



УДК 531.43+539.3/.612+62-4

Б. А. Галанов, И. К. Валеева

Скольльзящий контакт шероховатых упругих тел с учетом их адгезии

(Представлено академиком НАН Украины В. В. Скороходом)

Рассматривается скольльзящий адгезионный контакт шероховатых упругих тел. Шероховатость моделируется нелинейным слоем Винклера — Фусса. Механические свойства слоя определяются статистическими теориями адгезионного контакта между номинально плоскими шероховатыми поверхностями. Для описания контакта отдельных неровностей могут быть использованы разные теории контакта, охватывающие весь спектр механических свойств контактирующих материалов. Шероховатый слой оказывает сопротивление сжимающим и растягивающим (в случае адгезии) контактным напряжениям. Контакт тел описывается нелинейными граничными интегральными уравнениями с немонотонными операторами, решения которых определяют: деформацию шероховатого слоя, номинальные контактные напряжения (нормальные и сдвиговые), номинальные области контакта, а также силу трения и нелинейную зависимость ее от нормальной силы сжатия или отрыва. Результаты позволяют оценить вклад адгезии в контактные характеристики при скольжении.

Предлагается новая модель скольльзящего контакта упругих шероховатых тел с искривленными номинальными поверхностями, в которой сила трения T определяется зависимостью

$$T = \mu(P + Z(P)), \quad P \geq -P_a, \quad (1)$$

где μ — коэффициент трения; P — сила, действующая на тела и нормальная к направлению скольжения; Z — равнодействующая сил молекулярного притяжения между телами, зависящая от силы P (Z рассматривается как перегрузка, обусловленная адгезией); $P_a = |\min P| \geq 0$ — величина силы адгезии между телами. Зависимость (1) определяется решением контактной задачи, соответствующей рассматриваемым телам номинальных размеров и значениям параметра Тейбора (или Maugis) для их шероховатости. Охватывается весь диапазон свойств материалов контактирующих тел (упругих характеристик и удельной работы адгезии w), а также значений параметров их стохастической шероховатости, в частности, значений параметра Тейбора.

Для номинально плоских шероховатых поверхностей зависимость (1) рассмотрена в [1–3]. Анализ и результаты ее экспериментального исследования для гладких тел представлены в работе [4], посвященной упругому адгезионному контакту и содержащей обзор публикаций с 1934 г.

В отличие от этих работ, ниже рассмотрен скользящий адгезионный контакт шероховатых упругих тел с искривленными номинальными поверхностями. Шероховатость моделируется упругим нелинейным слоем Винклера–Фусса, который воспринимает как растяжение (вследствие адгезии), так и сжатие [5–7]. Другими словами, поверхностная шероховатость рассматривается как поверхностный слой материала с механическими свойствами, отличными от объемных свойств. Его механические свойства определяются контактом номинально плоских поверхностей и в направлении нормали к ним описываются функцией

$$p = p(\Delta) = \begin{cases} p(d), & \Delta > 0, \\ 0, & \Delta \leq 0, \end{cases} \quad d = t_a - \Delta, \quad (2)$$

где t_a — такое расстояние d между шероховатыми плоскостями, что при $d \geq t_a$ взаимодействием между ними можно пренебречь; величина $\Delta > 0$ рассматривается как обжатие шероховатого слоя, которому соответствует номинальное давление p ; функция $p(d)$ определяется далее формулой (3). Принято, что $p > 0$ соответствует сжатию, а $p < 0$ — растяжению. Характерная черта предложенной новой модели заключается в том, что в ней могут быть использованы разнообразные модели типа Винклера–Фусса для шероховатого слоя (как детерминированные, так и стохастические), описывающие механические свойства шероховатых поверхностей и их адгезию. Представлены только стохастические модели, основанные на теориях контакта отдельных неровностей JKR (Johnson–Kandell–Roberts), DMT (Дерягина–Муллера–Топорова) и обобщающей их теории Maugis [3, 4]. Детерминированные модели рассмотрены в [7]. Контакт тел моделируется нелинейными граничными интегральными уравнениями, решения которых определяют изменение эффективной толщины шероховатого слоя при его деформации, распределения номинальных контактных напряжений (нормальных и сдвиговых), номинальные области контакта и зависимости приложенных сил P и T от сближения тел δ , а также зависимость (1). Номинальная форма тел предполагается достаточно произвольной. Особенностью граничных интегральных уравнений (ГИУ) являются немонотонные операторы, появление которых обусловлено адгезией. Предложен численный метод решения ГИУ, дана его реализация на примерах скользящего контакта тел и соответствующий анализ результатов с оценкой влияния адгезии.

