

---

doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2019.03.035>

УДК 532.546

**В.Л. Поляков<sup>1</sup>, С.Ю. Мартынов<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

<sup>2</sup> Национальный университет водного хозяйства и природопользования, Ровно

E-mail: polyakov\_igm@list.ru, s.y.martynov@nuwm.edu.ua

## **Расчет обезжелезивания подземных вод на скором фильтре**

*Представлено академиком НАН Украины В.Т. Гринченко*

*Сформулирована с учетом окисления двухвалентного железа и строго решена нелинейная задача переноса и осаждения трехвалентного железа в слое загрузки скорого фильтра. Выведены зависимости и уравнения для расчета изменений со временем и по высоте загрузки концентраций взвешенных и осажденных частиц гидроксида железа, увеличения потерь напора в ней. На примерах выполнен прогноз роста содержания гидроксида в фильтрате и осажденной форме. Отмечена возможность надежного обоснования технологических и конструктивных параметров на базе полученного решения.*

**Ключевые слова:** *железо, гидроксид, осветление, осаждение, перенос, окисление, концентрация, строгое решение.*

Важной составляющей питьевого водоснабжения в Украине являются подземные воды. В некоторых регионах и особенно в сельской местности такие воды являются его безальтернативным источником. Однако повышенное содержание в них железа преимущественно в закисной форме представляет серьезную опасность для здоровья населения. Тогда при водоподготовке ключевую роль играет обезжелезивание, которое, как правило, выполняется физико-химическим методом на скорых фильтрах [1–5]. При этом технологический процесс носит сложный характер и реализуется, по существу, в два этапа. На первом этапе динамика железа определяется переносом и трансформацией (адсорбцией, окислением) двухвалентного железа ( $\text{Fe}^{2+}$ ) [6–7]. На втором и заключительном этапе решающее значение приобретают перенос и осаждение гидроксида железа ( $\text{Fe}^{3+}$ ). Добиться максимальной отдачи от фильтров по обезжелезиванию возможно только, если их конструктивные и технологические параметры обоснованы на базе математического моделирования. Ранее предпринимались попытки выполнить такое моделирование аналитическими методами с целью разработки рекомендаций по инженерным расчетам, например [8]. Таким образом, после принятия дополнительных допущений удалось получить приближенные решения, описы-

© В.Л. Поляков, С.Ю. Мартынов, 2019

ISSN 1025-6415. Допов. Нац. акад. наук Укр. 2019. № 3

35

вающие технологический процесс с удовлетворительной точностью лишь на его отдельных стадиях. Поэтому актуально построение строгого решения нелинейной нестационарной задачи физико-химического обезжелезивания, что гарантировало бы при наличии достоверной исходной информации надежность прогнозов удаления соединений железа, обоснования конструкции фильтра и алгоритма управления ним. Предварительно в работе [9] были получены, во-первых, фактически точное решение первого блока общей математической модели удаления железа фильтрованием через зернистую загрузку в неявной форме, во-вторых, его приближенный аналог уже в явной форме. Сопоставительный анализ указанных решений показал, что в течение времени, соразмерного с длительностью фильтроцикла  $t_f$  расхождение между ними было намного меньше 1 % и только при значительном превышении расчетным временем  $t_f$  ошибка достигала 1 %. Благодаря явной форме представлений для относительных концентраций растворенного ( $C_a$ ) и адсорбированного ( $S_a$ ) железа стало возможным нахождение аналитического решения и второго блока без каких-либо его упрощений.

Математическая модель, описывающая динамику гидроксида железа, в свою очередь включает две составляющие — осветлительную и фильтрационную. Первая из них учитывает перенос трехвалентного железа в слое загрузки при постоянной скорости фильтрования  $V$ , окисление двухвалентного железа в свободном и связанном состояниях и имеет следующий вид:

$$V \frac{\partial C_h}{\partial z} + \frac{\partial S_h}{\partial t} + k_s C_a - K_d S_a = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial S_h}{\partial t} = k_h (S_{mh} - S_h) C_h + K_d S_a, \quad (2)$$

$$z = 0, \quad C_h = C_{h0}; \quad t = 0, \quad S_h = S_h^0(z). \quad (3)$$

Здесь  $C_h$ ,  $S_h$  — объемные концентрации взвешенных и осажденных частиц гидроксида;  $k_s, K_d$  — коэффициенты скоростей окисления растворенного и адсорбированного двухвалентного железа;  $k_h$  — коэффициент скорости прилипания частиц гидроксида;  $S_{mh}$  — грязеемкость по отношению к осадку, состоящему из указанных частиц и прочно связанной с ними воды;  $S_h^0(z)$  — функция распределения по высоте загрузки после последней промывки объемной концентрации осажденных частиц гидроксида. Следует подчеркнуть, что модель (1)–(3) отвечает безотрывному фильтрованию. Как показали опыты по обезжелезиванию, проведенные в лабораторных условиях в НУВГП (г. Ровно) при различных скоростных режимах, явление отрыва осадка практически не наблюдается при реальных значениях  $V$ . Так, в фильтровальную колонку с зернистым материалом (пенополистирол) последовательно подавали сначала раствор с повышенным содержанием железа в течение одних суток, а затем дистиллированная вода с той же скоростью фильтрования, что и в предыдущем режиме. Через определенные промежутки времени отбирали пробы фильтрата и определяли концентрации железа. Из приведенных в табл. 1 результатов видно, что отрыв осадка несущественный в течение достаточно длительного периода (более 9 ч) и составляет всего 0,51 % общего количества железа, накопившегося в загрузке. Это связано с тем, что

