

Математическое моделирование свободных волновых движений в Азовском море

(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины Л. В. Черкесовым)

С использованием трехмерной нелинейной гидродинамической модели, описывающей турбулентное движение вязкой жидкости, дан анализ физических закономерностей свободных колебаний в акватории Азовского моря. Изучены зависимости изменения амплитуд колебаний уровня и выполнено их сравнение в прибрежных районах и центральной области моря. Исследован вид узловых линий и их трансформации с течением времени. Определены скорости возникающих при этом течений на различных глубинах моря.

В бассейне Азовского моря свободные волновые (сейшеобразные) колебания уровня, происходящие после прекращения действия атмосферных возмущений, наблюдаются постоянно. Возникающие при этом в районах сужения береговых границ скорости течений могут достигать 1,5 м/с, а высоты волн — 0,8 м [1]. В этих случаях создается реальная угроза затопления прибрежных районов моря и разрушения береговых сооружений.

Изучение сейшеобразных колебаний в Азовском море методом математического моделирования и анализа данных натурных наблюдений проведено в работах [2, 3]. В публикации [2] методом конечных элементов найдены значения периодов и структур первых шести мод свободных колебаний. Сейшевые колебания уровня Азовского моря, возникающие в результате нагонов величиной 1 м на открытой границе и возникающие в этом случае течения, исследованы в статье [3] в рамках линейной двумерной математической модели.

В данной работе с использованием трехмерной нелинейной гидродинамической модели анализируются физические закономерности свободных колебаний жидкости в акватории Азовского моря. Изучены пространственные характеристики сейшеобразных колебаний, расположение узловых линий и скорости возникающих при этом течений.

1. Математическая модель основывается на уравнениях турбулентного движения однофазной вязкой жидкости с использованием приближения гидростатики [4–6], записанных в декартовой системе координат. Ось x направлена на восток, y — на север, z — вертикально вверх. На дне ($z = H(x, y)$) равна нулю нормальная составляющая скорости, придонные касательные напряжения связаны со скоростью квадратичной зависимостью. На твердых боковых границах выполняются условия прилипания. В начальный момент времени ($t = 0$) движение жидкости отсутствует, свободная поверхность горизонтальна.

Для построения численного алгоритма применена модель POM (Princeton Ocean Model) [6], адаптированная к условиям бассейна Азовского моря [7]. В исходных уравнениях, граничных и начальных условиях осуществляется переход от координаты z к координате σ . Численный алгоритм решения по времени базируется на применении двухслойных разностных схем. Выбор шагов интегрирования по временным и пространственным координатам осуществляется в соответствии с критерием устойчивости для баротропных волн [8]. Топография дна на модельную сетку интерполирована с использованием массива глубин, приведенного в навигационных картах.

Атмосферные возмущения являются основным источником генерации сейш в Азово-Черноморском регионе [1]. Под влиянием ветра, имеющего устойчивое направление и скорость, возникают течения и повышения уровня у одного берега и понижения у другого. После прекращения действия ветра имеют место свободные волновые колебания жидкости на поверхности моря.

В результате численных экспериментов, проведенных с использованием указанной выше гидродинамической модели, изучается движение жидкости в бассейне Азовского моря после прекращения действия стационарного ветра. Начиная с $t = 0$ на первоначально невозмущенную поверхность действует постоянный восточный ветер (W_{st}). С момента установления течений ($t_{st} = 48$ ч) его скорость линейно уменьшается в течение 3 ч до нуля. Это значение времени ($t_0 = t_{st} + 3$ ч) принимаем за начало свободных колебаний. Условие выхода движения жидкости на стационарный режим определяется следующим: между двумя соседними моментами времени не происходит заметных изменений отклонений уровня и скоростей течений (не более пяти процентов).

2. В рамках данной модели выполнена серия численных расчетов сейшеобразных колебаний в Азовском море, возникающих после мгновенного прерывания действия постоянного западного ветра со скоростью 20 м/с, направленного вдоль оси x .

На рис. 1 представлены изолинии уровня в различные моменты времени. Видно, что в начальный период динамика вод представляет собою одноузловую сейшу. В установившемся режиме (см. *a*) возникает понижение уровня вдоль восточного побережья (сгоны) и повышение — вдоль западного (нагоны). Узловая (штриховая) линия пересекает центральную часть моря, она ориентирована перпендикулярно направлению ветра. Отметим, что самые интенсивные понижения уровня происходят в восточной области Таганрогского залива, а наибольшие возвышения — в западной. Наименьшие амплитуды волн имеют место в центральном районе.