Номинальное контактное давление (2) между плоскими поверхностями зависит от расстояния между ними d и для статистических теорий адгезии с нормальным распределением высот неровностей определяется функцией [3]

$$p(d) = \frac{\eta_s P_c}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{d-\delta_p}^{\infty} g\left(\frac{\delta}{\delta_c}\right) \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) dz, \quad \delta = z - d. \quad (3)$$

Здесь $P_c = 1,5\pi w R$, $\delta_c = (3\pi^2 w^2 R / (4K^2))^{1/3}$, $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$, σ_1 , σ_2 — стандартные отклонения высот неровностей шероховатых поверхностей, имеющих гауссовские распределения; $R = (1/R_1 + 1/R_2)^{-1}$ — радиус кривизны условных неровностей; R_1 и R_2 — радиусы кривизны неровностей границ упругих исходных полупространств; w — удельная работа

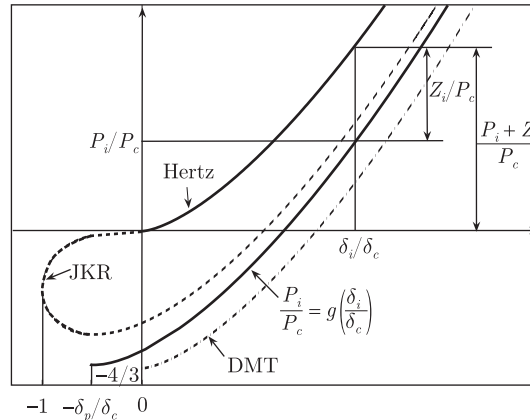


Рис. 1

адгезии; $\eta_s = N/A_0$ — количество высот неровностей, приходящееся на единицу площади; $K = 4E^*/3$, $E^* = ((1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2)^{-1}$ — приведенный модуль Юнга контактирующих тел, где E_1 , E_2 и ν_1 , ν_2 являются, соответственно, модулем Юнга и коэффициентом Пуассона материалов тел. Параметры P_c и δ_c [3, 8] можно рассматривать как характеристики масштабов сил и сближений для отдельных неровностей при малых величинах этих сил и сближений. Они имеют простой механический смысл в JKR теории: P_c и δ_c являются точными абсолютными величинами силы отрыва и минимальной величины перемещения соответственно. Метод их определения в эксперименте предложен в [8].

Функциональная зависимость $P_i/P_c = g(\delta_i/\delta_c)$ в (3) определяется выбранной теорией адгезии гладких упругих тел, в соответствии с которой взаимодействуют отдельные неровности (рис. 1). В случае DMT теории $g(\delta_i/\delta_c) = 3^{-1/2}(\delta_i/\delta_c)^{3/2} - 4/3$ [3], а в случае JKR теории контакта функция g является обратной для многозначной функции $\delta_i/\delta_c = G(P_i/P_c)$, которая задается формулами [3]:

$$\frac{\delta_i}{\delta_c} = (3\chi - 1) \left(\frac{1 + \chi}{9} \right)^{1/3}, \quad \chi = \sqrt{1 + \frac{P_i}{P_c}}, \quad \chi \geq 0 \quad \text{для} \quad \frac{\delta_i}{\delta_c} \geq -3^{-2/3},$$

$$\frac{\delta_i}{\delta_c} = -(3\chi + 1) \left(\frac{1 - \chi}{9} \right)^{1/3}, \quad 0 \leq \chi \leq \frac{2}{3} \quad \text{для} \quad -1 \leq \frac{\delta_i}{\delta_c} \leq -3^{-2/3}.$$

