https://doi.org/10.15407/dopovidi2019.09.012
УДК 517.958:532.5; 517.957; 681.513.8; 001.891.57:53

А.М. Крот

Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, Минск
E-mail: alxkrot@newman.bas-net.by

Эволюционная модель хаотических волновых процессов в сложных динамических системах на основе теории матричной декомпозиции

Представлено академиком НАН Украины В.К. Задиракой

Разработана общая модель возникновения и эволюции хаотических волновых процессов в сложных системах на основе предложенного метода матричной декомпозиции операторов нелинейных систем. Предложенная модель показала, что эффект самоорганизации в сложных системах различной физической природы (на примерах гидродинамической, электронной и физиологической систем) заключается во взаимодействии нелинейных процессов высших порядков, приводящей к стабилизации (к конечной величине) амплитуды хаотического волнового процесса. Математически это выражается в синхронном "противодействии" нелинейных процессов чётных и нечётных порядков в общей векторно-матричной модели сложной системы, находящейся в хаотическом режиме. Реализация векторно-матричной декомпозиции посредством вычислительных экспериментов показала, что модель Л.Д. Ландау достаточно хорошо описывает сценарий возникновения хаотических режимов в сложных системах. Отмечено, что режим жесткого самовозбуждения нелинейных колебаний в сложных системах приводит к появлению хаотического аттрактора в пространстве состояний. Вместе с тем предложенная векторно-матричная модель позволила найти более общие условия возникновения и эволюции хаотических волновых процессов и, как следствие, объяснить возникновение согласованных нелинейных явлений в сложных системах.

Ключевые слова: *сложная динамическая система, пространство состояний, хаотический аттрактор, матричный ряд в пространстве состояний, общая векторно-матричная модель хаотических волновых процессов, режим жесткого самовозбуждения нелинейных колебаний, стабилизация амплитуды хаотического процесса.*

Развитие теории хаотических волновых процессов (в частности, теории турбулентности в аэрогидродинамических потоках) важно с точки зрения понимания процессов самоорганизации в сложных динамических системах. Л.Д. Ландау разработал [1] теорию начальной турбулентности, в рамках которой показал, что первоначальная неустойчивость нестационарного движения не растет неограниченно, а стремится к некоторому конечному пределу. В статье [2] предложена модель дискретной квазистационарной линейной динамической системы на основе обобщенного спектрального представления в базисе собственных функций, соответствующих собственным значениям оператора этой системы. Э. Лоренц [3], исследуя динамическое поведение вязкой жидкости в условиях конвенкции (течение Рэлея–Бенара), предложил модель турбулентности, для построения которой использовался метод Галёркина с целью редуцирования системы уравнений Навье—Стокса и теплопроводности. В результате редуцированная модель Лоренца, описываемая тремя обыкновенными нелинейными дифференциальными уравнениями, позволила выявить хаотическое поведение системы, приведшее к открытию хаотического (странного) аттрактора в пространстве состояний. Математически понятие "хаотического аттрактора" было сформулировано Д. Рюэлем и Ф. Такенсом [4] как ключевой элемент в интерпретации иррегулярного поведения, описываемого детерминистскими уравнениями для понимания главным образом турбулентности. Тем самым было положено начало исследованиям того, что теперь именуется детерминированным хаосом [5, 6]. Несмотря на достигнутые успехи, вместе с тем остаются не до конца выясненными вопросы, касающиеся стабилизации хаотических волновых процессов, позволяющей достаточно долго поддерживать незатухающие хаотические колебания в сложных системах при неизменности их управляющих параметров.

Построение общей модели возникновения хаотических волновых процессов с использованием метода матричной декомпозиции. Известно [5, 6], что хаотические волновые процессы возникают в сложных системах самой различной физической природы (например, в гидродинамических, электродинамических, химических, физиологических и планетарных системах). В этой связи попытаемся построить общую модель возникновения и стабилизации хаотических волновых процессов с использованием теории матричной декомпозиции в пространстве состояний сложной системы [7—10]. В векторно-матричном виде система обыкновенных дифференциальных уравнений может рассматриваться как задача Коши в N-мерном пространстве состояний U сложной НДС:

$$\dot{\vec{\mathrm{u}}} = \vec{\mathrm{f}}(\vec{\mathrm{u}}(t), \quad \vec{\mathrm{u}}_0, \{c_l\}), \; \vec{\mathrm{u}}(0) = \vec{\mathrm{u}}_0, \; \vec{\mathrm{u}}(t) \in U, \tag{1}$$

