

<https://doi.org/10.15407/dopovidi2025.06.061>

УДК 539.4:539.42:539.376:539.379

О.Є. Андрейків, <https://orcid.org/0000-0001-5185-3255>

І.Я. Долінська, <https://orcid.org/0000-0003-1143-8895>

Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України, Львів, Україна

E-mail: ira_dolinska@ukr.net, oleksandr.andreykiv@gmail.com

Енергетичний підхід у сучасній механіці руйнування

Представлена академіком НАН України З.Т. Назарчуком

Сформульовано загальний енергетичний підхід для побудови математичних моделей локального руйнування (опису росту тріщини) і методів оцінки залишкової довговічності елементів конструкцій за дії механічного навантаження в умовах агресивного середовища. В основу підходу покладено механічний аналог першого закону термодинаміки щодо балансу енергетичних складових і балансу швидкостей їх зміни, записаних для елементарного акту руйнування (стрибка тріщини). Оцінено вплив нейтронного опромінення і водневмісного середовища на довговічність тонкостінних елементів конструкцій з тріщиною в умовах високих температур. Розроблено метод прогнозування залишкової довговічності за дії маневрового режиму навантаження і на цій основі оцінено довговічність ректифікаційної колони з урахуванням вітрового навантаження в умовах атмосферної корозії.

Ключові слова: енергетичний підхід, математична модель, ріст тріщини, баланс енергій, залишкова довговічність, агресивні середовища.

Вступ. Проблеми міцності, довговічності та надійності матеріалів і елементів конструкцій з дефектами розглядає механіка руйнування – наука, що сформувалася на межі матеріалознавства, механіки суцільних середовищ і фізичної хімії. На відміну від класичних феноменологічних підходів міцності, механіка руйнування ґрунтується на неklasичному підході, який передбачає врахування локальних передруйнівних станів (П-станів) і досліджує фізичний механізм руйнування через розвиток тріщиноподібних дефектів [1]. Фундаментальні положення цієї науки викладено в працях А. Гріффітса, Е. Орованна та Дж. Р. Ірвіна, які вперше сформулювали критерії руйнування тіл із тріщинами та заклали основу лінійної механіки руйнування. Ключовою особливістю лінійної механіки руйнування є припущення про малий характерний розмір зони передруйнування біля вершини тріщини порівняно з розмірами дефекту і тіла. У міру розвитку машинобудування, енергетичного обладнання

Ц и т у в а н н я: Андрейків О.Є., Долінська І.Я. Енергетичний підхід у сучасній механіці руйнування. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2025. № 6. С. 61—73. <https://doi.org/10.15407/dopovidi2025.06.061>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2025. Стаття опублікована за умовами відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>)

та матеріалів із вираженою пластичністю класична лінійна механіка руйнування перестала адекватно описувати їх поведінку в реальних експлуатаційних умовах. Це зумовило активний розвиток нелінійної механіки руйнування, яка оперує деформаційними критеріями, зокрема критичним розкриттям тріщини. Для визначення цієї величини запропоновано розрахункову модель — δ_k -модель Леонова—Панасюка—Дагдейла [1]. Згідно з моделлю вважають, що зону передруйнування (П-стан) можна замінити розрізом, протилежні сторони якого притягуються напруженням, яке характеризує властивості матеріалу в цій області.

Для розрахунку реальних елементів конструкцій самих лише критеріїв недостатньо — необхідно формулювати математичні співвідношення, що описують граничний стан деформованих тіл із тріщинами. Вагомий внесок у цей напрям зробили М. Саврук для двовимірних задач [2] та О. Андрейків для просторових задач теорії тріщин [3]. Запропонована О. Андрейківим модель локального руйнування пружно-пластичних тіл дала можливість формулювати критеріальні рівняння для розвитку тріщин за складного напруженого стану і будувати ефективні математичні методи їх розв'язання, зокрема на основі сингулярних інтегральних рівнянь. При цьому було досліджено поширення тріщин у пружно-пластичних тілах, підданих дії статичних і циклічних силових навантажень, а також змінних температурних полів. Запропоновані моделі переважно застосовувалися для циліндричних зразків із різними типами тріщин. Числові методи, які активно розвивалися останні десятиліття, істотно розширили можливості моделювання просторових задач із тріщинами [4].

Сучасні техногенні умови експлуатації конструкцій — енергетичні, хімічні, нафтогазо-транспортні системи тощо — потребують урахування впливу агресивних середовищ. Значних результатів досягнуто у вивченні корозійного та воднево-механічного руйнування, зокрема в межах Львівської наукової школи механіки руйнування [1, 5]. Водночас досі недостатньо методів, які б комплексно описували роботу тіл із тріщинами за нейтронного опромінення, високих температур або змінних у часі навантажень (маневрових режимів). Попри різноманітність підходів, у сучасній механіці руйнування немає єдиного універсального критерію, здатного охопити реальні режими експлуатації елементів конструкцій

Мета роботи — розробити загальний підхід для математичного моделювання процесів руйнування матеріалів і елементів конструкцій за дії механічних навантажень в умовах агресивних середовищ.

Формулювання енергетичного підходу. Розглядатимемо тонкостінний елемент конструкції у вигляді пластини з наскрізною прямолінійною тріщиною початкової довжини l_0 . Вважатимемо, що пластина може перебувати під дією різних зовнішніх силових та фізико-хімічних чинників, зокрема статичного, циклічного або маневрового режимів навантаження, високотемпературного впливу, корозійно-наводнювальних середовищ та нейтронного опромінення. Сукупна чи окрема дія зазначених чинників інтенсифікує розвиток тріщини, що підвищує ймовірність втрати цілісності пластини. Прийматимемо, що напружено-деформований стан у пластині симетричний відносно лінії розміщення тріщини. Задача полягає у визначенні часу t_* , за який тріщина “підросте” до свого критичного розміру і пройде можливе руйнування пластини. Іншими словами, зазначений час характеризує період до критичного росту тріщини, який також визначають як залишкову довговічність пластини.