Maugis [3] предложил использовать безразмерный параметр $\lambda = \frac{2}{0,97\pi} \sqrt[3]{\frac{4}{3} \frac{\delta_c}{z_0}} \approx 0,73 \frac{\delta_c}{z_0}$ (эквивалентный параметру Тейбора [3]), где z_0 — равновесное расстояние между плоскими поверхностями, и по этому параметру осуществил непрерывный переход от DMT к JKR теории. Малым значениям λ ($\lambda < 0,1$) отвечает DMT теория, тогда как JKR теория отвечает большим значениям, $\sim \lambda > 5$. Для промежуточных величин λ Maugis определил зависимости $P_i/P_c = g(\delta_i/\delta_c)$ неявно [3]. Их графики даны на рис. 4.51 работы [3, с. 292]. Эти зависимости не являются однозначными для некоторых значений λ , как и в JKR теории. В этих случаях графиком функции $g(\delta_i/\delta_c)$ является нижняя часть кривой. На рис. 1 схематически представлен характерный график функциональной зависимости $P_i/P_c = g(\delta_i/\delta_c)$ для отдельной неровности, а также аналогичные графики для теорий DMT, JKR и Герца. Величина δ_p обозначает абсолютное значение перемещения сферической неровности при радиусе контакта $a = 0$ (т.е. при контакте в одной точке, см. рис. 4.49–4.51 работы [3]).

В случае DMT теории $\delta_p = 0$ [3]; для JKR теории контакта $\delta_p = \delta_c$ [3]. При $\delta < -\delta_p$ взаимодействия нет и поэтому $P_i/P_c = g(\delta_i/\delta_c) \equiv 0$.

В случае, когда адгезия отсутствует (контакт Герца), для отдельной неровности имеем

$$\frac{P_i}{P_c} = g\left(\frac{\delta_i}{\delta_c}\right) \equiv \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\delta_i}{\delta_c}\right)^{3/2}, & \delta_i \geq 0, \\ 0, & \delta_i < 0. \end{cases}$$

Величину Z_i (см. рис 1) можно рассматривать как дополнительную силу, обусловленную силами адгезии, которая действует на отдельную неровность и зависит от P_i . Величина $(P_i + Z_i(P_i))/P_c = (\delta_i/\delta_c)^{3/2}/\sqrt{3}$ ($= 0$ при $\delta_i < 0$) является положительной и не зависит от того, какая из теорий адгезионного контакта неровностей используется (см. рис. 1).

Замечание. Соотношения

$$\begin{cases} \frac{P_i + Z_i(P_i)}{P_c} = \frac{(\delta_i/\delta_c)^{3/2}}{\sqrt{3}}, & \delta_i \geq 0 \quad (\equiv 0, \delta_i < 0), \\ \frac{P_i}{P_c} = g\left(\frac{\delta_i}{\delta_c}\right), & -\infty < \delta_i < \infty \end{cases}$$

можно рассматривать как параметрическую форму зависимости величины $(P_i + Z_i(P_i))$ от силы P_i для отдельной неровности. Поскольку функция $g(\delta_i/\delta_c)$ не монотонная, то эта зависимость не однозначная, и зависимость $T_i = \mu(P_i + Z_i(P_i))$ является аналогом зависимости (1) для отдельной неровности.

