



УДК 539.3

Г. Д. Гавриленко, В. И. Мацнер

Устойчивость ребристых оболочек на упругом основании

(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины И. С. Чернышенко)

Предложен подход к анализу проблемы устойчивости ребристых цилиндрических оболочек в упругой среде (упругое основание) при действии продольной силы и внутреннего или внешнего давления. Приведены результаты расчетов критических нагрузок для разных значений коэффициентов постели.

Рассматривается устойчивость ребристых цилиндрических оболочек, которые находятся в упругой среде (упругое основание) и нагруженных осевыми сжимающими силами и внутренним (внешним) давлением.

При расчете таких оболочек, кроме действующей нагрузки, необходимо учитывать силы реакции, передающиеся от основания к оболочке. При использовании модели основания, предложенной П. Л. Пастернаком, отпор основания характеризуется реакциями $C_1 w$ и $C_2 \nabla^2 w$, где C_1 — коэффициент постели упругого основания, который характеризует работу на растяжение — сжатие; C_2 — коэффициент постели, который характеризует работу основания на сдвиг.

Действующие нагрузки в рассматриваемом случае запишем в виде

$$(N_x^F, N_\theta^F) = (-\sigma h, q_n), \quad (1)$$

где

$$q_n = qr - C_1 w + C_2 \nabla^2 w, \quad \nabla^2 = \left(\frac{\partial^2 w}{r^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right).$$

Для получения расчетных формул используется энергетический метод при одночленной аппроксимации прогибов. К полной потенциальной энергии [1] необходимо добавить потенциальную энергию упругого основания V_{oc}

$$V_{oc} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\ell \left\{ C_1 w^2 + C_2 \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{r^2 \partial y^2} \right)^2 \right] \right\} dx dy. \quad (2)$$

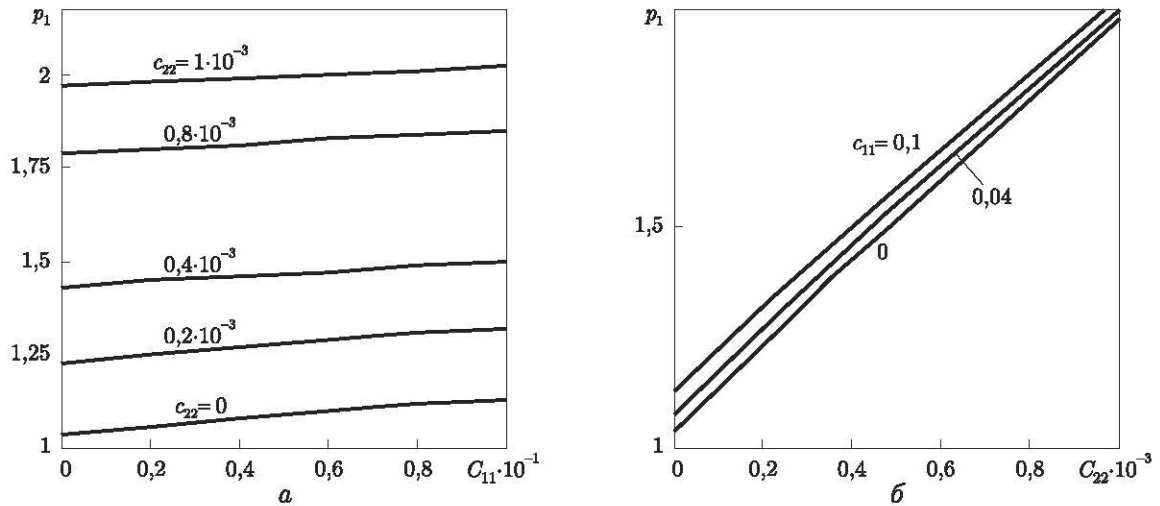


Рис. 1

Из условий минимума полной энергии системы $\partial V/\partial u_{ij} = 0$, $\partial V/\partial v_{ij} = 0$, $\partial V/\partial w_{ij} = 0$ можно определить критические нагрузки цилиндрических оболочек, лежащих на упругом основании

$$\left(\frac{\sigma}{E}\right)_{\text{кр}} = \frac{1}{A''_{33}} \left[\bar{A}_{33} + \frac{2A_{12}A_{13}A_{23} - A_{11}A_{23}^2 - A_{22}A_{13}^2}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \right], \quad (3)$$

где $\bar{A}_{33} = A_{33} + C_{11} + C_{22}(\lambda^2 + n^2)$, $C_{11} = C_1(1 - \mu^2)r^2/Eh$; $C_{22} = C_2(1 - \mu^2)/Eh$; остальные величины a_{ij} описаны ранее в [1].