где $\vec{\mathrm{u}}(t) = (u_1(t), \ldots, u_N(t))^{\mathrm{T}}$; т — символ транспонирования; $\vec{\mathrm{u}}_0$ — вектор начальных данных, $\{c_l\}$ — множество параметров системы. Решение $\vec{\mathrm{u}}(t)$ уравнения (1) задаёт некоторую кривую в пространстве состояний (фазовом пространстве) $U = \mathfrak{R}^N$, называемую фазовой траекторией. Для исследования поведения решения уравнения (1) вблизи конкретного стандартного состояния $\vec{\mathrm{u}}^*$ рассматриваем невозмущенное решение (1), постоянно возмущаемое внешними воздействиями (или внутренними флуктуациями) на величину $\vec{\mathrm{v}} = \vec{\mathrm{v}}(t)$ [5]. В результате вместо $\vec{\mathrm{u}}^*$ возникает новое решение

$$\vec{\mathrm{u}} = \vec{\mathrm{u}}^* + \vec{\mathrm{v}}(t). \tag{2}$$

С учетом (2) запишем систему (1) относительно $\vec{\mathrm{v}}(t)$:

$$\dot{\vec{\mathrm{v}}} = \Delta\vec{\mathrm{f}}(\vec{\mathrm{v}}(t), \quad \vec{\mathrm{u}}^*, \{c_l\}), \tag{3}$$

где $\vec{\mathrm{v}}(t) = (v_1(t), \ldots, v_N(t))^{\mathrm{T}}$, $\Delta\vec{\mathrm{f}}$ — приращение векторной функции; $\vec{\mathrm{u}}^*$ — вектор невозмущенного (стандартного) состояния; $\{c_l\}$ — набор параметров системы. Согласно теории матричной декомпозиции, приращение векторной функции $\Delta\vec{f}$ сложной НДС в пространстве состояний описывается матричным рядом вида [7—10]:

$$\vec{f}(\vec{v},\vec{u}^*)=\vec{f}(\vec{u}^*,\vec{v})-\vec{f}(\vec{u}^*)=L^{(1)}_{N\times N}\vec{v}+\frac{1}{2!}L^{(2)}_{N\times N^2}(\vec{v}\otimes\vec{v})+$$
$$+\frac{1}{3!}L^{(3)}_{N\times N^3}(\vec{v}\otimes\vec{v}\otimes\vec{v})+\ldots=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k!}L^{(k)}_{N\times N^k}\cdot\vec{v}^{\otimes k}, \tag{4}$$

где $L^{(k)}_{N\times N^k}=\underbrace{(\frac{\partial}{\partial\vec{v}^{\mathrm{T}}}\otimes(\frac{\partial}{\partial\vec{v}^{\mathrm{T}}}\otimes\ldots\otimes(\frac{\partial}{\partial\vec{v}^{\mathrm{T}}}}_{k}\otimes\vec{f})\ldots))_{\vec{u}^*}$ — матричные ядра однородных нелинейных операторов системы; $\vec{v}^{\otimes k}=(\underbrace{\vec{v}\otimes\vec{v}\otimes\ldots\otimes\vec{v}}_{k})$ — k-я кронекеровская степень вектора возмущений $\vec{v}$.

Применив матричное разложение (4) к правой части уравнения (3), получим

$$\dot{\vec{v}}=L^{(1)}_{N\times N}\,\vec{v}+\frac{1}{2!}L^{(2)}_{N\times N^2}(\vec{v}\otimes\vec{v})+\frac{1}{3!}L^{(3)}_{N\times N^3}(\vec{v}\otimes\vec{v}\otimes\vec{v})+\ldots \tag{5}$$

Нетрудно видеть, что уравнение (5) обобщает как модель Ландау начальной турбулентности [1], так и модель конвекционной турбулентности Лоренца [3], поэтому его можно рассматривать в качестве общей модели возникновения и эволюции хаотических волновых процессов в сложных НДС.

