

<https://doi.org/10.15407/dopovidi2024.03.027>

УДК 539.3

С.П. Орленко, <https://orcid.org/0000-0002-7857-9601>

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна

E-mail: orlenko_servey@ukr.net

Вплив пружної основи на динаміку конічних оболонок змінної товщини за імпульсного навантаження

Представлено членом-кореспондентом НАН України О.Я. Григоренком

Дослідження коливань пружних конічних оболонок змінної товщини є однією з найбільш актуальних задач механіки деформованого твердого тіла. Ефективна несуча здатність таких оболонок мотивує широке застосування їх в авіа-, ракето-, суднобудуванні та багатьох інших галузях техніки та будівництва. На сьогодні досягнуто значних успіхів в області дослідження динамічних процесів в елементах конічних конструкцій. Проте недостатньо дослідженими є задачі динамічної взаємодії однорідних та неоднорідних конічних оболонкових структур із пружними середовищами. Для аналізу динамічних процесів у зрізаних конічних оболонках змінної товщини на пружній основі під дією нестационарного навантаження використано скінченно-різницевий метод. При створенні чисельного алгоритму застосовано інтегро-інтерполяційний метод побудови різницевих схем по просторових координатах та явній скінченно-різницевій схемі інтегрування по часовій координаті.

Ключові слова: динаміка, конічна оболонка змінної товщини, пружна основа Пастернака, власна частота, імпульсне навантаження, скінченно-різницевий метод, механічні ефекти.

Вступ. Дослідженню динаміки конічних елементів зі змінною товщиною присвячена значна кількість публікацій. Так, у дослідженні [1] проведено аналіз міцності усіченого конуса, який спирається на пружну основу Вінклера—Пастернака при осьовому стиску і шарнірному спіранні. У дослідженні [2] проаналізовано вплив неоднорідності матеріалу, кута напіввершини конуса та інших геометричних параметрів на значення критичного навантаження при спіранні на пружну основу Пастернака. В роботі [3] розв'язано задачу про стійкість усіченої конічної оболонки FGM, яка піддається осьовому стискаючому навантаженню і спирається на пружні основи типу Вінклера—Пастернака. Раніше [4, 5] скінченно-різницевим методом розв'язано задачу про осесиметричну динамічну поведінку конічної оболонки змінної товщини на пружній основі Вінклера при нестационарному навантаженні. З проведеного огляду [6] слідує, що у відомій літературі є незначна кількість досліджень вільних коливань конічних оболонок змінної товщини.

Ц и т у в а н н я: Орленко С.П. Вплив пружної основи на динаміку конічних оболонок змінної товщини за імпульсного навантаження. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2024. № 3. С. 27—34. <https://doi.org/10.15407/dopovidi2024.03.027>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2024. Стаття опублікована за умовами відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>)

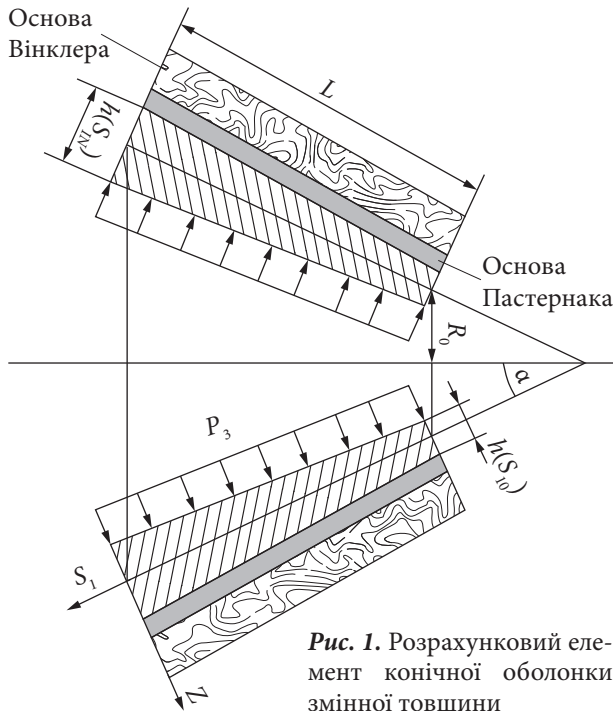


Рис. 1. Розрахунковий елемент конічної оболонки змінної товщини

імпульсного навантаження $P_3(s_1, t)$, де s_1, t — просторова і часова координати.