В результате расчета определяются минимальные значения параметра критических нагрузок $p_1 = \sigma_{\text{кр}}/\sigma_{cl}$ где $\sigma_{cl} = 0,605Eh/r$.

На числовых примерах исследовано влияние коэффициентов постели (C_{11} и C_{22}) на величину критических нагрузок. Как пример рассмотрена ребристая оболочка [2], подкреплённая 32 стрингерами и 4 шпангоутами. Оболочки имели такие относительные размеры: $\ell/r = 2,25$; $r/h = 400$. Стрингеры — уголки $4 \times 3,5 \times 0,5 \cdot 10^{-2}$ м; шпангоуты — уголки $4 \times 8 \times 0,5 \cdot 10^{-2}$ м. Материал обшивки и ребер — листовой прокат АМГ-6 М.

На рис. 1 приведены значения критических нагрузок осевого сжатия для рассмотренных оболочек от величины коэффициентов постели C_{11} (а) и C_{22} (б).

Как видно из графиков, с ростом коэффициентов постели критические нагрузки увеличиваются. При увеличении коэффициента постели C_{22} критическая нагрузка возрастает более существенно, чем при возрастании C_{11} .

Значения критических сжимающих нагрузок в зависимости от величины внутреннего и внешнего давления при разных значениях коэффициентов постели C_{11} (а, в) и C_{22} демонстрирует рис. 2 (б, г). Сплошные линии соответствуют нагружению внутренним давлением, штриховые — внешним. Как следует из графиков, для оболочек на упругом основании значения критических нагрузок возрастает при возрастании коэффициентов постели. Различие критических нагрузок осевого сжатия при нагружении внутренним или внешним давлением и при C_{11} или $C_{22} \neq 0$ уменьшается.

Проведено сравнение полученных результатов с результатами работы [3]. В [3] критические напряжения осевого сжатия определяются на основе энергетического метода при