Для неровностей, находящихся в контакте, высоты которых распределены по нормальному закону, произведя суммирование, получим

$$P + Z = N \int_{d-\delta_p}^{\infty} (P_i + Z_i(P_i)) \varphi_s(z) dz = \frac{NP_c}{\sqrt{6\pi}} \int_0^{\infty} \left(\frac{\delta^*}{\delta_c}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{1}{2}(\delta^* + d^*)\right) d\delta^*. \quad (4)$$

Формулы (4) получены по аналогии с формулами (4.334) работы [3, с. 336], $\delta_c^* = \delta_c/\sigma$, $d^* = d/\sigma$. Нижняя граница в последнем интеграле равняется нулю, поскольку функции $P_i + Z_i(P_i) \equiv 0$ при $\delta_i < 0$. Если в (4) перейти к давлению $(p + z = (P + Z)/S$, где S — номинальная площадь контакта плоских поверхностей), получим формулы для определения интенсивности номинальных контактных сдвиговых усилий

$$\begin{aligned} \tau &= \mu(p + z) \equiv \mu\tilde{p}(\Delta), \\ \tilde{p}(\Delta) &= \begin{cases} \frac{\eta_s P_c}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sigma}{\delta_c}\right)^{3/2} F_{3/2}(d^*), & \Delta > 0, \\ 0, & \Delta \leq 0, \end{cases} \quad d^* = \frac{t_a - \Delta}{\sigma}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $F_n(d^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} t^n \exp\left[-\frac{1}{2}(t + d^*)^2\right] dt$; Δ — обжатие слоя Винклера–Фусса. Формула (5) является формулой типа (1) для номинально плоских шероховатых поверхностей.

Таким образом, при скользящем адгезионном контакте зависимость (5) справедлива для всех типов контакта отдельных неровностей — от DMT до JKR теории, различие лишь



Известно [3, 9], что контакт двух шероховатых упругих тел может быть заменен, без ограничения общности, контактом абсолютно жесткого тела и шероховатого упругого полупространства с приведенным упругим модулем E^* . Схема индентирования и скольжения гладкого жесткого тела по шероховатому упругому полупространству $x_3 \geq 0$ показана на рис. 2, где P — сила, действующая на тело в направлении оси x_3 ; T — сила, вызывающая скольжение вдоль оси x_1 ; δ — сближение контактирующих тел (глубина индентирования); f — зазор между телом и условной границей адгезионного взаимодействия перед деформацией; W и W_T — нормальные (в направлении оси x_3) упругие перемещения границы полупространства $x_3 = 0$, вызванные силами P и T соответственно; S — номинальная область контакта; t_g — эффективная геометрическая полутолщина шероховатого слоя; $t_a \geq t_g$. При $d \geq t_a$ взаимодействием контактирующих (условных) тел можно пренебречь, величина t_a зависит от отношения δ_c/σ [3].

$$\begin{aligned} u(\mathbf{x}) + \theta \int_{\Omega} K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) p(u(\mathbf{y})) d\mathbf{y} + \mu \beta \theta \int_{\Omega} L(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \tilde{p}(u(\mathbf{y})) d\mathbf{y} &= \delta - f(\mathbf{x}), \\ \int_{\Omega} p(u(\mathbf{x})) d\mathbf{x} &= P, \quad \mu \int_{\Omega} \tilde{p}(u(\mathbf{x})) d\mathbf{x} = T, \\ \mathbf{x} &= (x_1, x_2), \quad \mathbf{y} = (y_1, y_2) \in \Omega, \quad S \subseteq \Omega, \\ K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= [(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2]^{-1/2}; \quad L(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = K^2(\mathbf{x}, \mathbf{y})(x_1 - y_1) \end{aligned} \quad (6)$$

Если функция $u(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in \Omega$ — решение уравнения (6), то функция $\Delta(\mathbf{x}) = u^+(\mathbf{x}) = \sup\{u(\mathbf{x}), 0\}$ определяет обжатие шероховатого слоя, функция $(-u^-(\mathbf{x}) = -\inf\{u(\mathbf{x}), 0\})$

определяет номинальный зазор между контактирующими телами после деформации (внутри области контакта S этот зазор равен 0), $S = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2): u(\mathbf{x}) \geq 0\}$ — номинальная контактная область, которая может быть многосвязной. Функции $p(u(\mathbf{x}))$, $\tilde{p}(u(\mathbf{x}))$, $\mathbf{x} \in S$ определяют номинальное контактное давление и распределение в области контакта номинальных сдвиговых усилий, действующих на полупространство. Эти функции определяются формулами (2) и (5) с $\Delta(\mathbf{x}) = u^+(\mathbf{x})$.