Для зрізаних конічних оболонок вигідним є застосування координати s_1 , яка відраховується від зрізаного краю оболонки. Будемо вважати, що загальна система координат віднесена до серединної поверхні оболонки з товщиною $h=h(s_1)$. Координату z будемо відраховувати в бік збільшення довжини зовнішньої нормалі до вихідної поверхні, як це зображено на рис. 1.

Коефіцієнти першої квадратичної форми і кривизни координатної поверхні записуються так: $A_1 = 1$, $A_2 = R_s$, $k_1 = 0$, $k_2 = \cos\alpha/R_s$, де α — кут конусності, s_1 — поточна координата, $R_s = R_0 + s_1 \sin\alpha$.

На основі теорії деформації зсуву в оболонках [7], переміщення $u_1(s_1)$ і $u_3(s_1)$ у конічній оболонці змінної товщини в напрямку s_1 (поздовжній), z -координата і час t при малих лінійних переміщеннях виражаються залежностями:

$$u_1(s_1, z, t) = u_1(s_1, t) + z\varphi_1(s_1, t); \quad (1)$$

$$u_3(s_1, z, t) = u_3(s_1, t),$$

де $\varphi_1(s_1, t)$ — кут повороту нормалі до серединної поверхні конічної оболонки.

При цьому деформаційні співвідношення представлені такими формулами:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial s_1}; \quad \varepsilon_{22} = \frac{1}{A_2} \frac{\partial A_2}{\partial s_1} u_1 + k_2 u_3; \quad (2)$$

$$\varepsilon_{13} = \varphi_1 + \frac{\partial u_3}{\partial s_1}; \quad \kappa_{11} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial s_1}; \quad \kappa_{22} = \frac{1}{A_2} \frac{\partial A_2}{\partial s_1} \varphi_1.$$

Мета даної роботи — дослідження впливу пружної основи Пастернака на динаміку конічних оболонок змінної товщини за імпульсного навантаження. В основу розв'язання задачі покладена теорія оболонок, що заснована на зсувній моделі С.П. Тимошенка [7]. Для виведення рівнянь коливань конічних оболонок змінної товщини на пружній основі Пастернака використано варіаційний принцип стаціонарності Гамільтона—Остроградського. Числове моделювання динаміки тришарової конічної оболонки на пружній основі Пастернака проведено скінченно-різницеvim методом. Числові результати розв'язання конкретних задач виявили нові механічні ефекти.

Постановка задачі. Основні рівняння. Розглянемо конічну оболонку змінної товщини на пружній основі Пастернака, яка знаходиться під дією внутрішнього

Для виведення рівнянь коливань оболонкової структури використовується варіаційний принцип Гамільтона—Остроградського, за яким

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(\dot{I} - \dot{O}) - \delta\dot{A}] = 0, \quad (3)$$

де Π — потенціальна енергія системи з урахуванням зовнішнього середовища Пастернака; T — кінетична енергія; A — робота зовнішніх сил; t_1 і t_2 — фіксовані моменти часу.

Вирази для варіацій повної потенціальної і кінетичної енергії вказаних компонентів запишемо у вигляді:

$$\delta\dot{I} = \int_S \left[\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(\delta T_{11} \varepsilon_{11} + \delta T_{22} \varepsilon_{22} + \delta T_{13} \varepsilon_{13} + M_{11} \delta \kappa_{11} + M_{22} \delta \kappa_{22} + C_1 u_3 \delta u_3 + C_2 \frac{\partial u_3}{\partial s_1} \delta \frac{\partial u_3}{\partial s_1} \right) dz \right] dS; \quad (4)$$

$$\delta T = \int_S \left\{ \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[\rho h(s_1) \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \partial u_1 + \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \partial u_3 \right) + \rho \frac{h(s_1)^3}{12} \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} \partial \varphi_1 \right) \right] dz \right\} dS.$$

Після стандартних перетворень у варіаційному рівнянні (3), з урахуванням співвідношень (4), отримаємо гіперболічні рівняння руху конічної оболонки змінної товщини на пружному середовищі Пастернака за дії осесиметричного імпульсного навантаження, граничні і початкові умови:

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s_1} (A_2 T_{11}) - \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s_1} (A_2 T_{22}) &= \rho h(s_1) \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}; \\ \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s_1} (A_2 T_{13}) - k_2 T_{22} + C_1 u_3 - C_2 \frac{\partial^2 u_3}{\partial s_1^2} + P_3(s_1) &= \rho h(s_1) \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}; \\ \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s_1} (A_2 M_{22}) - T_{13} &= \rho \frac{h^3(s_1)}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Співвідношення для зусиль і моментів наведені в монографії [4].