Для розв'язання задачі побудуємо підхід, який дасть можливість математично моделювати процес поширення тріщини. Приймаємо, що тріщина рухається неперервно від початкового розміру $l = l_0$ до критичного $l = l_*$. Це припущення є коректним, оскільки реаль-

ний стрибкоподібний рух тріщини за згаданих умов супроводжується стрибками малого розміру Δl_c за досить великі проміжки часу Δt_c . У зв'язку з цим можемо записати швидкість росту тріщини наближено у вигляді $V = dl/dt = \Delta l_c/\Delta t_c$. Стрибок тріщини Δl_c вважається елементарним актом руйнування, для якого записуємо механічний аналог першого закону термодинаміки, а саме баланс роботи зовнішніх сил і утворених у матеріалі при цьому енергетичних складових. Ми трактуємо це так. Відомо, що перший закон термодинаміки часто записують у вигляді

$$Q = \Delta U + A$$

де Q — теплова енергія; ΔU — зміна внутрішньої енергії; A — робота зовнішніх сил, а знак “=”, який з'єднує енергії, створює енергетичний баланс.

Водночас треба весь час враховувати закон збереження енергії: енергія ніколи не виникає нізвідки і не зникає безслідно, вона лише перетворюється з однієї форми в іншу або передається між тілами. У межах цього дослідження формулюємо перший закон термодинаміки в такому вигляді:

$$A = \Delta U + Q_1. \quad (1)$$

Це співвідношення може описувати різні фізичні ситуації. Наприклад, коли до пластичного тіла прикладається потужна зовнішня сила така, що проходить швидкісна пластична деформація і виділяється теплова енергія. Згідно із законом збереження енергії частина внутрішньої енергії, що являє собою механічну енергію, перетворюється в теплову. Розглянемо іншу ситуацію. Під час удару камінчика об лобове скло автомобіля в точці контакту виникає локалізована зона напружень, яка спричиняє зародження та поширення тріщин. У цьому випадку частина механічної енергії переходить у приріст внутрішньої енергії, а інша частина перетворюється в енергію руйнування Γ . Таку ситуацію можна узагальнено описати співвідношенням

$$A = \Delta U + \Gamma. \quad (2)$$

Співвідношення (2) подібне до (1) і може бути механічним аналогом першого закону термодинаміки. Відповідно до поставленої задачі для кожного стрибка тріщини записуємо на основі (2) баланс роботи зовнішніх сил A і спричинених при цьому змін внутрішньої енергії W ($\Delta U = W$) тіла та енергії руйнування Γ

$$A = W + \Gamma, \quad (3)$$

де W , Γ — функції, які залежать від дії силових та фізико-хімічних параметрів і є сумою функцій від кожного чинника.

Оскільки співвідношення (3) описує енергетичний баланс, то й швидкості зміни енергетичних складових у (3) також формують енергетичний баланс, тобто

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dW}{dt} + \frac{d\Gamma}{dt} \quad (4)$$

або

$$\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial l} - \frac{\partial A}{\partial l} + \frac{\partial W}{\partial l} \right) \frac{dl}{dt} + \frac{\partial \Gamma}{\partial t} - \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial t} = 0. \quad (5)$$

Тут l — довжина тріщини; t — час.

З рівності (5) отримуємо рівняння швидкості поширення тріщини:

$$\frac{dl}{dt} = - \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial t} - \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial t} \right] / \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial l} - \frac{\partial A}{\partial l} + \frac{\partial W}{\partial l} \right]. \quad (6)$$

Якщо ж тріщина поширюється не в симетричному напруженому полі, то її напрямок визначається згідно з напрямком можливого максимуму її швидкості

$$\frac{d}{d\theta} \left\{ \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial t} - \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial t} \right) / \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial l} - \frac{\partial A}{\partial l} + \frac{\partial W}{\partial l} \right) \right\} = 0, \quad (7)$$

де θ — кут з вершини тріщини між напрямком її миттєвого росту і дотичної до траєкторії її поширення.

Для отримання замкнутої математичної моделі для визначення періоду докритичного росту тріщини — залишкової довговічності елемента конструкції — до рівнянь (6), (7) додаємо початкову і кінцеву умови процесу

$$t = 0, l(0) = l_0; \quad t = t_*, l(t_*) = l_*. \quad (8)$$

Співвідношення (6)—(8) утворюють загальну математичну модель, сформовану на основі енергетичного підходу для дослідження локального руйнування матеріалів та оцінювання залишкової довговічності елементів конструкцій. Застосування цієї моделі дає можливість перейти до конкретних розрахункових залежностей (диференціальне рівняння з початковою і кінцевою умовами), адаптованих до певного типу елемента і режимів його роботи. Для кожного окремого випадку дії силових навантажень і фізико-хімічних чинників необхідно визначити енергетичні складові W , Γ у рівняннях (6), (7). Водночас у всіх розглянутих ситуаціях передбачається єдина реологічна модель матеріалу: конструкційний матеріал вважається пружним, а в зоні передруйнування біля вершини тріщини — в'язко-пластичним, який моделюємо, застосовуючи узагальнену δ_k -модель Леонова—Панасюка [1]. Застосування сформульованого вище енергетичного підходу дало можливість побудувати низку розрахункових методів оцінювання залишкової довговічності основних елементів конструкцій. Результати цих досліджень узагальнено в монографіях авторів [6, 7]. Нижче наведемо математичні моделі для оцінки впливу нейтронного опромінення і водневмісного середовища, а також маневрового режиму навантаження на довговічність конструкцій. Цю проблему недостатньо досліджено в сучасній літературі. Наразі деякі автори під час розрахунків нехтують маневровим режимом навантаження, вважаючи його повністю статичним через малу кількість змін, тоді як інші замінюють його малоцикловою втомою [6]. Розроблений нами підхід дає можливість розв'язувати такі задачі.