при контактном обезжелезивании в сравнении с методом глубокой аэрации и фильтрования образовывается более прочный гелеобразный осадок, что хорошо согласуется с [10].

После введения безразмерных переменных и параметров:  $\bar{C}_h = \frac{C_h}{C_0}$ ,  $\bar{S}_h = \frac{S_h}{S_{mh}}$ ,  $\bar{z} = \frac{z}{L}$ ,  $\bar{t} = \frac{Vt}{n_0L}$ ;  $\bar{k}_s = \frac{L}{V}k_s$ ,  $\bar{K}_d = \frac{n_0L}{V}K_d$ ,  $\bar{k}_h = \frac{n_0L_0C_0}{V}k_h$ ;  $\bar{C}_{h0} = \frac{C_{h0}}{C_0}$ ,  $\bar{S}_h^0 = \frac{S_h^0}{S_{mh}}$ ,  $\Psi = \frac{S_{mh}}{n_0C_0}$ ;  $C_0 = C_{a0} + C_{h0}$ ;  $n_0$  – пористость чистой загрузки;  $L$  – высота загрузки;  $C_{a0}$ ,  $C_{h0}$  – постоянные входные объемные концентрации двух- и трехвалентного железа задача (1)–(3) формулируется таким образом:

$$\frac{\partial \bar{C}_h}{\partial \bar{z}} + \Psi \frac{\partial \bar{S}_h}{\partial \bar{t}} + \bar{k}_s \bar{C}_a - \Psi \bar{K}_d \bar{S}_a = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{S}_h}{\partial \bar{t}} = \bar{k}_h (1 - \bar{S}_h) \bar{C}_h + \bar{K}_d \bar{S}_a, \quad (5)$$

$$\bar{z} = 0, \quad \bar{C}_h = \bar{C}_{h0}; \quad \bar{t} = 0, \quad \bar{S}_h = \bar{S}_h^0(\bar{z}). \quad (6)$$

Поскольку обычно содержание гидроксида железа в загрузке растет в основном за счет окисления двухвалентного железа в связанном, а не свободном состоянии, то концентрацию  $\bar{S}_h$  удастся выразить через  $\bar{C}_h$ , а именно,

$$\bar{S}_h = 1 + \frac{1}{\Psi \bar{k}_h} \frac{\partial \ln \bar{C}_h}{\partial \bar{z}}. \quad (7)$$

Таблица 1. Динамика отрыва осадка в фильтровальной колонке с зернистой загрузкой при обезжелезивании воды

№	Продолжительность вымывания, мин	Концентрация железа в фильтрате, мг/дм <sup>3</sup>	Осадок, вымывшийся из загрузки, %	Осадок, оставшийся в загрузке, %
1	0	0,253	0	100
2	2,5	0,061	0,02	99,98
3	7,5	0,064	0,03	99,97
4	12	0,059	0,05	99,95
5	16,5	0,038	0,06	99,94
6	21,5	0,033	0,07	99,93
7	37	0,023	0,10	99,90
8	67,5	0,028	0,15	99,85
9	115	0,018	0,22	99,78
10	175	0,010	0,25	99,75
11	235	0,013	0,29	99,71
12	385	0,010	0,43	99,57
13	565	0,013	0,51	99,49

Подставив (7) в уравнение (5), получаем

$$\frac{1}{\psi \bar{k}_h} \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \left( \frac{\partial \ln \bar{C}_h}{\partial \bar{z}} \right) = -\frac{\bar{C}_h}{\psi} \frac{\partial \ln \bar{C}_h}{\partial \bar{z}} + \bar{K}_d \bar{S}_a. \quad (8)$$

Уравнение (8) преобразуется к удобному для последующего интегрирования виду

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \frac{\partial \ln \bar{C}_h}{\partial \bar{t}} + \bar{k}_h \bar{C}_h \right) = \psi \bar{k}_h \bar{K}_d \bar{S}_a. \quad (9)$$

Осуществляется оно в пределах от 0 до  $\bar{z}$  и в результате формально имеем

$$\frac{\partial \ln \bar{C}_h}{\partial \bar{t}} + \bar{k}_h \bar{C}_h = \bar{k}_h \bar{C}_{h0} + \psi \bar{k}_h \bar{K}_d g(\bar{z}, \bar{t}), \quad (10)$$