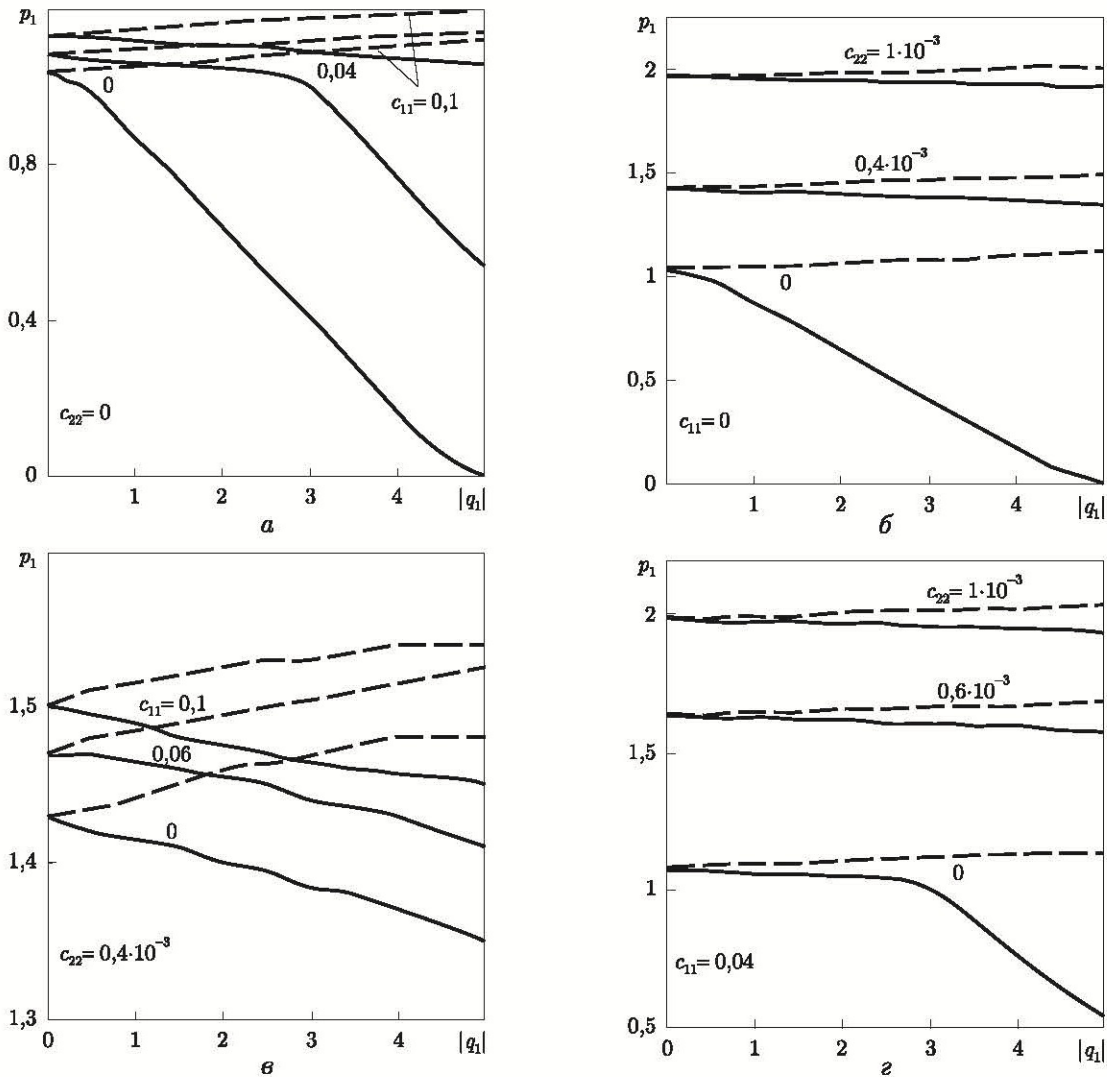


Рис. 2

многочленной аппроксимации перемещений. Рассмотрена оболочка, подкреплённая 24 одинаковыми равномерно размещёнными продольными ребрами прямоугольного сечения $d_s \times h_s = 0,01 \times 0,4 \cdot 10^{-3}$ м. Обшивка имела такие параметры: $r/h = 400$; $\ell/r = 2$. Принято, что материал обшивки и ребер один и тот же.

На рис. 3 представлены зависимости $p_{11} = f(C_{11})$ (сплошная кривая) и $p_{11} = f(C_{22})$ (штриховая кривая). Полу жирные линии — это расчет по предложенной методике, тонкие линии — результаты работы [3]. Здесь приняты такие обозначения: $p_{11} = p_1/p_{12}$; p_{12} — критическая нагрузка при отсутствии упругого основания.

Таким образом, в настоящей работе разработана методика определения критических нагрузок подкреплённых цилиндрических оболочек на упругом основании. Исследовано влияние коэффициентов упругого основания на величину критических нагрузок ребристой оболочки, нагруженной осевыми сжимающими силами и внутренним или внешним давлением.

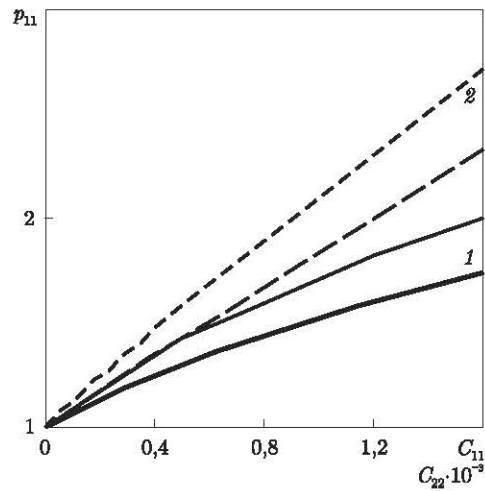


Рис. 3

1. Гавриленко Г. Д., Мацнер В. И. Устойчивость подкрепленных оболочек при комбинированном нагружении // Доп. НАН України. – 2011. – № 5. – С. 59–64.
2. Гавриленко Г. Д., Мацнер В. И. Аналитический метод определения верхних и нижних критических нагрузок для упругих подкрепленных оболочек. – Днепропетровск: Барвикс, 2007. – 185 с.
3. Скосаренко Ю. В. Устойчивость ребристой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с упругим основанием // Прикл. механика. – 2010. – 46, № 5. – С. 77–84.

*Институт механики им. С. П. Тимошенко
НАН Украины, Киев*

Поступило в редакцию 26.06.2013

Г. Д. Гавриленко, В. Й. Мацнер

Стійкість ребристих оболонок на пружній основі

Запропоновано підхід до аналізу проблеми стійкості ребристих циліндричних оболонок, які знаходяться в пружному середовищі (пружна основа) при осьовому стиску і внутрішньому або зовнішньому тиску. Наведено результати розрахунків критичних навантажень для різних значень коефіцієнтів постелі.

G. D. Gavrylenko, V. I. Matsner

Stability of ribbed shells on the elastic foundation

An approach to the problem of the stability of ribbed cylindrical shells that are on the elastic foundation under the axial loading and internal (or external) pressure is proposed. The results of calculations for the various parameters of the elastic foundation are given.