В начальный момент возникновения свободных колебаний жидкости (см. *b* на рис. 1; $t_0 = 51$ ч), узловая линия не сместилась, зоны сгона и нагона сохраняются в тех же областях моря, что и в установившемся режиме. При этом величины сгонов и нагонов уменьшаются. С прекращением действия ветра (см. *в–e*) наблюдается существенное изменение с течением времени расположения линий равного уровня и узловой линии. Узловая линия повернута относительно центральной области моря и ориентирована в зональном направлении, зоны сгона и нагона также сместились на запад в сторону действующего ветра (см. *в*; $t = t_0$). В Таганрогском заливе последствия прекращения ветра мало сказываются на изменениях уровня. Через 6 ч (см. *з*; $t = 57$ ч) происходит дальнейшее приближение к востоку узловой линии, области нагонов и сгонов перемещаются соответственно в южном и северном направлениях, при этом их величины существенно уменьшаются. На графиках *д, e* представлены изолинии уровня моря через $t = 60$ и 63 ч. Отсюда видно, что свободные колебания в указанные моменты времени имеют вид двухузловых сейш.

Таким образом, в установившемся движении скорости течений вдоль северо-восточной части побережья и в Таганрогском заливе преимущественное направление имеет течение в одну сторону с действующим ветром. В дальнейшем картина течений существенно меняется. Вдоль северного побережья начинает формироваться антициклонический вихрь. При этом в Таганрогском заливе сохраняется направление течений с запада на восток, в центральной и западной частях моря течения направлены в противоположную сторону с востока на запад.

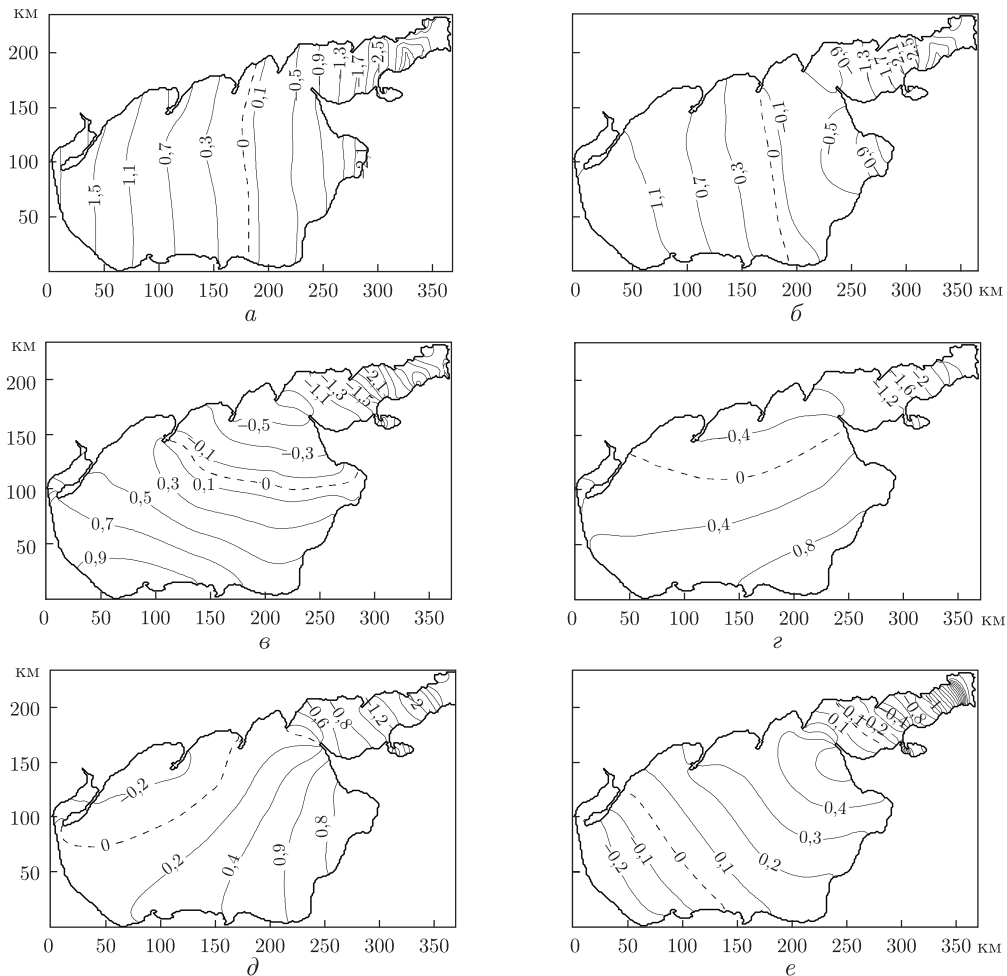


Рис. 1. Изолинии уровня (м) Азовского моря: а — стационарное движение, вызываемое действием ветра 20 м/с; б — после прекращения его действия до нуля; от начального момента времени свободных колебаний через: в — 3 ч; г — 6 ч; д — 9 ч; е — 12 ч