где  $g(\bar{z}, \bar{t}) = \int_0^{\bar{z}} \bar{S}_a(\eta, \bar{t}) d\eta$ , выражение для  $\bar{S}_a(\bar{z}, \bar{t})$  получено в [11]

$$\begin{aligned} \bar{S}_{a2}(\bar{z}, \bar{t}) &= \bar{S}_a^0(\bar{z}) \exp \left[ -\bar{K}_d \bar{t} - \bar{k}_a \int_0^{\bar{t}} \bar{C}_a(\bar{z}, \xi) d\xi \right] + \bar{k}_a \bar{S}_{ma} \times \\ &\times \exp \left\{ \int_0^{\bar{t}} \bar{C}_{a2}(\bar{z}, \xi) \exp \left[ \bar{k}_a \int_{\bar{t}}^{\xi} \bar{C}_{a2}(\bar{z}, \zeta) d\zeta + \bar{K}_d (\xi - \bar{t}) \right] d\xi \right\}, \\ \bar{C}_{a2}(\bar{z}, \bar{t}) &= \bar{C}_{a0} \exp \left[ \psi \bar{k}_a \int_0^{\bar{z}} \bar{S}_{a1}(\eta, \bar{t}) d\eta - (\psi \bar{k}_a \bar{S}_{ma} + \bar{k}_s) \bar{z} \right], \end{aligned} \quad (11)$$

$$\bar{S}_{a1}(\bar{z}) = \bar{S}_a^0(\bar{z}) e^{-[\bar{k}_a \bar{C}_{a1}(\bar{z}) + \bar{K}_d] \bar{t}} + \bar{k}_a \bar{S}_{ma} \bar{C}_{a1}(\bar{z}) \frac{1 - e^{-[\bar{k}_a \bar{C}_{a1}(\bar{z}) + \bar{K}_d] \bar{t}}}{\bar{k}_a \bar{C}_{a1}(\bar{z}) + \bar{K}_d},$$

$$\bar{C}_{a1}(\bar{z}) = \bar{C}_{a0} e^{-(\psi \bar{k}_a \bar{S}_{ma} + \bar{k}_s) \bar{z}};$$

$\bar{k}_a = \frac{n_0 L C_0}{V} k_a$ ,  $\bar{S}_{ma} = \frac{S_{ma}}{S_{mh}}$ ,  $\bar{C}_a = \frac{C_a}{C_0}$ ,  $\bar{S}_a^0 = \frac{S_a^0}{S_{mh}}$ ;  $\bar{S}_a^0(z)$  — начальное распределение по высоте загрузки адсорбированного двухвалентного железа;  $k_a$  — коэффициент скорости адсорбции растворенного железа;  $S_{ma}$  — адсорбционная емкость по отношению к  $Fe^{2+}$ .

Уравнение (10) преобразуется к такому стандартному виду

$$\frac{\partial \bar{C}_h}{\partial \bar{t}} + \bar{k}_h [\bar{C}_h - \bar{C}_{h0} - \psi \bar{K}_d g(\bar{z}, \bar{t})] \bar{C}_h = 0. \quad (12)$$

Наконец, нелинейное уравнение (12) сводится к линейному благодаря следующей замене зависимой переменной:

$$y = \frac{1}{\bar{C}_h}, \quad \bar{C}_h = \frac{1}{y}. \quad (13)$$

В итоге получено

$$\frac{\partial y}{\partial \bar{t}} + \bar{k}_h [\bar{C}_{h0} + \psi \bar{K}_d g(\bar{z}, \bar{t})] y = \bar{k}_h. \quad (14)$$

К уравнению (14) присоединяется начальное условие

$$\bar{t} = 0, \quad y = y^0(\bar{z}) = \frac{1}{\bar{C}_h^0(\bar{z})}. \quad (15)$$

В качестве начального профиля  $\bar{C}_h^0(\bar{z})$  оправдано использовать распределение концентрации свободного трехвалентного железа по высоте сразу после прохождения через чистую загрузку фронта загрязнения. В этом случае при отсутствии начального гидроксидного загрязнения загрузки

$$\bar{C}_h^0(\bar{z}) = \bar{C}_{h0} e^{-\psi \bar{k}_h \bar{z}}. \quad (16)$$

Решение уравнения (14) при условии (15) имеет следующий обобщенный вид:

$$y(\bar{z}, \bar{t}) = y^0(\bar{z}) e^{-\mu(\bar{z}, \bar{t})} + \bar{k}_h e^{-\mu(\bar{z}, \bar{t})} \int_0^{\bar{t}} e^{\mu(\bar{z}, \xi)} d\xi, \quad (17)$$

где  $\mu(\bar{z}, \bar{t}) = \bar{k}_h \bar{C}_{h0} \bar{t} + \psi \bar{k}_h \bar{K}_d G(\bar{z}, \bar{t})$ ,  $G(\bar{z}, \bar{t}) = \int_0^{\bar{t}} g(\bar{z}, \xi) d\xi$ .