Математична модель оцінювання залишкової довговічності елементів конструкцій в умовах дії високих температур, водневмісних середовищ і нейтронного опромінення. Розглянемо пластину з прямолінійною тріщиною завдовжки $2l_0$, яка нагріта до постійної високої температури T_0 (температура повзучості [8]) і знаходиться під дією розтягувальних навантажень інтенсивності p , прикладених перпендикулярно до лінії розміщення тріщини, опромінюється потоком нейтронів інтенсивністю Φ_0 та насичується воднем концентрації C_0 , який утворюється під час дисоціації пари на металевих поверхнях устаткування. Задача полягає у визначенні періоду $t = t_*$ докритичного росту тріщини, тобто залишкової довговічності пластини.

Використовуючи математичну модель (6)–(8), отримуємо рівняння швидкості росту тріщини за заданих умов

$$\frac{dl}{dt} = \left[\frac{\partial W_3}{\partial t} \right]_{t=\Delta t_c} / \frac{\partial}{\partial l} [\Gamma - (A - W_1 - W_2)] = 0, \quad (9)$$

де W_1 — пружна складова енергії W ; W_2 — частина енергії пластичного деформування, що залежить від довжини тріщини l ; W_3 — частина енергії пластичного деформування, що затрачена на пластичне деформування за сталої довжини тріщини під час інкубаційного періоду $t = \Delta t_c$ підготовки її стрибка. Вона залежить від часу t , інтенсивності нейтронів Φ_0 , концентрації водню C_0 і генерується самим тілом.

Згідно з результатами праці [6], отримаємо

$$\frac{\partial}{\partial l} [\Gamma - (A - W_1 - W_2)] = \gamma_f - \gamma_t, \quad (10)$$

де γ_f — питома енергія руйнування під час поширення тріщини; $\gamma_t = \sigma_t \delta_t(0)$ — питома енергія пластичного деформування в зоні передруйнування біля вершини тріщини; σ_t — усереднені нормальні напруження в зоні передруйнування; $\delta_t(0)$ — розкриття у вершині тріщини.

Підставивши (10) в (9) і додавши початкову та кінцеву умови, отримаємо завершену математичну модель для визначення періоду докритичного росту тріщини високотемпературної повзучості в пластині:

$$\frac{dl}{dt} = \left[\frac{\partial W_3}{\partial t} \right]_{t=\Delta t_c} / (\gamma_f - \gamma_t). \quad (11)$$

$$t = 0, \quad l(0) = l_0; \quad t = t_*, \quad l(t_*) = l_*. \quad (12)$$

Для побудови енергетичної функції $W_3(t)$ приймали, що основним механізмом руйнування є високотемпературна повзучість, а середовище тільки впливає на її проходження. Вплив водневого середовища враховували через концентрацію водню на поверхні вершини тріщини, яку визначали за законом Сівертса [5], а вплив опромінення — через нейтронний флюенс. Деформаційні параметри за повзучості для малих і середніх концентрацій водню на основі експериментальних даних [9], а також результатів [5] наближено задавали

лінійною залежністю від концентрації водню, аналогічно як і від флюенсу, з урахуванням експериментальних даних [10, 11]. Отже, величину $W_3(t)$ запишемо так [6]:

$$W_3(t, \Phi_0, C_0) = \alpha \sigma_t [\delta_t(0, 0, 0) + t \dot{\delta}_t(0) [1 + (\alpha_\Phi \Phi_0 + \alpha_1 \alpha_2 C_0) t]]^2, \quad (13)$$

де α — константа, яку визначають з експерименту; α_1, α_2 — характеристики наводнювання матеріалу; α_Φ — константа, яка визначає ступінь впливу опромінення на повзучість; $\dot{\delta}_t$ — швидкість розкриття зони передруйнування, яку згідно з результатами [6] запишемо у вигляді

$$\dot{\delta}_t(0, 0, 0) = A_1 [\delta_t(0, 0) \delta_C^{-1}]^m, \quad (14)$$

де A_1, m — характеристики повзучості матеріалу, які визначають з експерименту.

Підставляючи співвідношення (13), (14) в рівняння (11), з урахуванням співвідношень $\delta_t = K_1^2 / \sigma_t E$, $\delta_C = K_{IC}^2 / \sigma_t E$ отримуємо математичну модель, яка описує ріст тріщини в пластині за дії високої температури в умовах водневмісного середовища та нейтронного опромінення:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{A_{2t} (K_1 K_{IC}^{-1})^{2m}}{1 - K_1^2 K_{IC}^{-2}} + 4\alpha K_{IC}^2 (\sigma_t E)^{-1} (\alpha_1 \alpha_2 C_0 + \alpha_\Phi \Phi_0), \quad (15)$$

$$t = 0, l(0) = l_0; \quad t = t_*, l(t_*) = l_*; \quad K_1(l_*) = K_{IC}. \quad (16)$$

Тут K_1 — коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН); K_{IC} — критичне значення КІН K_I ; E — модуль пружності; $A_{2t} = 2\alpha A_1$.