При адгезионном контакте упругих тел зависимость P от δ не является монотонной [3, 4], и поэтому система (6) может не иметь единственного решения при заданной силе P . В связи с этим в дальнейшем величина δ рассматривается как параметр (значения которого задаются) и исследуется только одно уравнение типа Гаммерштейна [5]:

$$u(\mathbf{x}) + \theta \int_{\Omega} K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) p(u(\mathbf{y})) d\mathbf{y} + \mu\beta\theta \int_{\Omega} L(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \tilde{p}(u(\mathbf{y})) d\mathbf{y} = g(\mathbf{x}), \quad (7)$$

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2), \quad \mathbf{y} = (y_1, y_2) \in \Omega,$$

где $u(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in \Omega$ — единственная неизвестная функция, зависящая от δ и $g(\mathbf{x}) = \delta - f(\mathbf{x})$. Задача (7) является задачей нормального контакта при $\mu = 0$ или $\beta = 0$ [6, 7]. Для $\mu \neq 0$ и $\beta = 0$ распределение нормального контактного давления $p(u(\mathbf{x}))$ не зависит от силы трения.

В осесимметричном случае, когда $f(\mathbf{x}) = A|\mathbf{x}|^k$, $k \geq 1$, вводя безразмерные величины $\mathbf{x}_0 = (x_{01}, x_{02})$, $\mathbf{y}_0 = (y_{01}, y_{02})$, U , δ_0 , p_0 , $\tilde{p}_0$, Ω_0 ,

$$\mathbf{x}_0 = \left(\frac{A}{\delta}\right)^{1/k} \mathbf{x}, \quad \mathbf{y}_0 = \left(\frac{A}{\delta}\right)^{1/k} \mathbf{y}, \quad U(\mathbf{x}_0) = u\left(\mathbf{x}_0 \left(\frac{\delta}{A}\right)^{1/k}\right) \delta^{-1}, \quad \delta_0 = \frac{\delta}{\delta_c},$$

$$p_0(\delta_0 U(\mathbf{x}_0)) = \theta \delta_c^{(1-k)/k} A^{-1/k} p(\delta_0 U(\mathbf{x}_0)), \quad \tilde{p}_0(\delta_0 U(\mathbf{x}_0)) = \theta \delta_c^{(1-k)/k} A^{-1/k} \tilde{p}(\delta_0 U(\mathbf{x}_0)),$$

уравнение (7) приводим к следующему безразмерному уравнению:

$$U(\mathbf{x}_0) + \delta_0^{(1-k)/k} \int_{\Omega_0} K(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) p_0(\delta_0 U(\mathbf{y}_0)) d\mathbf{y}_0 +$$

$$+ \mu\beta\delta_0^{(1-k)/k} \int_{\Omega_0} L(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) \tilde{p}_0(\delta_0 U(\mathbf{y}_0)) d\mathbf{y}_0 = 1 - |\mathbf{x}_0|^k, \quad \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0 \in \Omega_0, \quad (8)$$

где $\Omega_0 = (|x_{01}| \leq 1 + \varepsilon; |x_{02}| \leq 1 + \varepsilon)$, $S_0 = \{\mathbf{x}_0: U(\mathbf{x}_0) > 0\}$ — безразмерная номинальная область контакта и число $\varepsilon > 0$ выбирается так, чтобы выполнялось включение $S_0 \subseteq \Omega_0$. Здесь и далее нижним индексом 0 обозначены безразмерные величины. Решение $U(\mathbf{x}_0)$ уравнения (8) зависит от параметра $\delta_0 \geq 0$, величина которого при расчетах задается. Функция $U^+(\mathbf{x}_0) = \sup\{U(\mathbf{x}_0), 0\}$ определяет обжатие шероховатого слоя $\Delta(\mathbf{x}_0) = \delta U^+(\mathbf{x}_0)$, а функция $(-U^-(\mathbf{x}_0)) = -\inf\{U(\mathbf{x}_0), 0\}$ — номинальный зазор между контактирующими телами после деформации (внутри области контакта S этот зазор равен 0).