Из (17) с учетом (13), (15) вытекает такое выражение для искомой относительной концентрации  $\text{Fe}^{3+}$

$$\bar{C}_h(\bar{z}, \bar{t}) = \frac{\bar{C}_h^0(\bar{z}) e^{\mu(\bar{z}, \bar{t})}}{\bar{k}_h \bar{C}_h^0(\bar{z}) \int_0^{\bar{t}} e^{\mu(\bar{z}, \xi)} d\xi + 1}. \quad (18)$$

Важным для практики следствием (18) является формула, позволяющая просто рассчитывать содержание трехвалентного железа в фильтрате

$$\bar{C}_{he}(\bar{t}) = \bar{C}_h(1, \bar{t}) = \frac{\bar{C}_h^0(1) e^{\mu(1, \bar{t})}}{\bar{k}_h \bar{C}_h^0(1) \int_0^{\bar{t}} e^{\mu(1, \xi)} d\xi + 1}, \quad (19)$$

где  $\mu(1, \bar{t}) = \bar{k}_h \bar{C}_{h0} \bar{t} + \psi \bar{k}_h \bar{K}_d \int_0^{\bar{t}} g(1, \xi) d\xi$ .

Для определения потерь механической энергии в фильтре необходимо прежде всего установить относительную концентрацию  $Fe^{3+}$  как функцию от относительных высоты и времени. Здесь можно использовать два разных подхода, но приводящих к одному результату. Во-первых, если исходить из выражения (7), то сначала следует найти производную  $\partial \bar{C}_h / \partial \bar{z}$ , которая в общем случае будет

$$\frac{\partial \bar{C}_h}{\partial \bar{z}} = e^{\mu(\bar{z}, \bar{t})} \frac{\frac{d\bar{C}_h^0}{d\bar{z}} + \bar{C}_h^0(\bar{z}) \left[ \frac{\partial \mu}{\partial \bar{z}} + \bar{k}_h \bar{C}_h^0(\bar{z}) \frac{\partial \mu}{\partial \bar{z}} \int_0^{\bar{t}} e^{\mu(\bar{z}, \varsigma)} d\varsigma - \bar{k}_h \bar{C}_h^0(\bar{z}) \int_0^{\bar{t}} e^{\mu(\bar{z}, \varsigma)} \frac{\partial \mu}{\partial \bar{z}} d\varsigma \right]}{\left[ \bar{k}_h \bar{C}_h^0(\bar{z}) \int_0^{\bar{t}} e^{\mu(\bar{z}, \varsigma)} d\varsigma + 1 \right]^2}. \quad (20)$$

Тогда в соответствии с (7) и с учетом (19), (20) концентрация  $\bar{S}_h$  представляется в таком виде:

$$\bar{S}_h(\bar{z}, \bar{t}) = 1 + \frac{\frac{d \ln \bar{C}_h^0}{d\bar{z}} + \frac{\partial \mu}{\partial \bar{z}} + \bar{k}_h \bar{C}_h^0(\bar{z}) \frac{\partial \mu}{\partial \bar{z}} \int_0^{\bar{t}} e^{\mu(\bar{z}, \xi)} d\xi - \bar{k}_h \bar{C}_h^0(\bar{z}) \int_0^{\bar{t}} e^{\mu(\bar{z}, \xi)} \frac{\partial \mu}{\partial \bar{z}}(\bar{z}, \xi) d\xi}{\psi \bar{k}_h \left[ \bar{k}_h \bar{C}_h^0(\bar{z}) \int_0^{\bar{t}} e^{\mu(\bar{z}, \xi)} d\xi + 1 \right]}, \quad (21)$$

где  $\frac{d \ln \bar{C}_h^0}{d\bar{z}}$  согласно (16) равна  $-\psi \bar{k}_h$ ,  $\frac{\partial \mu}{\partial \bar{z}} = \psi \bar{k}_h \bar{K}_d g(\bar{z}, \bar{t})$ .

В частном случае, когда технологические процессы удаления двух- и трехвалентного железа протекают независимо друг от друга ( $\bar{K}_d = \bar{k}_s = 0$ ), из (18) вытекает следующая простая зависимость для  $\bar{C}_h$ :

$$\bar{C}_h(\bar{z}, \bar{t}) = \frac{\bar{C}_{h0} \bar{C}_h^0(\bar{z})}{\bar{C}_h^0(\bar{z}) + [\bar{C}_{h0} - \bar{C}_h^0(\bar{z})] e^{-\bar{k}_h \bar{C}_{h0} \bar{t}}}.$$

Если теперь для получения величины  $\bar{S}_h$  воспользоваться (7), то будет

$$\bar{S}_h(\bar{z}, \bar{t}) = 1 + \frac{1}{\psi \bar{k}_h} \frac{e^{-\bar{k}_h \bar{C}_{h0} \bar{t}}}{\bar{C}_h^0(\bar{z}) + [\bar{C}_{h0} - \bar{C}_h^0(\bar{z})] e^{-\bar{k}_h \bar{C}_{h0} \bar{t}}} \frac{d\bar{C}_h^0}{d\bar{z}}. \quad (22)$$