Данные о сгонах и нагонах (ζ_{st} , см; $t = t_{st}$), обусловленных действием постоянного западного ветра со скоростью 20 м/с, экстремумы сейшеобразных колебаний (ζ_k ; $k = 1, 2, 3, 4$), возникающие после прекращения действия ветра на береговых станциях, и время их достижения (t_k) демонстрирует табл. 1. Из этих данных следует, что наибольший нагон, генерируемый восточным ветром, имеет место на ст. Геническ (2,19 м). После полного ослабления действия ветра происходит монотонное понижение уровня до наименьшего значения ($-0,27$ м), которое достигается через 6 ч 28 мин. При этом размах колебания составил 2,46 м. Через 7 ч 3 мин отмечается повышение уровня до 0,33 м (16,53 ч). Размах второго колебания (0,6 м) в 4 раза меньше первого. Экстремальное значение при следующем колебании ($-0,19$ м) имеет место через 8 ч (24,53 ч) с размахом (0,52 м), мало отличающимся от предыдущего. Следующее экстремальное значение (0,12 м) возникает через 8 ч 15 мин (32,8 ч) с размахом (0,31 м), который вдвое меньше предыдущего и в 7,7 раза меньше первого размаха колебаний.

Результаты моделирования, приведенные в табл. 1, позволяют выполнить анализ свободных колебаний на ст. Ейск, где отмечается наибольший стационарный сгон ($-2,44$ м).

Линейное прекращение действия ветра на этой станции вызывает через 18,27 ч повышение уровня до $\zeta_1 = -0,06$ м, при этом размах первого колебания от наибольшего сгона (ζ_1) составляет 2,38 м. В дальнейшем величина уровня нарастает, через 28,53 ч достигает наибольшего значения 0,21 м, с размахом (0,27 м) в 8,8 раз меньшим первого. Через 10,37 ч имеет место понижение уровня на 2 см (38,9 ч). При следующем колебании от $\zeta_3 = -0,07$ м до $\zeta_4 = 0,07$ м, которое происходит за 16,8 ч (55,7 ч), размах составляет 0,14 м, что в 17,8 раза меньше первого размаха колебаний.

Для определения периодов и амплитуд сейш в открытой части Азовского моря в табл. 2 даны экстремумы сейшеобразных колебаний, возникающих после затухания постоянного восточного ветра 20 м/с в течение 3 ч, и соответствующие им моменты времени. Эти значения отвечают девяти пунктам центральной части Азовского моря.

Из анализа представленных данных следует, что наименьшие отклонения уровня в стационарном режиме (t_{st}) и в начальный момент времени сейшеобразных колебаний (t_0) имеют место в пунктах, находящихся вблизи линии нулевых амплитуд (B_0, B_2, B_4, B_8). Их удаление от центральной точки (B_0) равно 50 км. В пунктах, расположенных от B_0 на расстоянии 100 км, амплитуды уровня в указанные моменты времени значительно выше. Так, наибольшие отклонения уровня (t_{st}) в пунктах B_5 и B_7 составляют $-1,25$ и $1,01$ м соответственно, что 27 раз больше, чем наименьшие амплитуды 0,042 и 0,048 м в пунктах B_0 и B_2 .

Отметим, что в пункте B_7 имеет место наибольший нагон (1,01 м). После полного ослабления действия ветра, происходит монотонное понижение уровня до наименьшего значения ($-0,14$ м), которое достигается через 5,7 ч. При этом размах колебания составил 1,15 м.

Таблица 1. Стоны и нагоны (см), обусловленные действием постоянного восточного ветра со скоростью 20 м/с, экстремумы сейшеобразных колебаний (ζ_k ; $k = 1, 2, 3, 4$), возникающие после затухания ветра в течение 3 ч до нуля на береговых станциях Азовского моря и время их достижения (t_k , ч)

Станция	ζ_{st}	ζ_1	t_1	ζ_2	t_2	ζ_3	t_3	ζ_4	t_4
Геническ	219	-27	6,47	33	16,53	-19	24,53	12	32,80
Бердянск	25	-57	2,53	46	7,67	-8	17,67	10	25,53
Мариуполь	-153	3	12,26	-14	20,20	17	27,26	2	39,2
Таганрог	-158	-259	7,13	30	31,53	-8	41,26	8	50,40
Ейск	-244	-6	18,27	21	28,53	-2	38,9	7	55,70
Прим.-Ахтарск	-176	92	5,26	-11	13,86	34	21,26	-3	26,73
Темрюк	-19	103	2,73	12	9,00	-14	13,53	25	18,47
Опасное	32	93	1,73	-8	13,00	23	18,07	-4	27,93
Мысовое	98	-19	8,93	26	63,40	-6	24,20	7	32,30