При дискретизации (8) ($\varepsilon = 0,1$) применялся метод коллокации и соответствующее дискретное уравнение решалось модифицированным методом Ньютона аналогично [6, 7].

Результаты расчетов для нормального контакта и штампов разной формы (конической ($k = 1$), параболической ($k = 2$), штампа с уплощенной вершиной ($k = 5$)) приведены в [6, 7]. На рис. 3 представлены результаты расчета в случае, когда контакт отдельных

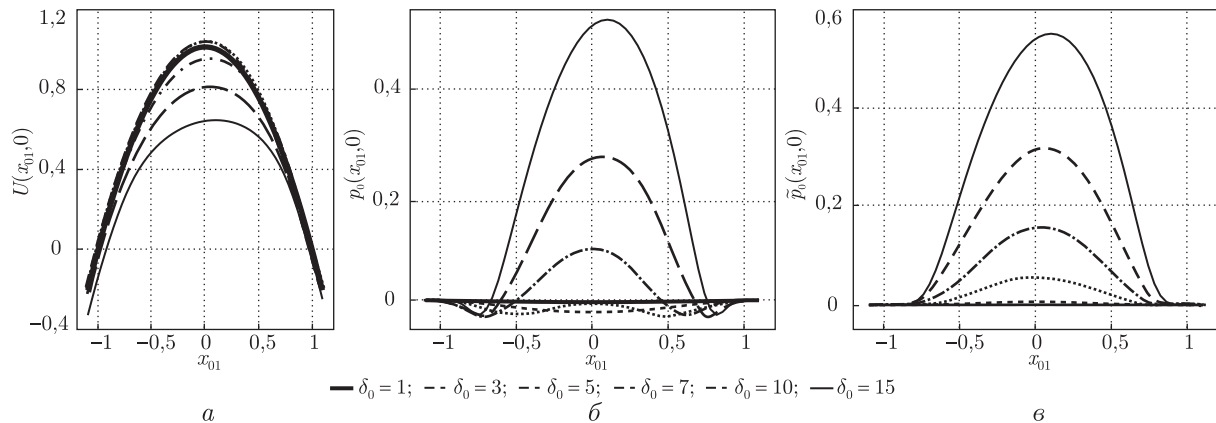


Рис. 3

неровностей описывается теорией Maugis [3] с параметром $\lambda = 0,5$ для следующих величин безразмерных параметров: $k = 2$, $\delta_0 = 1, 3, 5, 7, 10, 15$; $\mu\beta = 0,4$; $\delta_c/\sigma = 0,6$; $t_a/\sigma = 3$; $\theta\eta_s P_c \delta_c^{(1-k)/k} A^{-1/k} = 8,93 \cdot 10^{-2}$. При $\mathbf{x}_0 = (x_{01}, 0)$ показаны безразмерные функции $U(\mathbf{x}_0)$ (см. рис. 3, а), номинальное контактное давление $p_0(\mathbf{x}_0) \equiv p_0(\delta_0 U(\mathbf{x}_0))$ (см. рис. 3, б) и функции $\tilde{p}_0(\mathbf{x}_0) \equiv \tilde{p}_0(\delta_0 U(\mathbf{x}_0))$ (см. рис. 3, в), определяющие касательные усилия $\tau(\mathbf{x})$.

На рис. 3 можно наблюдать эволюцию функций в зависимости от сближения контактирующих тел δ_0 . При малых значениях δ_0 контактное давление (см. рис. 3, б) отрицательно во всей области контакта, что соответствует растягивающим напряжениям, которые являются следствием адгезии. При росте δ_0 растяжение возникает лишь вблизи границы области контакта. От величины $\mu\beta$ зависит сдвиг экстремумов функций $U(\mathbf{x}_0)$, $p_0(\mathbf{x}_0)$ и $\tilde{p}_0(\mathbf{x}_0)$. Значения $\mu\beta > 0$ соответствуют сдвигу в направлении оси x_{01} , а $\mu\beta < 0$ — в противоположном направлении. Большей величине $|\mu\beta|$ соответствует больший сдвиг.