Выражение для  $\bar{S}_h$  (22) дает возможность при наличии эмпирической зависимости между указанной концентрацией и текущим коэффициентом фильтрации  $k_f$  в случае  $V = \text{const}$  просто определять потери напора в загрузке  $\Delta h_t$ . Соответствующая формула выводится в результате аналитического решения фильтрационного блока, который включает уравнения движения, гидравлического сопротивления загрузки, состояния осадка и граничное условие:

$$V = -k_f(S_s) \frac{\partial h}{\partial z}, \quad (23)$$

$$k_f(S_s) = k_0 f_k(S_s), \quad (24)$$

$$S_s = \gamma S_h, \quad (25)$$

$$z = L, \quad h = H_e. \quad (26)$$

Здесь  $h$  — пьезометрический напор;  $S_s$  — объемная концентрация осадка;  $\gamma$  — отношение объемов осадка и содержащегося в нем гидроксидного железа;  $k_0$  — коэффициент фильтрации чистой загрузки;  $L$  — высота загрузки;  $H_e$  — напор на выходе из загрузки. Согласно нашим опытным данным, которые хорошо согласуются с данными [6, 12], для  $f_k$  целесообразно принимать аппроксимационное выражение в экспоненциальной форме

$$f_k(\bar{S}_h) = e^{-\alpha_s \bar{\gamma} \bar{S}_h}, \quad (27)$$

где  $\bar{\gamma} = \gamma S_{mh}$ . После введения относительных переменных и параметров и исключения  $S_s$  блок (23)–(26) принимает вид

$$\bar{k}_f(\bar{S}_h) \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \bar{z}} = -1, \quad (28)$$

$$\bar{k}_f(\bar{S}_h) = f_k(\bar{S}_h), \quad (29)$$

$$\bar{z} = 1, \quad \bar{h} = 0, \quad (30)$$

где  $\tilde{h} = \frac{h - H_e}{H_0 - H_e}$ ,  $H_0 - H_e = \frac{LV}{k_0}$ ;  $H_0$  — начальный напор на входе в чистую загрузку, при котором обеспечивается скорость фильтрования  $V$ .

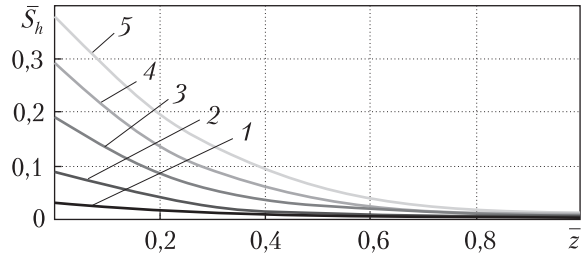
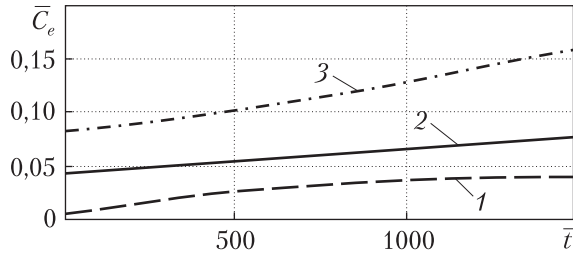
Решение (27)–(30) выражается следующим интегралом:

$$\tilde{h}(\bar{z}, \bar{t}) = \int_{\bar{z}}^1 \frac{d\eta}{f_k(\bar{S}_h(\eta, \bar{t}))}. \quad (31)$$

Относительные же полные потери напора в загрузке совпадают со значением  $\bar{h}$  при  $\bar{z} = 0$ , так что

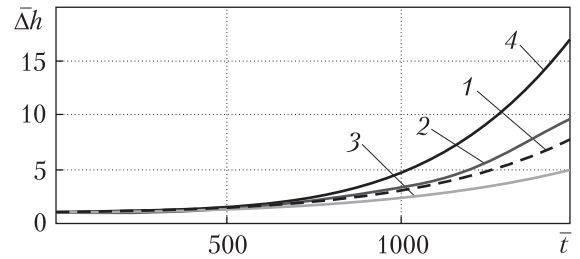
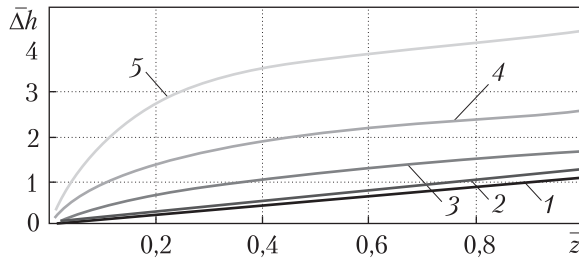
$$\Delta \bar{h}(\bar{t}) = \frac{h(0, \bar{t}) - H_e}{H_0 - H_e} = \int_0^1 \frac{d\eta}{f_k(\bar{S}_h(\eta, \bar{t}))}. \quad (32)$$