Таблица 2. Экстремумы (см) стационарных и сейшеобразных колебаний (ζ_k ; $k = 1, 2, 3, 4$), возникающие после затухания ветра в течение 3 ч до нуля в открытой части Азовского моря и время их достижения (t_k , ч)

Станция	ζ_{st}	ζ_1	t_1	ζ_2	t_2	ζ_3	t_3	ζ_4	t_4
B_0	4	1	0,7	33	7,7	2	14,2	8	20,6
B_1	-46	59	5,6	-3	15,6	18	22,1	2	30,5
B_2	4	-36	8,9	42	7,4	-3	17,4	10	23,8
B_3	47	15	4,3	16	8,8	14	11,8	2	19,4
B_4	10	53	2,8	-2	13,7	15	18,5	2	28,6
B_5	-125	87	5,4	-10	16,3	30	21,5	-2	27,0
B_6	10	-52	1,8	44	7,4	-7	17,4	10	24,6
B_7	101	-14	5,7	7	28,7	42	35,2	4	39,2
B_8	11	86	2,4	-8	13,3	22	18,3	5	23,5

Далее, через 22 ч ($t = 18,7$ ч) отмечается повышение уровня до 0,07 м. Размах второго колебания (0,21 м) в 5,6 раза меньше первого. Экстремальное значение при следующем колебании (0,42 м) имеет место через 6 ч 30 мин ($t = 35,2$ ч) с размахом 0,35 м, мало отличающимся от предыдущего. Следующее экстремальное значение ($\zeta_4 = 0,04$ м) возникает через 4 ч с размахом (0,38 м), который в 3 раза меньше первого размаха колебаний. Особенности высот сейшеобразных колебаний в центральной части моря наиболее видны, когда они сопоставляются с высотами сейш, возникающих в пунктах побережья. Из анализа данных, представленных в табл. 1 и 2, следует, что сгоны и нагоны, а также амплитуды свободных колебаний в пунктах центральной части Азовского моря (см. табл. 2) меньше, чем на береговых станциях. При этом наибольшие величины сгонов и нагонов в прибрежной и центральной частях моря отличаются в два раза.

1. Доценко С. Ф., Иванов В. А. Природные катастрофы Азово-Черноморского региона. – Севастополь: Морской гидрофиз. ин-т НАН Украины, 2010. – 174 с.
2. Иванов В. А., Манилюк Ю. В., Черкесов Л. В. О сейшах Азовского моря // Метеорология и гидрология. – 1994. – № 6. – С. 105–110.
3. Матишов Г. Г., Инжебейкин Ю. И. Численные исследования сейшеобразных колебаний уровня Азовского моря // Океанология. – 2009. – 49, № 4. – С. 485–493.
4. Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости. – Москва: Наука, 1977. – 816 с.
5. Черкесов Л. В., Иванов В. А., Хартиев С. М. Введение в гидродинамику и теорию волн. – Ст-Петербург: Гидрометеиздат, 1992. – 264 с.
6. Blumberg A. F., Mellor G. L. A description of three dimensional coastal ocean circulation model in three-dimensional coast ocean models // Coast. Estuar. Sci. – 1987. – 4. – P. 1–16.
7. Фомин В. В. Численная модель циркуляции вод Азовского моря: Науч. тр. УкрНИГМИ. – 2002. – Вып. 249. – С. 246–255.
8. Courant R., Friedrichs K., Lewy H. On the partial difference equations of mathematical physics // IBM J. – 1967. – March. – P. 215–234.

Морской гидрофизический институт
НАН Украины, Севастополь

Поступило в редакцию 05.05.2014

Т. Я. Шульга

Математичне моделювання вільних хвильових рухів в Азовському морі

З використанням тривимірної нелінійної гідродинамічної моделі, що описує турбулентний рух в'язкої рідини, наведено аналіз фізичних закономірностей вільних коливань в акваторії Азовського моря. Вивчено залежності зміни амплітуд коливань рівня та виконано їх порівняння в прибережних районах і центральній області басейну. Досліджений вигляд вузлових ліній та їх трансформації з часом. Визначено швидкості течій, що виникають при цьому на різних глибинах моря.

T. Ya. Shul'ga

A mathematical modeling of free wave motions in the Sea of Azov

With the use of a three-dimensional nonlinear hydrodynamic model, which describes the turbulent motion a viscous liquid, the physical regularities of free vibrations is given in the aquatorium of the Sea of Azov. Changes of the amplitudes of fluctuations of the level are studied, and their comparison for off-shore districts and the central area is executed. The type of nodal lines and their transformation in time are researched. The speeds of arising flows at various depths are determined.