У формулах (1)—(5) $u_1(s, t)$, $u_3(s, t)$, $\varphi_1(s, t)$ — компоненти узагальненого вектора переміщень серединної поверхні оболонки; $h(s_1)$ — змінна товщина оболонки; ρ — густина матеріалу оболонки; E , ν — фізико-механічні параметри матеріалу оболонки; C — пружна основа Пастернака, $C_1 = 0,25 \cdot 10^8$ Н/м³, $C_2 = 0,25 \cdot 10^6$ Н/м³.

Рівняння (5) доповнюються відповідними граничними і початковими умовами.

У випадку жорстко закріпленого краю при $s_1 = s_{10}$ і $s_1 = s_{1N}$ граничні умови мають вигляд:

$$u_1 = u_3 = \varphi_1 = 0. \quad (6)$$

Початкові умови записуються так:

$$u_1 = u_3 = \varphi_1 = \frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{\partial u_3}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

при $t = 0$.

Чисельний алгоритм розв'язування рівнянь осесиметричних коливань конічних оболонок змінної товщини на пружній основі. Поставлені задачі розв'язуються методом скінченних різниць. Числовий алгоритм створюється інтегро-інтерполяційним методом побудови різницевої схеми за просторовими координатами та явній скінченно-різницевої схемі інтегрування по часовій координаті [4].

Таким чином, рівняння (5)—(7) представляють повну постановку задач коливань конічних оболонок змінної товщини, які знаходяться на пружній основі Пастернака при нестационарному осесиметричному навантаженні. Введемо різницеву сітку. Розділимо інтервал $[s_{10}, s_{1N}]$, ($s_{10} = 0, s_{1N} = L$) на N рівних частин з кроком $\Delta s_1 = L/N$ і одержимо сітку з дискретними вузлами, $\Delta s_{1l} = \Delta s_{10} + \Delta s_1 l$, де l від 1 до N . Поряд з основною різницевою сіткою вводиться допоміжна різницева сітка $s_{1l\pm 1/2}$, яка відповідає значенням s_1 у напіввузлах. По часовій координаті t вводиться аналогічна сітка на інтервалі $[0; T]$ з розбиттям на N_1 рівних підінтервалів з кроком $\tau = T/N_1$, $\tau_n = n\tau$. Також вводиться допоміжна сітка часу $\tau_{n\pm 1/2}$, яка відповідає значенням t у напіввузлах.

Позначимо переміщення узагальненого вектора конічної оболонки у вигляді:

$$u_1, u_3, \varphi_1 \rightarrow (u_1)_1^n, (u_3)_1^n, (\varphi_1)_1^n. \quad (8)$$

Згідно з підходом [4], рівняння (5) запишемо таким чином в області:

$$\begin{aligned} s_{1i-1/2} \leq s_1 \leq s_{1i+1/2}, \quad t^{n-1/2} \leq t \leq t^{n+1/2}; \\ s_{1i-1/2} = s_{1i} - \Delta s_{1/2}, \quad s_{1i+1/2} = s_{1i} + \Delta s_{1/2}; \\ \int_{s_{1i-1/2}}^{s_{1i+1/2}} \left[\frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s_1} (A_2 T_{11}) - \psi T_{22} \right] ds_1 = \int_{s_{1i-1/2}}^{s_{1i+1/2}} \left[\rho h \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \right] ds_1; \\ \int_{s_{1i-1/2}}^{s_{1i+1/2}} \left[\frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s_1} (A_2 T_{13}) - k_2 T_{22} + C_1 u_3 - C_2 \frac{\partial^2 u_3}{\partial s_1^2} + P_3(s_1, t) \right] ds_1 = \int_{s_{1i-1/2}}^{s_{1i+1/2}} \left[\rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \right] ds_1; \\ \int_{s_{1i-1/2}}^{s_{1i+1/2}} \left[\frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s_1} (A_2 M_{11}) - \psi M_{22} - T_{13} \right] ds_1 = \int_{s_{1i-1/2}}^{s_{1i+1/2}} \left[\rho h \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} \right] ds_1. \end{aligned} \quad (9)$$