Представленное выше точное решение блока гидроксида железа иллюстрируется расчетом ряда примеров с исходными данными, частично полученными авторами в лабораторных условиях на установке и образцах фильтрующего материала, частично заимствованными из практики обезжелезивания и литературы. Принят в качестве базового следующий набор значений безразмерных параметров:  $\bar{C}_{a0} = \bar{C}_{h0} = 0,5$ ,  $\bar{S}_{ma} = 0,2$ ,  $\bar{S}_a^0 = 0$ ,  $\bar{S}_h^0 = 0,002$ ,  $\psi = 5000$ ,  $\bar{k}_a = 0,005$ ,  $\bar{K}_d = 0,001$ ,  $\bar{k}_h = 0,0005$ ,  $\bar{k}_s = 0$ ,  $\alpha_s = 0,25$ ,  $\bar{\gamma} = 36,8$ . Предметом расчетов стали относительные величины — концентрации общего железа в фильтрате ( $\bar{C}_e = \bar{C}_{ae} + \bar{C}_{he}$ ) и осажденного трехвалентного железа  $\bar{S}_h$ , а также приведенный напор  $\tilde{h}$ , его потери в загрузке  $\Delta \bar{h}$ . Результаты вычислений динамики концентрации  $\bar{C}$  на выходе из



**Рис. 1.** Изменение относительной концентрации общего железа в фильтрате со временем при разных соотношениях  $\bar{C}_{a0}/\bar{C}_{h0}$ : 1 –  $\bar{C}_{a0}=1, \bar{C}_{h0}=0$ ; 2 –  $\bar{C}_{a0}=\bar{C}_{h0}=0,5$ ; 3 –  $\bar{C}_{a0}=0, \bar{C}_{h0}=1$

**Рис. 2.** Профили относительной концентрации осажденного гидроксидного железа по высоте загрузки: 1 –  $\bar{t}=100$ ; 2 –  $\bar{t}=300$ ; 3 –  $\bar{t}=600$ ; 4 –  $\bar{t}=900$ ; 5 –  $\bar{t}=1200$



**Рис. 3.** Распределение приведенного напора по высоте загрузки: 1 –  $\bar{t}=100$ ; 2 –  $\bar{t}=300$ ; 3 –  $\bar{t}=600$ ; 4 –  $\bar{t}=900$ ; 5 –  $\bar{t}=1200$

**Рис. 4.** Рост относительных потерь напора в загрузке: 1 – базовый вариант; 2 –  $\bar{k}_a=0,01$ ; 3 –  $\bar{K}_d=\bar{k}_h=0,0005$ ; 4 –  $\bar{k}_h=\bar{K}_d=0,001$

фильтра при различных соотношениях между  $\bar{C}_{a0}, \bar{C}_{h0}$  даны на рис. 1. Очевидно, что чрезмерное аэрирование исходной воды и увеличение таким образом в ней доли гидроксидного железа может стать причиной ускоренного ухудшения качества фильтрата. Профили  $\bar{S}_h(\bar{z})$  и  $\bar{h}(\bar{z})$  на разные моменты времени приведены на рис. 2, 3. Со временем интенсивное накопление осадка наблюдается на ближнем к входному сечению загрузке участке. При непродолжительном фильтровании распределение напора в загрузке носит почти линейный характер. Однако при фильтровании уже в течение нескольких суток график  $\bar{h}(\bar{z})$  резко искривляется из-за нелинейного эффекта снижения пропускной способности фильтрующего материала по мере накопления в его порах осадка. И в заключение рассчитывали зависимость  $\bar{\Delta}h(\bar{t})$  при поочередном изменении кинетических коэффициентов  $\bar{k}_a, \bar{K}_d, \bar{k}_h$ , а именно,  $\bar{k}_a, \bar{k}_h$  увеличивались вдвое, а  $\bar{K}_d$  в такой же степени уменьшался.

При традиционном фильтровании водных суспензий, которое реализуется на скорых фильтрах, должны выполняться два критерия:

- 1) критерий качества (осветительный)

$$C_e(t) \leq C_*; \tag{33}$$

- 2) фильтрационный критерий

$$\Delta h(t) \leq \Delta h_*; \tag{34}$$



где  $C_*$  — максимальная концентрация примесей в фильтрате, допускаемая нормативными документами;  $\Delta h_*$  — предельные потери напора в загрузке.

При отработке технологии обезжелезивания подземных вод система из двух критериев (33), (34) должна быть дополнена еще одним, отражающим изменение прочностных свойств осадка на базе гидроксида железа. Тогда указанный критерий с использованием функции гидродинамической устойчивости  $G(t, \Psi)$  можно представить в таком виде:

$$G(t, \Psi) = \frac{\Delta w_s}{w_s} = \frac{\Delta w}{w} \leq G_*, \quad (35)$$

где  $w_s, w$  — объемы осадка и частиц гидроксида железа в фильтрующем материале к заданному моменту времени (возраст осадка)  $t$ ;  $\Delta w_s, \Delta w$  — объемы осадка и частиц в материале после его промывки;  $G_*$  — максимальное из допускаемых согласно технологическим требованиям значение  $G$ . Рациональную же длительность фильтроцикла теперь рекомендуется определять из выражения

$$t_f = \min(t_p; t_h; t_s). \quad (36)$$

Значение  $t_s$  предлагается оценивать из равенства

$$G(\bar{t}_s) = \frac{\sqrt[3]{\Delta \bar{h}_*} - 1}{\sqrt[3]{\bar{T}} \sqrt[3]{\Delta \bar{h}_*} (1 - 0,5C_*)}, \quad (37)$$

где  $\bar{T}$  — относительный срок службы загрузки. При выводе формулы (37) полагалось, что значение  $G$  в конце всех фильтроциклов одинаковое.

