in cracked-porous reservoirs. *Neftegazovoe delo*, No. 1, pp. 21-26 (in Russian).
12. Altinors, A. & Onder, H. A. (2008). A double-porosity model for a fractured aquifer with non-Darcian flow in fractures. *Hydrological Sciences*, 53 (4), pp. 868-882.

13. Lewis, R. W., Pao, W.K.S. (2002). Numerical simulation of three-phase flow in deforming fractured reservoirs. Oil, Gas Science and Technology, Rev.IFP, 57, No. 5, pp. 499-514.

Received 02.02.2017

В.Л. Поляков

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

E-mail: polyakov_igm@list.ru

**ПРО МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЇ РІДИНИ
В ТРІЩИНУВАТОМУ НАПОРНОМУ ПЛАСТІ, ЩО ДРЕНУЄТЬСЯ**

Сформульовано математичну задачу відкачки рідини досконалою свердловиною з постійним дебітом з тріщинуватого напорного пласта. Її розв'язок представляється у вигляді аналітичних залежностей шуканих характеристик від радіуса зони збурення. Зміну останнього з часом описано задачею Коші, яка просто розв'язується за допомогою стандартних пакетів програм (Mathcad і т.п.). На прикладах оцінена точність розрахункових залежностей, вплив на фільтраційний процес обміну рідиною між системою тріщин і матрицею пласта.

Ключові слова: *тріщинуватий пласт, досконала свердловина, фільтрація, зона збурення, розрахунок.*

V.L. Polyakov

Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, Kiev

E-mail: polyakov_igm@list.ru

**ON THE MODELING OF THE FILTRATION OF A LIQUID
IN A DRAINABLE FISSURED HEAD STRATUM**

A mathematical model of the pumping of a liquid by a perfect well with constant discharge from a fissured head stratum is formulated. Its solution is presented by the analytic dependences of the groundwater flow characteristics on the disturbance zone radius. The temporal behavior of the radius is described by the Cauchy problem, which is easily solved by standard software packages (Mathcad, etc.). The accuracy of calculations and the effect of the exchange of a liquid between the system of fissures and the stratum matrix on the filtration are evaluated by a few examples.

Keywords: *fractured reservoir, perfect well, groundwater flow, disturbance zone, calculation.*