Реализация общей модели возникновения и амплитудной стабилизации незатухающих хаотических волновых процессов. Проведенные вычислительные эксперименты с использованием общей модели (5) возникновения хаотических волновых процессов для конкретных типов сложных НДС указывают на тот факт, что конечные незатухающие хаотические колебания наблюдаются лишь при определенных соотношениях между вкладами линейного $L^{(1)}_{N\times N}$, квадратичного $L^{(2)}_{N\times N^2}$, кубического $L^{(3)}_{N\times N^3}$ и т. д. ядер матричного ряда в общую динамику сложной системы. В случае электронной схемы Чжуа модель (5) хаотических волновых процессов принимает следующий вид:

$$\dot{\vec{v}}=L^{(1)}_{3\times 3}\vec{v}+\frac{1}{2!}L^{(2)}_{3\times 9}(\vec{v}\otimes\vec{v})+\frac{1}{3!}L^{(3)}_{3\times 27}(\vec{v}\otimes\vec{v}\otimes\vec{v}), \tag{6}$$

поскольку динамика сложной НДС Чжуа точно описывается на основе только линейного, квадратичного и кубического ядер:

$$L^{(1)}_{3\times 3}(\vec{u}^*)=\left[\begin{array}{c|c|c} -(3A\alpha u_1^{*2}+C\alpha) & \alpha & 0 \\ \hline 1 & -1 & 1 \\ \hline 0 & -\beta & 0 \end{array}\right];$$

$$L^{(2)}_{3\times 9}(\vec{u}^*)=\left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c} -6A\alpha u_1^{*} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right];$$

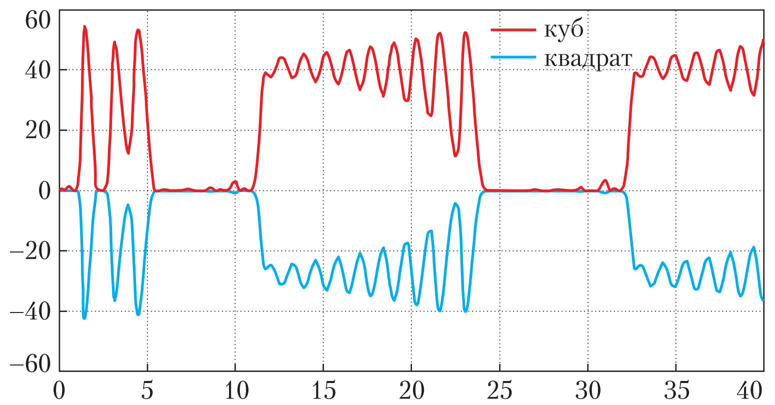

Рис. 1. Вид сигналов, порожденных квадратичным $L^{(2)}_{N\times N^2}$ и кубическим $L^{(3)}_{N\times N^3}$ ядрами в общей модели (5) возникновения хаотических волновых процессов в сложной НДС типа схемы Чжуа

$$L^{(3)}_{3\times 27}(\vec{u}^*) = \begin{bmatrix} -6A\alpha & 00000000000000000000000000 \\ 0 & 00000000000000000000000000 \\ 0 & 00000000000000000000000000 \end{bmatrix}. \qquad (7)$$

Попытаемся обосновать эффект синхронизации в схеме Чжуа нелинейных колебаний 2-го и 3-го порядков в рамках общей модели (5) возникновения хаотических волновых процессов. С этой целью, подставляя (7) в уравнение (6), запишем уравнение для эволюции первой компоненты v_1 векторной переменной $\vec{v}$ из пространства состояний $\Re^3$ схемы Чжуа:

$$\dot{v}_1 = \alpha v_2 - \alpha(3Au_1^{*2} + C)v_1 - 3A\alpha u_1^* v_1^2 - A\alpha v_1^3. \qquad (8)$$

Вводя обозначения, как в уравнении Ландау [1]: $2\gamma_1 = -\alpha(3Au_1^{*2} + C)$, $\alpha_L = 3A\alpha u_1^*$, $\beta_L = A\alpha$, запишем уравнение (8) в виде:

$$\dot{v}_1 = \alpha v_2 + 2\gamma_1 v_1 - \alpha_L v_1^2 - \beta_L v_1^3. \qquad (9)$$

При заданных выше параметрах моделирования получаем неравенства $2\gamma_1 = -\alpha \times (3Au_1^{*2} + C) > 0$, $\alpha_L = 3A\alpha u_1^* < 0$, $\beta_L = A\alpha > 0$, которые полностью соответствуют условиям жесткого самовозбуждения системы в рамках модели начальной турбулентности Ландау [1].