Исследования работы фильтра в серии фильтроциклов проводили на основе полученного выше решения для двух режимов работы (табл. 2). В первом режиме фильтр промывали при достижении предельных потерь напора  $\Delta \bar{h}_* = 6$ , а во втором — через определенные одинаковые промежутки времени. При этом полностью прекращалась работа фильтра по достижении предельных потерь напора. Во всех режимах концентрация железа в фильтрате не превышала нормативного значения.

Постепенный рост остаточных загрязнений в первом режиме работы фильтра сокращает продолжительность каждого следующего фильтроцикла. Так, продолжительность первого фильтроцикла составляет  $\bar{t}_{f1} = 1370$ , а последнего — 95. При промывке фильтра через оди-

Таблица 2. Результаты расчетов сроков службы загрузки фильтра

Режим работы фильтра	Продолжительность фильтроцикла, $\bar{t}_f$	Коэффициент гидродинамической устойчивости осадка, $10^{-3} G$	Количество фильтроциклов	Срок службы загрузки, $T$ , годы
I	Переменная	Переменный	1618	8,5
	100	2,72	13563	12,6
	300	2,75	3575	9,9
II	600	2,80	1234	6,7
	900	2,85	498	4,2
	1200	2,91	137	1,5

наковые промежутки времени остаточные загрязнения растут быстрее при большем возрасте осадка. При этом количество фильтроциклов за срок работы загрузки сокращается. Результаты моделирования показывают, что с уменьшением консолидации осадка период эксплуатации загрузки до срабатывания ее рабочего ресурса увеличивается от 1,5 года до 12,6 лет.

Итак, получено строгое решение второго блока (гидроксида железа) общей математической задачи физико-химического обезжелезивания подземных вод при постоянной скорости фильтрования, которое достоверно описывает обе стороны сложного технологического процесса, а именно, осаждение взвешенных частиц гидроксида с образованием гелеобразного осадка и рост гидравлического сопротивления в слое загрузки. Выведенные при этом расчетные зависимости и уравнения с учетом ранее найденного аналогичного решения первого блока (закиси железа) обеспечивают надежный прогноз динамики трехвалентного и общего железа и, в частности, их содержания в фильтрате, роста потерь напора в загрузке. Указанное решение послужит основой для методик инженерного расчета технологического времени и рациональной высоты загрузки с учетом ограничений, накладываемых на качество фильтрата, пропускную способность фильтра, прочность осадка.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Alan C. Twort, Don D. Ratnayaka, Malcolm J. Brandt. Water Supply. Fifth Edition. London: IWA Publishing, 2006. 676 p.
2. Sharma S.K. Adsorptive Iron Removal from Groundwater: Dissertation for Degree of Doctor. Delft, The Netherlands, 2009. 202 p.
3. Орлов В., Мартынов С. Контактное обезжелезивание вод на пенополистирольных фильтрах. Saarbrücken: LAMBERT Acad. Publ., 2015. 126 с.
4. Lavanya R.S., Ulavi S., Lokesh K.S., Tech Scholar M. Water softening and de-ironing of ground water using sulfonated polystyrene beads. *Int. journal of engineering research & technology*. 2014. **3**. P. 2124–2127.
5. Water Treatment Handbook, 7th Edition. 2 Vols. Paris: Lavoisier, 2007. 1904 p.
6. Тугай А.М., Олійник О.Я., Тугай Я.А. Продуктивність водозабірних свердловин в умовах кольматажу. Харків: ХНАМГ, 2004. 240 с.
7. Rakic V., Damjanovic L., Rac V., Stasic D., Dondur V., Auroux A. The adsorption of nicotine from aqueous solutions on different zeolite structures. *Water Res.* 2010. **44**. P. 2047–2057.
8. Поляков В.Л., Мартинов С.Ю. Математичне моделювання динаміки накопичення сполук заліза у вхідному перерізі завантаження фільтра. *Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки*. 2017. **28**. С. 272–280.
9. Поляков В.Л., Мартинов С.Ю., Автаєва О.В. Математичне моделювання адсорбційного забруднення в завантаженні знезалізнювальних фільтрів. *Вісник НУВГП*, 2018. № 1(81). С. 75–86.
10. Станкявичюс В.И. Обезжелезивание воды фильтрованием (основы теории и расчет установок). Вильнюс: Мокслас, 1978. 120 с.
11. Поляков В.Л. О моделировании удаления фильтрованием растворенного железа из подземных вод. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2018. № 12. С. 37–34. doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.12.037>
12. Киселев С.К., Олейник А.Я. Моделирование удаления железа из воды фильтрованием с учетом изменения фильтрационных свойств. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 1998. № 7. С. 183–187.