У зв'язку з обмеженою кількістю експериментальних даних застосування моделі (15), (16) нижче продемонстровано на окремих часткових випадках — вплив лише водневмісного середовища або лише нейтронного опромінення на період докритичного росту тріщини високотемпературної повзучості в пластині з прямолінійною тріщиною за її статичного розтягу (аналог задачі Гріффітса, $K_1 = p(\pi l)^{0.5}$). Розрахунок довговічності (рис. 1) проведено для пластин, виготовлених зі сталей 304 (за нейтронного опромінення) і 15Х2МФА та титанового сплаву ВТ6 (за водневмісного середовища). Характеристики матеріалів і середовищ, що входять у рівняння (16), визначали на основі даних праць [9, 11—14]. Встановлено (див. рис. 1, а), що залишкова довговічність пластини, опроміненої потоком нейтронів, є нижчою, ніж не опроміненої. Зі збільшенням навантаження вплив нейтронного опромінення на довговічність зменшується, що можна пояснити зниженням дози опромінення, оскільки час опромінення пластини до руйнування також зменшується. Як видно з рис. 1, б, водневмісне середовище зменшує довговічність пластини, виготовленої зі сталі 15Х2МФА, а для титанового сплаву ВТ6, навпаки, — збільшує її. Це пов'язано з тим, що високотемпературна повзучість для цих матеріалів, як показано в [6], відбувається по-різному: для сталі 15Х2МФА — за механізмом дифузії і конденсації вакансій, а також росту пор, що стимулюється дифузійно рухомим воднем, а отже, водень збільшує швидкість поширення тріщини високотемпературної повзучості (зменшує залишковий ресурс пластини); для титанового сплаву ВТ6 — за механізмом переповзання дислокацій із паралельних смуг ковзання, рух яких водень сповільнює, що і призводить до збільшення залишкового ресурсу пластини.

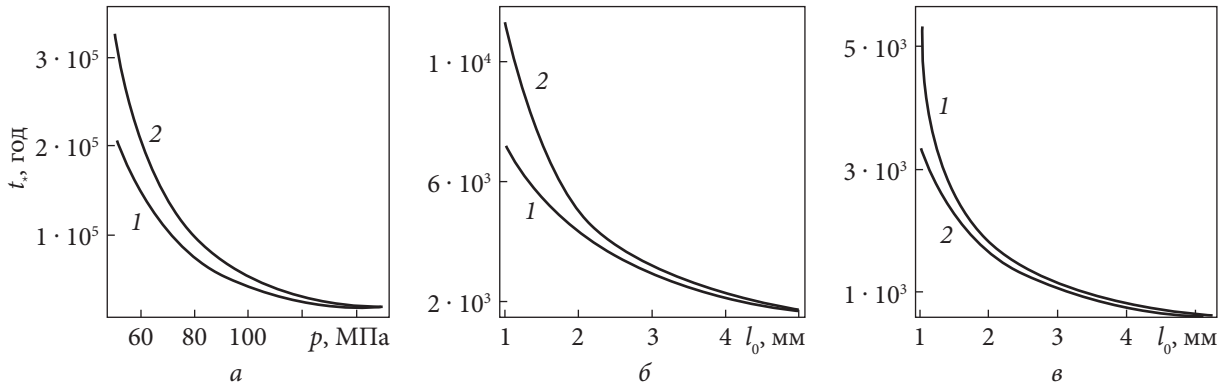


Рис. 1. Залежності $t_* \sim p$ і $t_* \sim l_0$: а — для сталі 304 (1 — за дії нейтронного опромінення; 2 — без опромінення); б — для сталі 15X2МФА, в — для титанового сплаву ВТ6 (1 — за дії водню; 2 — без водню)

Математична модель оцінювання залишкової довговічності елементів конструкцій за дії корозійного середовища і маневрового режиму навантаження. Досить часто складні режими змінних навантажень на інженерні конструкції зумовлені саме зовнішніми природними чинниками, а не виключно техногенними чи експлуатаційними впливами. Як приклад маневрового режиму навантаження інженерних об'єктів можна навести ректифікаційну колону (заввишки 74,8 м, діаметром 3,2 м і товщиною стінки 0,022 м), в яких опора приварена до еліптичного днища. Такі висотні колони піддаються постійним вітровим потокам, а також поривам вітру. За даними геодезистів, зміщення верхньої точки колони становить близько 1 м за сили вітру інтенсивністю q_s , а під час його поривів з інтенсивністю q_{id} $i=1, \dots, n$ (n — кількість поривів) — до 1,5 м. Одна з таких колон після 22 років експлуатації (близько 10^6 циклів згину колони) аварійно зруйнувалася з відривом опори від днища по зварному шву із суцільним його розтріскуванням. Поверхневі півеліптичні тріщини розташовувалися в кільцевому напрямку переважно по напрямку найбільших амплітуд коливання колони. Для запобігання непередбаченим руйнуванням таких колон слід прогнозувати їх ресурс з урахуванням реальних експлуатаційних умов. Внаслідок маневрового режиму навантаження в області зварного шва виникають великі деформації, що призводить до пошкодження захисного лакофарбового покриття зовнішньої поверхні корпусу колони. Через це місце зварного шва є джерелом зародження тріщиноподібних дефектів внаслідок дії значної атмосферної корозії і механічних напружень від маневрових навантажень. Задача полягає у визначенні залишкової довговічності ректифікаційної колони за дії маневрового навантаження (навантаження від постійного вітру і його поривів) та атмосферної корозії.

Формулювання розрахункової моделі. Вважаємо, що на поверхні зварного шва є поверхнева початкова півеліптична тріщина, в яку проникає до її контуру середовище (дощова вода) і там виникає постійний механо-хімічний вплив. В іншому випадку, розв'язуючи поставлену вище задачу, треба враховувати дифузію в середовищі іонів водню до контуру тріщини. Для розв'язання задачі використаємо запропонований вище енергетичний підхід. У цьому випадку енергія Γ руйнування колони залежатиме від площі тріщини S , характеристик середовища і часу t . На основі рівняння (6) запишемо

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\partial \Gamma}{\partial t} \bigg/ \frac{\partial}{\partial S} [\Gamma - (A - W_1 - W_4 - W_5)], \quad (17)$$

де $W_4(S)$ — частина роботи пластичних деформацій, спричинених рівномірно розподіленими зусиллями q_s , що залежить тільки від площі тріщини S ; $W_5(S)$ — частина роботи пластичних деформацій у зоні передруйнування, спричинених зосередженими в часі динамічними зусиллями q_{id} , що залежить тільки від площі тріщини S .