Нормальная сила, действующая на тела, и сила трения определяются формулами

$$P = \pi E^* \delta_c^{(1+k)/k} A^{-1/k} P_0, \quad P_0 = \delta_0^{2/k} \int_{\Omega_0} p_0(\delta_0 U(\mathbf{x}_0)) d\mathbf{x}_0, \quad P_a = |\min P|,$$

$$T = \pi \mu E^* \delta_c^{(1+k)/k} A^{-1/k} T_0, \quad T_0 = \delta_0^{2/k} \int_{\Omega_0} \tilde{p}_0(\delta_0 U(\mathbf{x}_0)) d\mathbf{x}_0.$$

Задавая различные значения параметра δ_0 и решая соответствующие ему уравнения (8), численно строим зависимости $P_0(\delta_0)$, $T_0(\delta_0)$ и $T_0(P_0)$ (рис. 4 а, б, в). Эти зависимости даны в случае, когда контакт отдельных неровностей описывается JKR теорией контакта для параметров шероховатости $\delta_c/\sigma = 0,2; 0,4; 0,6; 1$ и соответствующих величин t_a . Расчеты, произведенные при $\mu\beta = 0; 0,05; \pm 0,4$, позволяют отметить, что в исследуемом диапазоне изменения δ_0 величина параметра $\mu\beta$ практически не влияет на эти зависимости при прочих равных параметрах контакта. Зависимости $P_0(\delta_0)$ при наличии адгезионного взаимодействия между контактирующими телами являются немонотонными и безразмерные функции $T_0 = T_0(P_0)$, соответствующие зависимости (1), неоднозначны для отрицательных значений P_0 (см. рис. 4, в, $T_{a0} = T_0 - P_0^+$ — адгезионная составляющая силы трения, $P^+ = \sup\{P, 0\}$). При малых сближениях сила P , дей-

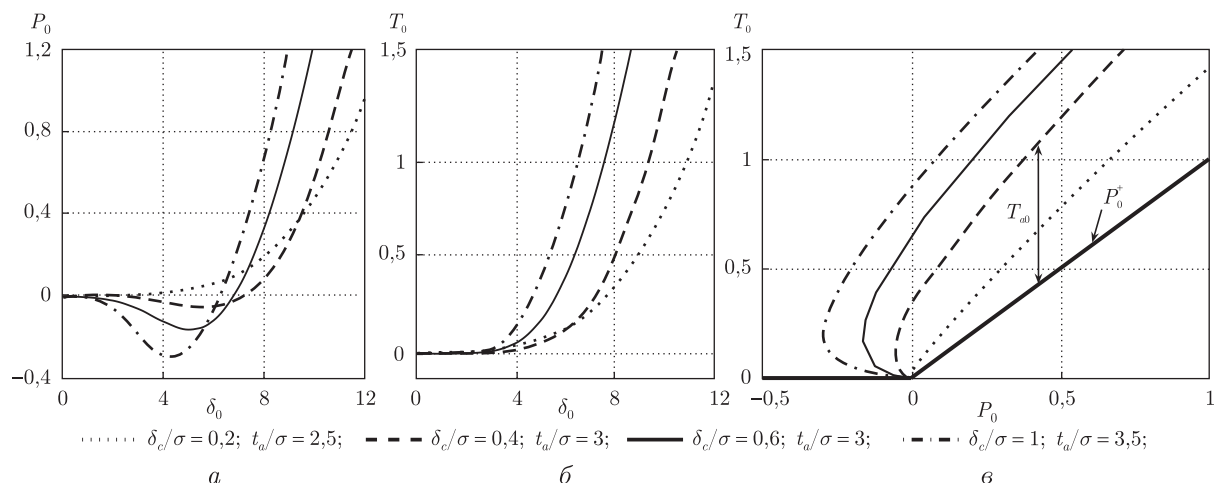


Рис. 4

ствующая на контактирующие тела, отрицательна, что характерно для адгезионного контакта.