Після стандартних перетворень у співвідношеннях (9) отримаємо різницеві апроксимації рівнянь (5)

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_{2i}} \frac{(A_2 T_{11}^n)_{i+1/2} - (A_2 T_{11}^n)_{i-1/2}}{\Delta s_1} - \psi_i \frac{T_{22\ i+1/2}^n + T_{22\ i-1/2}^n}{2} &= \rho h(s_{1i})(u_{1i}^n)_{\bar{t}\bar{t}}; \\ \frac{1}{A_{2i}} \frac{(A_2 T_{13}^n)_{i+1/2} - (A_2 T_{13}^n)_{i-1/2}}{\Delta s_1} - k_{2i} \frac{T_{22\ i+1/2}^n + T_{22\ i-1/2}^n}{2} + P_3(s_1, t^n) + C_1 u_{3i}^n - \\ - C_2 \frac{u_{3, i+1}^n - 2u_{3, i}^n + u_{3, i-1}^n}{\Delta s_1^2} &= \rho h(s_{1i})(u_{3i}^n)_{\bar{t}\bar{t}}; \\ \frac{1}{A_{2i}} \frac{(A_2 M_{11}^n)_{i+1/2} - (A_2 M_{11}^n)_{i-1/2}}{\Delta s_1} - \psi_i \frac{M_{22\ i+1/2}^n + M_{22\ i-1/2}^n}{2} - \frac{T_{13\ i+1/2}^n + T_{13\ i-1/2}^n}{\Delta s_1^2} &= \rho \frac{h^3(s_{1i})}{12} (\varphi_{1i}^n)_{\bar{t}\bar{t}}. \end{aligned} \quad (10)$$

При цьому різницеві співвідношення для зусиль і моментів мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 T_{11\,s_1\pm 1/2}^n &= B_{11}(s_{1\pm 1/2}^n)(\varepsilon_{11i\pm 1/2}^n + \mu_2\varepsilon_{22i\pm 1/2}^n); \\
 T_{22\,s_1\pm 1/2}^n &= B_{22}(s_{1\pm 1/2}^n)(\varepsilon_{22i\pm 1/2}^n + \mu_1\varepsilon_{11i\pm 1/2}^n); \\
 T_{13\,i\pm 1/2}^n &= B_{13}(s_{1\pm 1/2}^n)\varepsilon_{13i\pm 1/2}^n; \\
 M_{11\,s_1\pm 1/2}^n &= D_{11}(s_{1\pm 1/2}^n)(k_{11i\pm 1/2}^n + \mu_2k_{22i\pm 1/2}^n); \\
 M_{22\,i\pm 1/2}^n &= D_{22}(s_{1\pm 1/2}^n)(k_{22i\pm 1/2}^n + \mu_2k_{11i\pm 1/2}^n); \\
 k_{22\,i-1/2,\,j}^n &= \Psi_{1-1/2} \cdot \Phi_{1i-1/2,\,j}^n.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Виходячи із наведених вище формул, чисельний алгоритм розв'язання поставленої задачі складається з послідовності виконання таких кроків: на n -му часовому інтервалі за просторовою координатою обчислюються відповідні деформації, зусилля і моменти; за відповідними величинами деформацій і зусиль і моментів обчислюються компоненти узагальненого вектора переміщень.

У подальшому, при розгляді числового розв'язку задач осесиметричних коливань конічних оболонок змінної товщини, будемо виходити із відповідних формул для значень різницевого кроків Δs_1 і τ . Враховуючи, що застосовується явна скінченно-різницева схема, при розрахунках різницеві кроки вибирали виходячи з умови:

$$\tau \leq K\Delta s_1 / c_1,$$

де $c_1^2 = E/[\rho(1-\nu^2)]$; K — число Куранта. При розрахунках поклали $K = 0,3 \div 0,5$ з врахуванням практичної збіжності результатів.

Числові результати. Як числовий приклад для осесиметричних коливань розглянуто задачу динамічної поведінки зрізаної конічної оболонки змінної товщини на пружній основі Пастернака (5) з жорстко защемленими краями під дією нормального розподіленого навантаження $P_3(s_1, t)$. Граничні і початкові умови записано згідно з (6) та (7).