Для спрощення розв'язку задачі вважаємо, що, поширюючись, тріщина залишається плоскою. Для простоти розрахункової моделі її поширення моделюємо двома етапами: 1) від початкової півеліптичної з півосями a_0, b_0 до наскрізної; 2) від початкової довжини $l = 2h$ до критичної $l = l_*$, коли колона зруйнується. Під час першого етапу припускали, що поверхнева півеліптична тріщина розвивається в товстостінній пластині під дією корозійного середовища і маневрового розтягу (рівномірно розподілене статичне навантаження інтенсивності q_s і зосереджені динамічні навантаження q_{id}). Вважаючи, що другий етап нетривалий, тобто $l_* \ll R$ (R — радіус), моделювали його наближено як поширення наскрізної тріщини початкової довжини $l = 2h$ у пластині до критичного розміру $l = l_*$. Для кожного із цих етапів рівняння (17) набуває спрощеного вигляду. Для першого розв'язок математичної задачі пов'язаний зі значними математичними труднощами. Тому, не втрачаючи потрібної для інженерних цілей точності, застосуємо тут метод еквівалентних площ [6, 7], згідно з яким площа тріщини розглядуваної конфігурації наближено змінюватиметься так, як і півкругової радіуса ρ такої самої початкової площі. При цьому припускаємо, що швидкість поширення півкругової тріщини в усіх точках її контуру однакова. Враховуючи це, рівняння (17) запишемо так:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{d\Gamma}{dt} \left/ \left[\gamma_c - \gamma_t - \frac{\partial W_5}{\partial \rho} \right] \right., \quad (18)$$

де $\gamma_t = \sigma_t \delta_{ts}$ — питома робота пластичних деформацій у зоні передруйнування біля вершини тріщини; δ_{ts} — розкриття у вершині тріщини за навантаження q_s ; $\gamma_c = \sigma_t \delta_{cc}$ — її критичне значення; δ_{cc} — критичне значення розкриття тріщини за корозійного руйнування.

Величину $W_5(\rho)$ моделюємо інтегралом від суми енергій циклів, помножених на дельта-функцію Дірака:

$$W_5(\rho) = 0,25(1 - R_t)^2 \int_0^\rho \alpha \sigma_0 \sum_{i=1}^n \delta(\rho - \rho_i) [\delta_{itd}^2(\rho) - \delta_{scc}^2] d\rho, \quad (19)$$

а енергію руйнування подамо так:

$$\Gamma = \Delta \rho_c \sigma_0 \delta_{cc}. \quad (20)$$

Тут ρ_i — радіус півкругової корозійно-механічної тріщини в момент i -го просування тріщини за i -й порив вітру; α — втомна характеристика матеріалу, яку визначають експериментально; δ_{itd} — розкриття у вершині тріщини за навантаження q_{id} ; δ_{scc} — нижнє порогове значення δ_p , за якого тріщина не поширюється за корозійно-механічного навантаження; $R_t = \sqrt{\delta_t / \delta_{scc}}$ — коефіцієнт асиметрії циклу; $\delta(x)$ — дельта-функція.

Розглянемо випадок найагресивнішої корозії — електрохімічну корозію, яка супроводжує наводнювання металу. Як правило, різнопотенціальна поверхня металу в контакті з електролітом створює короткозамкнуту гальванічну комірку, в якій на аноді відбуваєть-

ся реакція розчинення металу з його подальшим окисненням, а на катоді — реакція відновлення. Такий випадок важливий тому, що поряд з хімічним руйнуванням за електрохімічної корозії метал наводнюється. Це спричиняє його водневу крихкість і пришвидшує руйнування. З урахуванням цього довжину елементарного стрибка $\Delta\rho_C$ тріщини подамо як суму елементарного поширення тріщини ρ_a за рахунок анодного розчинення і механічного стрибка ρ_m внаслідок навантаження та наводнювання за електрохімічної корозії. Використовуючи результати [6, 7], величини ρ_a , ρ_m , δ_{CC} можна визначити так:

$$\rho_m = \beta\delta_{td}, \quad \rho_a = Fm_0^{-1}n_0^{-1} \int_0^{t_*} i(t)dt, \quad \delta_{CC} = \delta_C - A_3C_H(t_*). \quad (21)$$

Тут F — число Фарадея; m_0 — грам-еквівалентна вага металу; n_0 — валентність металу; β , A_3 — константи, які визначають з експерименту [7].

На підставі аналізу відомих експериментальних даних встановлено, що швидкість анодного розчинення порівняно зі швидкістю механічного поширення тріщини менша на три порядки. Ураховуючи це, далі в побудові кінетичного рівняння поширення тріщини елементарним поширенням тріщини за анодного розчинення будемо нехтувати. Підставляючи (19)–(21) у (18) з урахуванням результатів праць [6, 7, 15], отримуємо рівняння для визначення періоду $t = t_*$ докритичного росту поверхневої тріщини в колоні за дії постійного вітру, а також n додаткових його поривів:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{V_{sc}(\delta_{CC} - \delta_{ts})}{\delta_{CC} - \delta_{ts} - 0,25\alpha(1 - R_t)^4 \sum_{i=1}^n \delta(\rho - \rho_i)[\delta_{td}^2(\rho) - \delta_{sc}^2]} \quad (22)$$

з початковою і кінцевою умовами

$$t = 0, \quad \rho(0) = \rho_0 = \sqrt{a_0 b_0}; \quad t = t_{1*}, \quad \rho(t_{1*}) = h, \quad (23)$$

де V_{sc} — величина постійної швидкості поширення корозійно-механічної тріщини, яку визначають експериментально [15].