Поступило в редакцию 28.12.2018

#### REFERENCES

1. Alan, C., Twort, Don, D., Ratnayaka & Malcolm, J., Brandt. (2006). Water Supply. Fifth Edition. London: IWA Publishing.
2. Sharma, S. K. (2009). Adsorptive Iron Removal from Groundwater: Dissertation for Degree of Doctor. Delft, The Netherlands.

3. Orlov, V. & Martynov, S. (2015). Contact deferrization water on polystyrene filters. Saarbrücken, Deutschland: LAP LAMBERT, Acad. Publ. (in Russian).
4. Lavanya, R.S., Ulavi, S., Lokesh, K. S. & Tech Scholar, M. (2014). Water softening and de-ironing of ground water using sulfonated polystyrene beads. Int. journal of engineering research & technology, 3, pp. 2124-2127.
5. Water Treatment Handbook (2007). 7th Edition. 2 Vols. Paris: Lavoisier.
6. Tugay, A. M., Oliynuk, O. Ya. & Tugay, Ya. A. (2004). Productivity of water intake well under clogging conditions. Kharkiv: KHAMG (in Ukrainian).
7. Rakic, V., Damjanovic, L., Rac, V., Stasic, D., Dondur, V. & Auroux, A. (2010). The adsorption of nicotine from aqueous solutions on different zeolite structures. Water Res., 44, pp. 2047-2057.
8. Polyakov, V. L., Martynov, S. Yu. (2017). Mathematical modeling of the dynamics of the accumulation of iron compounds in the input cross section of the filter loading. Problems of Water Supply, sewerage and Hydraulics, 28, pp. 272-280 (in Ukrainian).
9. Polyakov, V. L., Martynov, S. Yu. & Avtayeva, O. V. (2018). Mathematical modeling of adsorption contamination in the loading of deironing filters. Bulletin of NUWEE. No. 1(81), pp. 75-86 (in Ukrainian).
10. Stankavichus, V. I. (1978). Water deironing by filtration (fundamentals of the theory and the calculation of installations). Vilnius: Moxlas (in Russian).
11. Polyakov, V. L. (2018). About modeling of the removal of dissolved iron by filtration from groundwater. Dopov. Nac. acad. nauk Ukr., No. 12, pp. 37-45 (in Russian). doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.12.037>
12. Kiselev, S. K. & Oleynik, A. Ya. (1998). Modeling iron removal from water by filtration under changes in filtration properties. Dopov. Nac. acad. nauk Ukr., No. 7, pp. 183-187 (in Russian).

Received 28.12.2018

*В.Л. Поляков*<sup>1</sup>, *С.Ю. Мартинов*<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

<sup>2</sup> Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне

E-mail: polyakov\_igm@list.ru, s.y.martynov@nuwm.edu.ua

#### РОЗРАХУНОК ЗНЕЗАЛІЗНЕННЯ ПІДЗЕМНИХ ВОД НА ШВИДКОМУ ФІЛЬТРІ

Сформульовано з урахуванням окиснення двовалентного заліза і точно розв'язана нелінійна задача перенесення і осадження тривалентного заліза в шарі завантаження швидкого фільтра. Виведено залежності і рівняння для розрахунку змін з часом і за висотою завантаження концентрацій зважених і осаджених частинок гідроксиду заліза, зростання втрат напору в ньому. На прикладах виконано прогноз зростання концентрації гідроксиду в фільтраті і осадженій формі. Відзначено можливість надійного обґрунтування технологічних і конструктивних параметрів на базі отриманого розв'язку.

**Ключові слова:** залізо, гідроксид, освітлення, осадження, перенесення, окиснення, концентрація, точний розв'язок.

*V.L. Polyakov*<sup>1</sup>, *S.Yu. Martynov*<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, Kiev

<sup>2</sup> National University of Water and Environmental Engineering, Rivne

E-mail: polyakov\_igm@list.ru, s.y.martynov@nuwm.edu.ua

#### CALCULATION OF THE REMOVAL OF IRON FROM GROUNDWATER IN A FAST FILTER

The nonlinear problem of transfer and deposition of ferric iron in the bed layer of a fast filter is posed with regard for the oxidation of ferrous iron and is strictly solved. We have constructed relations and equations for the calculation of an increase in the head loss in the bed, as well as changes in the concentrations of suspended and deposited particles of Fe hydroxide in time and along the bed height. By examples, we forecast a growth in the content of Fe hydroxide in the filtrate and deposited form. The possibility of a reliable substantiation of technological and constructional parameters on the basis of the obtained solution is discussed.

**Keywords:** iron, hydroxide, clarification, deposition, transfer, oxidation, concentration, rigorous solution.