Более того, вычислительное моделирование сигналов на выходах кубического и квадратичного ядер в хаотических режимах работы схемы Чжуа при выборе параметров системы, равных $\alpha = 15{,}6$, $\beta = 28$, $A = 0{,}002$, $C = -1{,}3$, $u_1^* = -1{,}5$, выявило подобие их эволюции во времени, но с противоположным знаком и неодинаковой амплитудой (рис. 1).

Другими словами, когда электронная схема Чжуа функционирует в хаотическом режиме, выходные сигналы от кубического и квадратичного ядер, находясь в противофазе, частично компенсируют друг друга, что в целом приводит к стабилизации амплитуды хаотического волнового процесса к конечной величине. В этом проявляется эффект самоорганизации процессов в сложной НДС типа схемы Чжуа, заключающийся во взаимодействии нелинейностей 2-го и 3-го порядков с последующей их синхронизацией.

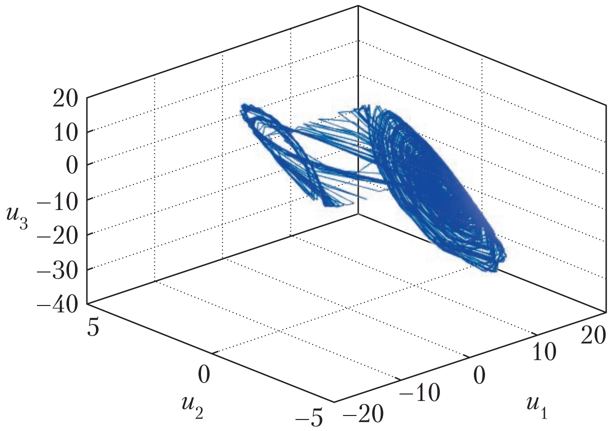

Рис. 2. Вид хаотического аттрактора типа “двойной завиток” в пространстве состояний схемы Чжуа

При таких условиях наблюдается скачкообразный переход от стационарного режима сложной НДС к нестационарному, сопровождающийся возникновением двух частот ω_1 и ω_2, определяющих два цикла в пространстве состояний схемы Чжуа. Полученный результат находит свое объяснение и с точки зрения теории Рюэля—Такенса [4, 6]. При появлении дополнительной частоты ω_3 незначительные возмущения могут разрушить регулярные циклы, образующие тор T^3, и преобразовать его в хаотический аттрактор [5] (например, типа “двойной завиток” в пространстве состояний схемы Чжуа), что и было подтверждено вычислительными экспериментами, результат которых показан на рис. 2.

Модель возникновения хаотических волновых процессов в сложной НДС Фитц—Хью [9] имеет вид

$$\dot{\vec{v}} = L^{(1)}_{2\times2}\vec{v} + \frac{1}{2!}L^{(2)}_{2\times4}(\vec{v}\otimes\vec{v}) + \frac{1}{3!}L^{(3)}_{2\times8}(\vec{v}\otimes\vec{v}\otimes\vec{v}), \tag{10}$$

т.е. аналогично системе Чжуа динамика сложной НДС Фитц—Хью также описывается на основе лишь линейного, квадратичного и кубического ядер [8, 9]:

$$L^{(1)}_{2x2}(\vec{u}^*) = \left[\begin{array}{c:c} c - cu_1^{*2} & c \\ \hdashline -\dfrac{1}{c} & \dfrac{b}{c} \end{array}\right], \qquad L^{(2)}_{2x4}(\vec{u}^*) = \left[\begin{array}{c:c:c:c} -2cu_1^* & 0 & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right],$$

$$L^{(3)}_{2x8}(\vec{u}^*) = \left[\begin{array}{c:c:c:c:c:c:c:c} -2c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]. \tag{11}$$

С учетом (10), (11) уравнение для эволюции первой компоненты v_1 векторной переменной $\vec{v} \in \Re^3$ для НДС Фитц—Хью принимает вид

$$\dot{v}_1 = cv_2 + c(1-u_1^{*2})v_1 - cu_1^* v_1^2 - \tfrac{1}{3}cv_1^3. \tag{12}$$

Вводя обозначения, аналогичные уравнению (5) модели Ландау: $2\gamma_1 = c(1-u_1^{*2})$, $\alpha_L = cu_1^*$, $\beta_L = c/3$, при заданных параметрах $b = 0{,}8$, $c = 3{,}0$ и $u_1^* = -4{,}5$ получаем неравенства, $2\gamma_1 > 0$ $\alpha_L < 0$, $\beta_L > 0$, соответствующие условию жёсткого самовозбуждения системы [1]. Эффект самоорганизации процессов в сложной НДС Фитц—Хью, заключающийся во взаимодействии нелинейностей 2-го и 3-го порядков, показан на рис. 3.