На другому етапі поширення тріщини можна описати такою математичною моделлю:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{V_{sc}[\delta_{CC} - \delta_{ts}(l)]}{\delta_{CC} - \delta_{ts} - 0,25\alpha(1 - R_t)^4 \sum_{i=1}^n \delta(l - l_i)[\delta_{td}^2(l) - \delta_{sc}^2]} \quad (24)$$

$$t = 0, \quad l(0) = l_0; \quad t = t_{2*}, \quad l(t_{2*}) = l_{2*}. \quad (25)$$

У випадку макротріщини рівняння (22) набуде вигляду

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{V_{sc}[K_C^2 - K_{Is}^2]}{K_C^2 - K_I^2 - 0,25\alpha\sigma_0^{-1}E^{-1}(1 - R_t)^4 \sum_{i=1}^n \delta(\rho - \rho_i)[K_{td}^4 - K_{sc}^4]} \quad (26)$$

з умовами (23). Тут K_{sc} , K_C — характеристики тріщиностійкості матеріалу. Величини K_{Is} і K_{Iid} для півкругової тріщини у товстостінній пластині на основі результатів [16] будуть:

$$K_{Iid} = \sigma_{id} f(\varepsilon_i), \quad K_{Is} = \sigma_s f(\varepsilon), \quad f(\varepsilon) = 0,7\sqrt{\pi h \varepsilon} (1 + 0,32\varepsilon^2)(1,04 + 0,23\varepsilon^2 - 0,11\varepsilon^4);$$

$$\varepsilon = \rho / h; \quad \varepsilon_i = \rho_i / h; \quad \varepsilon_0 = \rho_0 h^{-1}, \quad (27)$$

де $\sigma_s = 230$ МПа, $\sigma_{id} = 340$ МПа — максимальні напруження в стінці колони за навантажень q_s , q_{id} відповідно. Вважаємо, що динамічні навантаження q_{id} від пориву вітру відбуваються в часи $t = t_i$ ($i = 1, \dots, n$), коли тріщина поширюється на однакові довжини $\Delta\rho_i = n^{-1}(h - \rho_0)$. Використовуючи теорему про середнє за великих значень n , тобто, якщо $\Delta\rho_i \ll (h - \rho_0)$, розв'язок задачі (26), (23) подамо у вигляді

$$t_{1*} = \frac{h(1 - \varepsilon_0)}{V_{sc}} - \frac{\alpha(1 - R_t)^4}{4V_{sc}\sigma_0 E} \cdot \frac{n}{1 - \varepsilon_0} \int_{\varepsilon_0}^1 \frac{\sigma_{id}^4 f^4(\varepsilon) - K_{sc}^4}{K_C^2 - \sigma_s^2 f^2(\varepsilon)} d\varepsilon, \quad (28)$$

де $\varepsilon_0 = \rho_0 h^{-1}$ — безрозмірний початковий розмір тріщини.

Співвідношення (28) визначає час t_{1*} , за який початкова поверхнева півеліптична тріщина проросте до наскрізної (крізь стінку колони). На другому етапі визначаємо період t_{2*} . У параметрах КІН рівняння (24) подамо так:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{V_{sc} [K_C^2 - K_{Is}^2(l)]}{K_C^2 - K_{Is}^2(l) - 0,25\alpha\sigma_0^{-1} E^{-1} (1 - R_t)^4 \sum_{i=1}^n \delta(l - l_i) [K_{Iid}^4(l) - K_{sc}^4]} \quad (29)$$

з початковою і кінцевою умовами (25). КІН K_{Is} і K_{Iid} для наскрізної тріщини в пластині запишемо у вигляді [16]

$$K_{Iid} = \sigma_{id} \sqrt{\pi l_i}, \quad K_{Is} = \sigma_s \sqrt{\pi l}. \quad (30)$$

Діючи аналогічним до попереднього чином, розв'язок задачі (29), (25) подамо у вигляді:

$$t_{2*} = \frac{l_* - l_0}{V_{sc}} - \frac{\alpha(1 - R_t)^4}{4V_{sc}\sigma_0 E} \cdot \frac{n}{l_* - l_0} \int_{l_0}^{l_*} \frac{\sigma_{id}^2 \pi^2 l^2 - K_{sc}^4}{K_C^2 - \sigma_s^2 \pi l} dl. \quad (31)$$

Співвідношення (31) визначає період t_{2*} докритичного росту наскрізної тріщини. Звідси залишковий ресурс колони обчислюємо за співвідношенням

$$t_* = t_{1*} + t_{2*}. \quad (32)$$

Характеристики тріщиностійкості, швидкість поширення корозійно-механічної тріщини, а також втомні характеристики сталі 09Г2С вибирали, використовуючи результати праць В. М. Пустового [17] та ін.: $K_{sc} = 8$ МПа·м^{1/2}, $K_C = 100$ МПа·м^{1/2}, $\alpha = 2,1 \cdot 10^{-8}$, $V_{sc} = 1,3 \cdot 10^{-7}$ м/год. Вважаємо, що за рік колона зазнає m циклів поривів вітру. Тоді кількість її згинів за час k (роки) експлуатації дорівнює $n = m \cdot k$. Для числової реалізації зада-

чі підставляємо ці дані у співвідношення (28), (31) і на основі (32) будуємо залежності залишкової довговічності колони від безрозмірного початкового розміру тріщини ϵ_0 для різної кількості m поривів вітру в рік (її згину) (рис. 2).

З аналізу зображених на рис. 2 кривих бачимо, що зі збільшенням кількості поривів вітру в рік зменшується залишкова довговічність колони. Водночас під час розрахунку встановлено, що коли кількість поривів вітру $m = 45000$, що приблизно відповідає реальному навантаженню в рік зруйнованої колони, і радіус початкової півкрової тріщини дорівнює 3 мм, то $t_{1*} \approx 17$ років, $t_{2*} \approx 1$ рік. Тоді залишкова довговічність колони становить ≈ 18 років. Отримані результати прогнозу довговічності наближено відповідають часу експлуатування зруйнованої ректифікаційної колони (22 роки), що описано вище. При цьому отримані результати обрахунку йдуть в запас довговічності, а не в ризик руйнування елемента.