Геометричні параметри товщини оболонки задавали у вигляді $h(s_{10}) = 0,5 \cdot 10^{-2}$ м; $h(s_{1N}) = 10^{-2}$ м; $R_0 = 0,3$ м; $L = 0,4$ м; фізико-механічні параметри — $E = 7 \cdot 10^{10}$ Па; $\nu = 0,3$; $\rho = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³; пружна основа Пастернака: $C_1 = 0,25 \cdot 10^8$ Н/м³, $C_2 = 0,25 \cdot 10^6$ Н/м.

Нестаціонарне імпульсне навантаження задавали згідно з формулою

$$P_3(s_1, t) = \begin{cases} A(1-t/T), & (0 \leq t \leq T); \\ 0, & (t > T), \end{cases} \tag{12}$$

де $A = 10^6$ Па; $T = L / c = 5 \cdot 10^{-5}$ с; c — швидкість поздовжніх хвиль у металі.

Ізотропну конічну оболонку змінної товщини розглядали при таких параметрах: варіант 1: $\alpha = \pi/6$ при $R_0 = 0,3$ м; $L = 0,4$ м перші власні частоти конічної оболонки: без пружної основи — 781,57 Гц; $t = 14,7T$ з пружним середовищем Вінклера 851,91 Гц; з пружним середовищем Пастернака — 883,18 Гц.

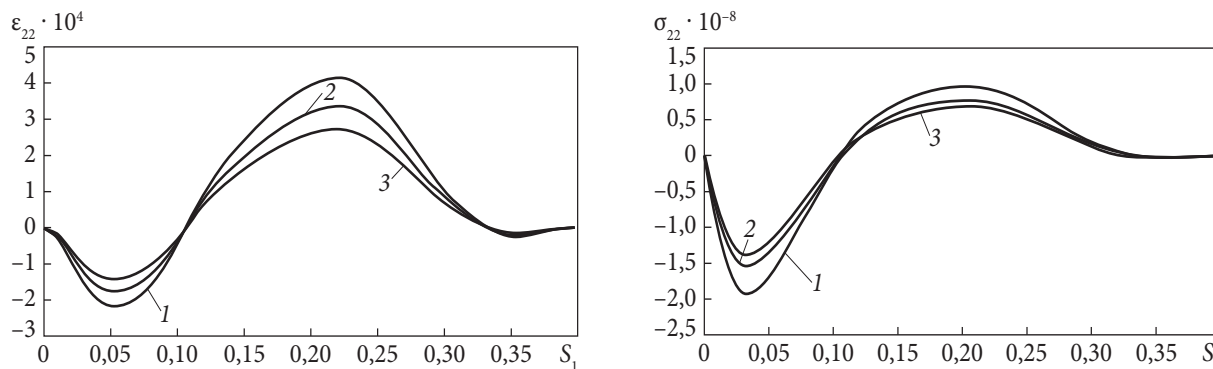


Рис. 2. Залежності максимальних деформацій ε_{22} по просторовій координаті s_1 в момент часу $t = 14,7T$ при $R_0 = 0,3$ м; $\alpha = \pi/6$

Рис. 3. Залежності максимальних напружень σ_{22} по просторовій координаті s_1 в момент часу $t = 14,7T$ при $R_0 = 0,3$ м; $\alpha = \pi/6$

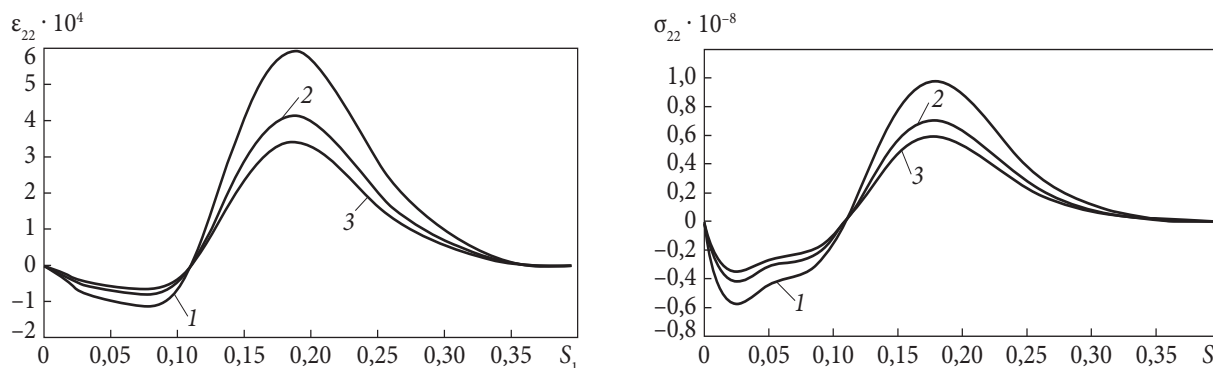


Рис. 4. Залежності максимальних деформацій ε_{22} по просторовій координаті s_1 в момент часу $t = 18,3T$ при $R_0 = 0,3$ м; $\alpha = \pi/4$