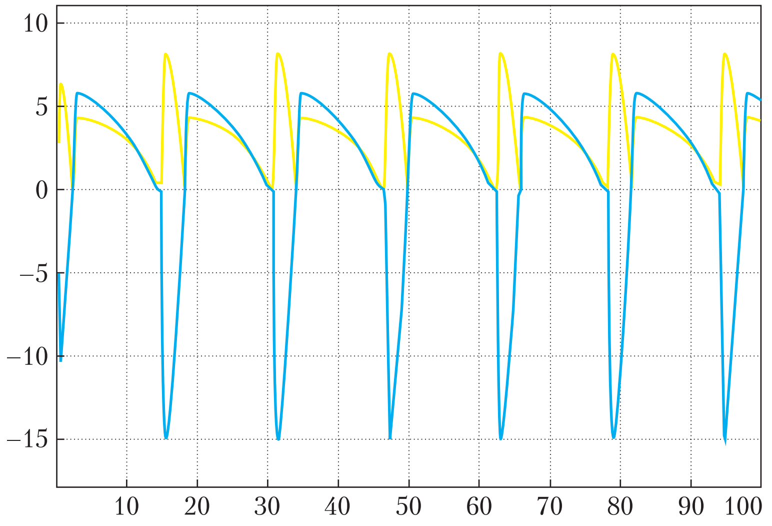

Рис. 3. Вид сигналов, порожденных квадратичным $L^{(2)}_{N\times N^2}$и кубическим $L^{(3)}_{N\times N^3}$ ядрами в общей модели (5) возникновения хаотических волновых процессов в сложной НДС Фитц—Хью

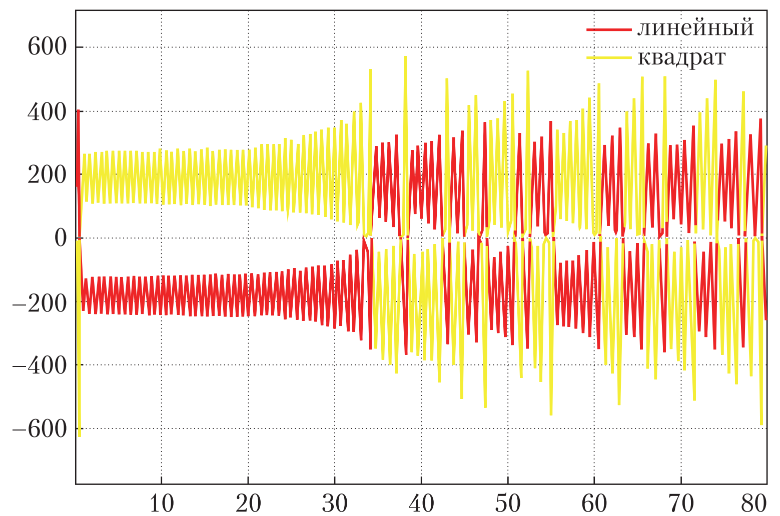

Рис. 4. Вид сигналов, порожденных линейным $L^{(1)}_{N\times N}$ и квадратичным $L^{(2)}_{N\times N^2}$ ядрами в общей модели (5) возникновения хаотических волновых процессов в сложной НДС Лоренца

Модель возникновения хаотических волновых процессов в сложной НДС Лоренца [3] имеет вид

$$\dot{\vec{v}} = L^{(1)}_{3\times3}\vec{v} + \frac{1}{2!}L^{(2)}_{3\times9}(\vec{v}\otimes\vec{v}), \qquad (13)$$

т.е. динамика сложной НДС Лоренца описывается на основе всего лишь линейного и квадратичного ядер [8—10]. Тем не менее, когда система Лоренца функционирует в хаотическом режиме, то выходные сигналы от линейного и квадратичного ядер, находясь в противофазе, также частично компенсируют друг друга, что в целом приводит к стабилизации амплитуды хаотического волнового процесса (рис. 4).