Висновки. Застосовуючи механічний аналог першого закону термодинаміки сформульовано енергетичний підхід, який дав можливість побудувати нові математичні моделі і методи прогнозування залишкової довговічності елементів конструкцій за дії різних силових та фізико-хімічних чинників. Вони дають змогу підвищити точність оцінювання довговічності елементів конструкцій, що сприяє запобіганню їх непередбачуваним відмовам і можливим аваріям в екстремальних умовах роботи, таких як корозивно-наводнювальні середовища, висока температура, нейтронне опромінення та маневровий режим експлуатації.

Для пластини зі сталі 304 встановлено, що нейтронне опромінення знижує залишкову довговічність, причому інтенсивність цього впливу зменшується зі збільшенням прикладеного навантаження внаслідок скорочення часу опромінення до моменту руйнування. Водневмісне середовище по-різному впливає на залишковий ресурс матеріалів: для сталі 15Х2МФА воно спричиняє його зменшення через прискорення механізмів вакансійної дифузії та росту пор, тоді як для титанового сплаву ВТ6 — навпаки, збільшує ресурс завдяки пригніченню реперовзання дислокацій.

Вивчено залежність залишкової довговічності колони зі сталі 09Г2С від кількості поривів вітру: якщо колона піддається згину від пориву вітру в середньому 45000 разів у рік, то її прогнозована довговічність становить 18 років, що наближено відповідає часу її експлуатації (22 роки). Встановлено, що результати прогнозу довговічності за розробленою моделлю задовольняють достатню точність для інженерної практики.

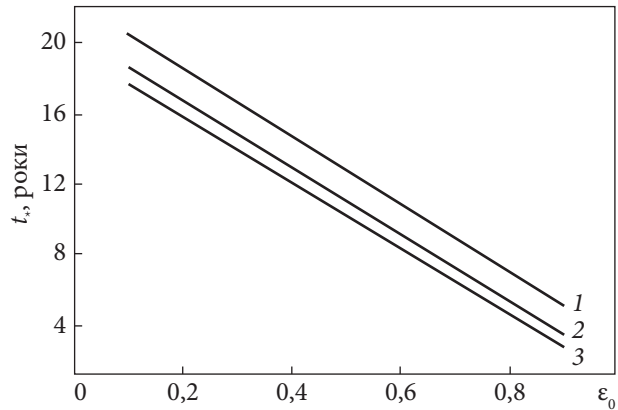


Рис. 2. Залежність залишкового ресурсу колони t , від початкового безрозмірного розміру тріщини ϵ_0 для різної кількості поривів вітру m : 1 — 15000; 2 — 30000; 3 — 45000 циклів/рік

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Панасюк В.В. Механіка квазіхрупкого руйнування матеріалів. Київ: Наук. думка, 1991. 416 с.
2. Саврук М.П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. Киев: Наук. думка, 1981. 324 с.
3. Андрейків А.Е. Пространственные задачи теории трещин. Киев: Наук. думка, 1982. 346 с.
4. Numerical methods in fracture mechanics: Owen D.R.J., Luxmoore A.R. (Eds.). Vol. 2. Pineridge Press, 1980. 801 p.
5. Андрейків О.Є., Гембара О.В. Механіка руйнування та довговічність металевих матеріалів у водневмісних середовищах. Київ: Наук. думка, 2008. 344 с.
6. Андрейків О.Є., Скальський В.Р., Долінська І.Я. Заповільнене руйнування матеріалів за локальної повзучості. Львів: Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, 2017. 400 с.
7. Андрейків О.Є., Пустовий В.М., Рудавський Д.В., Долінська І.Я., Семенов П.О. Методи оцінювання залишкової міцності та довговічності елементів конструкцій за даними неруйнівного контролю. Львів: Простір-М, 2017. 460 с.
8. Garofalo F. Fundamentals of creep and creep-rupture in metals. New York: MacMillan, 1965. 343 p.
9. Бабій Л., Студент О., Загорський А. Властивості корпусної сталі 15Х2МФА за умов повзучості у газоподібному водні. *Фіз.-хім. механіка матеріалів*. 2008. **1**, спецвип. № 7. С. 100—105.
10. Holt R.A. In-reactor deformation of cold-worked Zr-2.5Nb pressure tubes. *J. Nucl. Mater.* 2008. **372**, № 1—3. P. 182—214. <https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2007.02.017>
11. Chopra O.K., Alexandeanu B., Gruber E.E., Daum R.S., Shack W.J. Crack growth rates of irradiated austenitic stainless steel weld heat affected zone in BWR environments. Argonne: Argonne National Laboratory, 2005. 78 p. <https://doi.org/10.2172/925223>
12. Chopra O.K., Shack W.J. Crack growth rates and fracture toughness of irradiated austenitic stainless steels in BWR environments. Argonne: Argonne National Laboratory, 2008. 142 p. <https://doi.org/10.2172/932944>
13. Kurata Y., Itabashi Y., Mimura H., Kikuchi T., Amezawa H., Shimakawa S., Tsuji H., Shindo M. In-pile and post-irradiation creep of type 304 stainless steel under different neutron spectra. *J. Nucl. Mater.* 2000. **283—287**, Pt. 1. P. 386—390. [https://doi.org/10.1016/S0022-3115\(00\)00107-0](https://doi.org/10.1016/S0022-3115(00)00107-0)
14. Lokoshchenko A.M., Il'in A.A., Mamonov A.M., Nazarov V.V. Analysis of the creep and long-term strength of VT6 titanium alloy with preliminarily injected hydrogen. *Mater. Sci.* 2008. **44**, № 5. P. 700—707. <https://doi.org/10.1007/s11003-009-9128-0>
15. Andreikiv O.E., Nykyforchyn H.M., Shtoiiko I.P., Lysyk A.R. Evaluation of the residual life of a pipe of oil pipeline with an external surface stress-corrosion crack for a laminar flow of oil with repeated hydraulic shocks. *Mater. Sci.* 2017. **53**, № 2. P. 216—226. <https://doi.org/10.1007/s11003-017-0065-z>
16. Stress intensity factors handbook. In 2 Vols.: Murakami Y. (Ed.). Oxford, New York: Pergamon Press., 1987. 1456 p.
17. Пустовой В.Н. Металлоконструкции грузоподъемных машин. Разрушение и прогнозирование остаточного ресурса. Москва: Транспорт, 1992. 256 с.