Рис. 5. Залежності максимальних напружень σ_{22} по просторовій координаті s_1 в момент часу $t = 18,3T$ при $R_0 = 0,3$ м; $\alpha = \pi/4$

На рис. 2 наведено залежності максимальних нормальних деформацій ε_{22} по просторовій координаті s_1 в момент часу $t = 14,7T$ (покладаємо, що даний момент часу відповідає досягненню максимального значення деформацій ε_{22} на досліджуваному інтервалі часу) при $\alpha = \pi/6$. Крива 1 відповідає випадку конічної оболонки змінної товщини без врахування пружної основи; крива 2 — випадку конічної оболонки змінної товщини на пружній основі Вінклера; крива 3 — випадку конічної оболонки змінної товщини на пружній основі Пастернака. При побудові подальших графіків використовуються аналогічні позначення.

Максимальні деформації ε_{22} за дії пружної основи Вінклера будуть на 19 % меншими за максимальні деформації ε_{22} без врахування пружної основи, а максимальні деформації ε_{22} за дії пружної основи Пастернака будуть на 34 % меншими за максимальні деформації ε_{22} без врахування пружної основи. В свою чергу, перша власна частота за дії пружної основи Вінклера буде на 12 % більшою за аналогічну величину оболонки без врахування пружної основи, а перша власна частота за дії пружної основи Пастернака буде на 14 % більшою.

На рис. 3 наведено залежності максимальних значень напружень σ_{22} по просторовій координаті s_1 в момент часу $t = 14,7T$ при $\alpha = \pi/6$. Тут і в подальших випадках напруження σ_{22} вимірювали в Паскалях.

Максимальні напруження σ_{22} за дії пружної основи Вінклера будуть на 23 % меншими за максимальні напруження σ_{22} без врахування пружної основи, а максимальні напруження σ_{22} за дії пружної основи Пастернака будуть на 35 % меншими за максимальні напруження σ_{22} .

Варіант 2: при $\alpha = \pi/4$; $R_0 = 0,3$ м; $L = 0,4$ м; перші власні частоти конічної оболонки: без пружного середовища — 687,22 Гц ($t = 18,3T$); з пружним середовищем Вінклера — 769,69 Гц; з пружним середовищем Пастернака — 783,43 Гц.

На рис. 4 наведено залежності максимальної деформації ε_{22} за просторовою координатою s_1 в момент часу $t = 18,3T$ при $\alpha = \pi/4$.

Максимальні деформації ε_{22} за дії пружної основи Вінклера будуть на 30,5 % меншими за максимальні деформації ε_{22} без врахування пружної основи, а максимальні деформації ε_{22} за дії пружної основи Пастернака будуть на 43 % меншими за максимальні деформації ε_{22} без врахування пружної основи. В свою чергу перша власна частота за дії пружної основи Вінклера буде на 12 % більшою за аналогічну величину оболонки без врахування пружної основи, а перша власна частота за дії пружної основи Пастернака буде на 14 % більшою.

На рис. 5 наведено залежності максимальних напружень σ_{22} по просторовій координаті s_1 в момент часу $t = 18,3T$ при $\alpha = \pi/4$.

Максимальні напруження σ_{22} за дії пружної основи Вінклера будуть на 28 % меншими за максимальні напруження σ_{22} без врахування пружної основи, а максимальні напруження σ_{22} за дії пружної основи Пастернака будуть на 55 % меншими за максимальні напруження σ_{22} .

Висновки. Розрахунки показують, що можна створити конструкцію з конічної оболонки змінної товщини на пружній основі Пастернака з прогнозованою динамічною поведінкою при нестационарному навантаженні.

Наукові дослідження, результати яких опубліковані в даній статті, виконані за рахунок коштів бюджетної програми “Підтримка пріоритетних напрямів наукових досліджень” (КПКВК 6541230).