Заключение. Предложенная модель показала, что эффект самоорганизации в сложной НДС различной физической природы (на примерах гидродинамической, электронной и физиологической систем) заключается во взаимодействии нелинейных процессов высших порядков, приводящей к стабилизации (к конечной величине) амплитуды хаотического волнового процесса. Математически это выражается в синхронном “противодействии” нелинейных процессов чётных и нечётных порядков (см. рис. 1—4), порождённых соответствующими ядрами $L^{(2k)}_{N\times N^{2k}}$ и $L^{(2k+1)}_{N\times N^{2k+1}}$ в общей векторно-матричной модели (5) сложной НДС в хаотическом режиме.

Кроме этого, предложенная векторно-матричная модель позволила найти *более общие условия* возникновения и эволюции хаотических волновых процессов по сравнению с моделью начальной турбулентности Л.Д. Ландау (например, при $2\gamma_1 < 0$) и, как следствие, объяснить возникновение согласованных нелинейных явлений в сложных системах.

Работа выполнена в рамках предоставленного гранта Президента Республики Беларусь в науке на 2019 г.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д. К проблеме турбулентности. *Докл. АН СССР*. 1944. **44**, № 8. С. 339—342.
2. Крот А.М. О классе дискретных квазистационарных линейных динамических систем. *Докл. АН СССР*. 1990. **313**, №6. С. 1376—1380.
3. Lorenz E.N. Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmosph. Sci.* 1963. **20**, March. P. 130—141.
4. Ruelle D., Takens, F. On the nature of turbulence. *Comm. in Math. Phys.* 1971. **20**. P. 167—192.
5. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах: от диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации. Москва: Мир, 1979. 512с.
6. Берже П. Порядок в хаосе: о детерминистском подходе к турбулентности. Москва: Мир, 1991. 368 с.
7. Krot A.M. The decomposition of vector functions in vector-matrix series into state-space of nonlinear dynamic system. *EUSIPCO–2000:* Proc. X Eur. Signal Proc. Conf. (Tampere, Finland, September 4–8, 2000). Tampere, 2000. Vol. 3. P. 2453—2456.
8. Krot A.M. Matrix decompositions of vector functions and shift operators on the trajectories of a nonlinear dynamical system. *Nonl. Phenomena in Complex Systems*. 2001. **4**, № 2. P. 106—115.
9. Крот А.М. Анализ аттракторов сложных нелинейных динамических систем на основе матричных рядов в пространстве состояний. *Информатика*. 2004. **1,** № 1. С. 7—16.
10. Krot A.M. The development of matrix decomposition theory for nonlinear analysis of chaotic attractors of complex systems and signals. DSP–2009: *Proc. of 16th IEEE Int. Conf. on Digital Signal Processing* (Thira, Santorini, Greece, July 5—7, 2009). Santorini, 2009. P. 1—5. https://doi.org/10.1109/icdsp.2009.5201123

Поступило в редакцию 20.06.2019

REFERENCES

1. Landau, L. D. (1944). To the problem of turbulence. Dokl. Akad. nauk SSSR [Reports of the Academy of Sciences USSR], 44, No. 8, pp. 339-342 (in Russian).
2. Krot, A. M. (1990). On a class of discrete quasistationary linear dynamic systems. Sov. Phys. Dokl. 35, No. 8, pp. 711-713.
3. Lorenz, E. N. (1963). Deterministic nonperiodic flow. J. Atmosph. Sci., 20, March, pp. 130-141.
4. Ruelle, D.&Takens, F. (1971). On the nature of turbulence. Communications in Math. Phys. 20, pp. 167-192.
5. Nicolis, G. & Prigogine, I. (1977). Self-organization in Nonequilibrium Systems: from Dissipative Structures to Order through Fluctuation. New York: John Willey&Sons.
6. Bergé, P., Pomeau, Y. & Vidal, C. (1988). L’ordre dans le chaos: Vers une approche déterministe de la turbulence. Paris: Hermann.
7. Krot, A. M. (2000). The decomposition of vector functions in vector-matrix series into state-space of nonlinear dynamic system. EUSIPCO-2000: Proc. X Eur. Signal Proc. Conf. (Tampere, Finland, September 4–8, 2000). Vol. 3. Tampere, pp. 2453-2456.
8. Krot, A. M. (2001). Matrix decompositions of vector functions and shift operators on the trajectories of a nonlinear dynamical system. Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 4, No. 2, pp. 106-115.