Надійшла до редакції 19.11.2025

REFERENCES

1. Panasyuk, V. V. (1991). Mechanics of quasi-brittle fracture of materials. Kyiv: Naukova Dumka (in Russian).
2. Savruk, M. P. (1981). Two-dimensional elasticity problems for bodies with cracks. Kyiv: Naukova Dumka (in Russian).
3. Andreykiv, A. E. (1982). Three-dimensional problems of crack theory. Kyiv: Naukova Dumka (in Russian).
4. Owen, D. R. J. & Luxmoore, A. R. (Eds.). (1980). Numerical methods in fracture mechanics (Vol. 2). Pineridge Press.
5. Andreikiv, O. Ye. & Hembara, O. V. (2008). Fracture mechanics and durability of metallic materials in hydrogen-containing environments. Kyiv: Naukova Dumka (in Ukrainian).
6. Andreykiv, O. Ye., Skalskyi, V. R. & Dolinska, I. Ya. (2017). Slow fracture of materials under local creep. Lviv: Ivan Franko National University of Lviv (in Ukrainian).
7. Andreykiv, O. Ye., Pustovyi, V. M., Rudavskiy, D. V., Dolinska, I. Ya. & Semenov, P. O. (2017). Methods for assessing the residual strength and life of structural elements based on non-destructive testing data. Lviv: Prostir-M (in Ukrainian).

8. Garofalo, F. (1965). Fundamentals of creep and creep-rupture in metals. New York: MacMillan.
9. Babii, L., Student, O. & Zahorskyi, A. (2008). Properties of 15Kh2MFA pressure-vessel steel under creep conditions in gaseous hydrogen. Phys.-Chem. Mech. Mater., 1 Spec. Iss., No. 7, pp. 100-105 (in Ukrainian).
10. Holt, R. A. (2008). In-reactor deformation of cold-worked Zr–2,5Nb pressure tubes. J. Nucl. Mater., 372, Is. 1-3, pp. 182-214. <https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2007.02.017>
11. Chopra, O. K., Alexandreanu, B., Gruber, E. E., Daum, R. S. & Shack, W. J. (2005). Crack growth rates of irradiated austenitic stainless steel weld heat affected zone in BWR environments. Argonne: Argonne National Laboratory. <https://doi.org/10.2172/925223>
12. Chopra, O. K. & Shack, W. J. (2008). Crack growth rates and fracture toughness of irradiated austenitic stainless steels in BWR environments. Argonne: Argonne National Laboratory. <https://doi.org/10.2172/932944>
13. Kurata, Y., Itabashi, Y., Mimura, H., Kikuchi, T., Amezawa, H., Shimakawa, S., Tsuji, H. & Shindo, M. (2000). In-pile and post-irradiation creep of type 304 stainless steel under different neutron spectra. J. Nucl. Mater., 283–287, Pt. 1, pp. 386-390. [https://doi.org/10.1016/S0022-3115\(00\)00107-0](https://doi.org/10.1016/S0022-3115(00)00107-0)
14. Lokoshchenko, A. M., Il'in, A. A., Mamonov, A. M. & Nazarov, V. V. (2008). Analysis of the creep and long-term strength of VT6 titanium alloy with preliminarily injected hydrogen. Mater. Sci., 44, No. 5, pp. 700-707. <https://doi.org/10.1007/s11003-009-9128-0>
15. Andreikiv, O. E., Nykyforchyn, H. M., Shtoiko, I. P. & Lysyk, A. R. (2017). Evaluation of the residual life of a pipe of oil pipeline with an external surface stress-corrosion crack for a laminar flow of oil with repeated hydraulic shocks. Mater. Sci., 53, No. 2, pp. 216-226. <https://doi.org/10.1007/s11003-017-0065-z>
16. Murakami, Y. (Ed.). (1987). Stress intensity factors handbook (In 2 Vols.). Oxford, New York: Pergamon Press.
17. Pustovoi, V. N. (1992). Metal structures of lifting machines. Fracture and prediction of residual life. Moscow: Transport (in Russian)

Received 19.11.2025

O.Ye. Andreykiv, <https://orcid.org/0000-0001-5185-3255>

I.Ya. Dolinska, <https://orcid.org/0000-0003-1143-8895>

Karpenko Physico-Mechanical Institute of the NAS of Ukraine, Lviv, Ukraine

E-mail: ira_dolinska@ukr.net

ENERGY APPROACH IN MODERN FRACTURE MECHANICS

A general energy approach has been formulated for developing mathematical models of local fracture (crack growth) and methods for assessing the residual life of structural elements subjected to mechanical loading in aggressive environments. The approach is based on a mechanical analogue of the first law of thermodynamics, reflecting the balance of energy components and the balance of their rates of change, written for an elementary fracture event (a crack-advance increment). The influence of neutron irradiation and hydrogen-containing environments on the service life of thin-walled structural elements with cracks under high temperature conditions has been evaluated. A method for predicting the remaining service life under maneuvering loading has been developed, based on which the service life of a rectification column has been assessed, taking into account wind loads under atmospheric corrosion conditions.

Keywords: energy approach, mathematical model, crack growth, energy balance, residual life, aggressive environments.