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Hoa L. K., Phi B. G., Chan D. Q. and Hieu D. V. Buckling Analysis of FG Porous Truncated Conical Shells Resting on Elastic Foundations in the Framework of the Shear Deformation Theory. *Adv. Appl. Math. Mech.* 2022. **14**, Iss. 1. P. 218—247. <https://doi.org/10.4208/aamm.OA-2020-0202>
2. Najafov A. M., Sofiyev A. H. The non-linear dynamics of FGM truncated conical shells surrounded by an elastic medium. *Int. J. Mech. Sci.* 2013. **66**. P. 33—44. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2012.10.006>
3. Sofiyev A. H. The buckling of FGM truncated conical shells subjected to axial compressive load and resting on Winkler-Pasternak foundations. *Int J Press Vessels Piping*. 2010. **87**, Iss. 12. P. 753—761. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2010.08.012>
4. Луговой П. З., Мейш В. Ф., Мейш Ю. А. Динаміка конструктивно-неоднорідних структур. Київ: Ліра, 2022. 326 с.
5. Мейш В. Ф., Луговой П. З., Мельник В. М. О динамическом поведении конической оболочки переменной толщины на упругом основании. *Проблеми обчисл. механіки і міцності конструкцій*. 2012. № 4. С. 219—225.

6. Sofiyev A.H. Review of research on the vibration and buckling of the FGM conical shells. *Composite Structures*. 2019. **211**, №1. P. 301—317. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.12.047>
7. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. *Theory of plates and shells*. McGraw-Hill, 1989. 591 с.

Надійшло до редакції 25.03.2024

REFERENCES

1. Hoa, L. K., Phi, B. G., Chan, D. Q. & Hieu, D. V. (2022). Buckling Analysis of FG Porous Truncated Conical Shells Resting on Elastic Foundations in the Framework of the Shear Deformation Theory. *Adv. Appl. Math. Mech.*, 14, Iss. 1, pp. 218-247. <https://doi.org/10.4208/aamm.OA-2020-0202>
2. Najafov, A. M. & Sofiyev, A. H. (2013). The non-linear dynamics of FGM truncated conical shells surrounded by an elastic medium. *Int. J. Mech. Sci.*, 66, pp. 33-44. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2012.10.006>
3. Sofiyev, A. H. (2010). The buckling of FGM truncated conical shells subjected to axial compressive load and resting on Winkler-Pasternak foundations. *Int. J. Press Vessels Piping*, 87, Iss. 12, pp. 753-761. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2010.08.012>
4. Lugovoy, P. Z., Meish, V. F. & Meish, Yu. A. (2022). *Dynamics of structurally heterogeneous structures: monograph*. Kyiv: Lira (in Ukrainian).
5. Meish, V. F., Lugovoy, P. Z. & Melnik, V. M. (2012). On the dynamic behavior of a conical shell of variable thickness on an elastic foundation. *Problems of computational mechanics and strength of structures*, No. 4, pp. 219-225 (in Russian).
6. Sofiyev, A. H. (2019). Review of research on the vibration and buckling of the FGM conical shells. *Composite Structures*, 211, № 1, pp. 301-317. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.12.047>
7. Timoshenko, S. & Woinowsky-Krieger, S. (1989). *Theory of plates and shells*. McGraw-Hill.

Received 25.03.2024

S.P. Orlenko, <https://orcid.org/0000-0002-7857-9601>

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine

E-mail: orlenko_sergey@ukr.net

INFLUENCE OF ELASTIC BASE ON DYNAMICS OF CONICAL SHELLS OF VARIABLE THICKNESS UNDER IMPULSE LOADING

The study of vibrations of elastic conical shells of variable thickness is one of the most urgent problems of deformable solid mechanics. The effective bearing capacity of such shells determines their wide application in aviation, rocket building, shipbuilding and many other fields of engineering and construction. To date, significant progress has been made in the study of dynamic processes in elements of conical structures. However, the problems of dynamic interaction of homogeneous and inhomogeneous conical shell structures with elastic media are not sufficiently studied. The finite-difference method was used to analyze dynamic processes in truncated conical shells of variable thickness on an elastic base under the action of a non-stationary load. An integro-interpolation method of constructing difference schemes over spatial coordinates and an explicit finite-difference scheme of integration over the time coordinate were used to create the numerical algorithm.

Keywords: *dynamics, conical shell of variable thickness, Pasternak's elastic base, natural frequency, impulse load, finite-difference method, mechanical effects.*