9. Krot, A. M. (2004). Analysis of attractors of complex nonlinear dynamical systems based on matrix series in the state-space. Informatica, No. 1, pp. 7-16 (in Russian).
10. Krot, A. M. (2009). The development of matrix decomposition theory for nonlinear analysis of chaotic attractors of complex systems and signals. DSP-2009: Proc. 16th IEEE Int. Conf. on Digital Signal Proc. (Thira, Santorini, Greece, July 5-7, 2009). Santorini, pp. 1-5. https://doi.org/10.1109/icdsp.2009.5201123

Received 20.06.2019

О.М. Крот

Об'єднаний інститут проблем інформатики НАН Білорусі, Мінськ
E-mail: alxkrot@newman.bas-net.by

ЕВОЛЮЦІЙНА МОДЕЛЬ ХАОТИЧНИХ ХВИЛЬОВИХ
ПРОЦЕСІВ У СКЛАДНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ
НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ МАТРИЧНОЇ ДЕКОМПОЗИЦІЇ

Розроблено загальну модель виникнення та еволюції хаотичних хвильових процесів у складних системах на основі запропонованого методу матричної декомпозиції операторів нелінійних систем. Запропонована модель показала, що ефект самоорганізації в складних системах різної фізичної природи (на прикладах гідродинамічної, електронної та фізіологічної систем) полягає у взаємодії нелінійних процесів вищих порядків, що призводить до стабілізації (до кінцевої величини) амплітуди хаотичного хвильового процесу. Математично це виражається в синхронній "протидії" нелінійних процесів парних і непарних порядків в загальній векторно-матричної моделі складної системи, що знаходиться в хаотичному режимі. Реалізація векторно-матричній декомпозиції за допомогою обчислювальних експериментів показала, що модель Л.Д. Ландау досить добре описує сценарій виникнення хаотичних режимів у складних системах. Зазначено, що режим жорсткого самозбудження нелінійних коливань в складних системах призводить до появи хаотичного атрактора в просторі станів. Разом з тим запропонована векторно-матрична модель дозволила знайти більш загальні умови виникнення і еволюції хаотичних хвильових процесів і, як наслідок, пояснити виникнення узгоджених нелінійних явищ в складних системах.

Ключові слова: *складна динамічна система, простір станів, хаотичний атрактор, матричний ряд у просторі станів, загальна векторно-матрична модель хаотичних хвильових процесів, режим жорсткого самозбудження нелінійних коливань, стабілізація амплітуди хаотичного процесу.*

A.M. Krot

United Institute of Informatics Problems of the NAS of Belarus, Minsk
E-mail: alxkrot@newman.bas-net.by

AN EVOLUTIONARY MODEL OF CHAOTIC WAVE PROCESSES
IN COMPLEX DYNAMICAL SYSTEMS ON THE BASIS
OF THE MATRIX DECOMPOSITION THEORY

A general model of the origin and evolution of chaotic wave processes in complex systems based on the proposed method of matrix decomposition of operators of nonlinear systems is developed. The proposed model shows that the effect of self-organization in complex systems of different physical nature (for example, hydrodynamic, electronic, and physiological ones) is based on the interaction of nonlinear processes of higher orders leading to the stabilization (to a finite value) of the amplitude of the chaotic wave process. Mathematically, this means the synchronous "counteraction" of nonlinear processes of even and odd orders in a general vector-matrix model of a complex system, being in the chaotic mode. The implementation of the vector-matrix decomposition by means of computational experiments shows that the model of L.D. Landau describes the scenario of the occurrence of chaotic modes in complex systems quite well. It is noted that the regime of hard self-excitation of nonlinear oscillations in complex systems leads to the appearance of a chaotic attractor in the state-space. Moreover, the proposed vector-matrix model allows one to find more general conditions for the origin and evolution of chaotic wave processes and, as a result, to explain the appearance of coherent nonlinear phenomena in complex systems.

Keywords: *complex nonlinear dynamical system, state-space, chaotic attractor, matrix series in state-space, general vector-matrix model of chaotic wave processes, mode of hard self-excitation of nonlinear oscillations, stabilization of the amplitude of chaotic process.*