Исследование скользящего контакта шероховатых упругих тел с учетом адгезии показало, что микрогеометрические параметры шероховатости существенно влияют на адгезию и контактные характеристики. Предложенная модель скользящего контакта, основанная на статистических теориях адгезионного контакта номинально плоских шероховатых упругих тел [3], предсказывает нормальные и сдвиговые межповерхностные номинальные напряжения и определяет зависимость силы трения от нормальной силы, приложенной к контактирующим телам, для всего спектра механических свойств контактирующих материалов. Полученные результаты могут быть применены для оценки адгезионных и упругих свойств тел методами наноиндентирования и атомной силовой микроскопии [8, 10], а также для разработки рекомендаций по формированию шероховатости (поверхностной микрогеометрии) заданной структуры, позволяющей контролировать адгезию технологиями поверхностной обработки.

Авторы выражают благодарность за поддержку Украинскому фонду фундаментальных исследований (проект F40.1/031).

1. Дерягин Б. В. Что такое трение? – Москва: Изд-во АН СССР, 1963. – 232 с.
2. Дерягин Б. В. Молекулярная теория трения и скольжение // Журн. физ. химии. – 1934. – **5**. – С. 1165–1172.
3. Maugis D. Contact, adhesion and rupture of elastic solids. – Berlin: Springer, 2000. – 414 p.
4. Barthel E. Adhesive elastic contacts – JKR and more // J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. – **41**. – P. 1–40.
5. Галанов Б. А., Валеева И. К., Иванов С. М. Двучленный закон трения Б. В. Дерягина в скользящем контакте шероховатых упругих тел // Доп. НАН України. – 2010. – № 8. – С. 106–112.
6. Galanov B. A. Models of adhesive contact between rough elastic bodies // Int. J. Mech. Sci. – 2011. – **53**. – P. 968–977.
7. Галанов Б. А., Валеева И. К., Иванов С. М. и др. Модели адгезионного контакта упругих тел с регулярной шероховатостью. Развитие идей Л. А. Галина в механике. Сб. трудов, посвященных 100-летию Л. А. Галина. – Москва; Ижевск, 2013. – С. 244–279.
8. Borodich F. M., Galanov B. A. Non-direct estimations of adhesive and elastic properties of materials by depth-sensing indentation // Proc. R. Soc. A. – 2008. – **464**. – P. 2759–2776.
9. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – Москва: Наука, 1989. – 510 с.

10. Borodich F. M., Galanov B. A., Gorb S. N. et al. Evaluation of adhesive and elastic properties of polymers by the BG method // Macromol. React. Eng. – 2013. – 7. – P. 555–563.

Институт проблем материаловедения
им. И. Н. Францевича НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 05.02.2014

Б. О. Галанов, І. К. Валєєва

Ковзний контакт шершавих пружних тіл з урахуванням адгезії

Розглядається ковзний адгезійний контакт шершавих пружних тіл. Шершавість моделюється нелінійним шаром Вінклера–Фуса. Механічні властивості шару визначаються статистичними теоріями адгезійного контакту між номінально плоскими шершавими поверхнями. Для опису контакту окремих нерівностей можуть використовуватися різні теорії контакту, які охоплюють весь спектр механічних властивостей матеріалів, що контактують. Шершавий шар здійснює опір стискаючим і розтягуючим (у випадку адгезії) контактним напруженням. Контакт тіл описується нелінійними граничними інтегральними рівняннями з немонотонними операторами, розв'язки яких визначають деформацію шершавого шару, номінальні контактні напруження (нормальні і зсувні), номінальні області контакту, а також силу тертя і нелінійну залежність її від нормальної сили стиску або відриву. Результати дозволяють оцінити внесок адгезії в контактні характеристики при ковзанні.

B. A. Galanov, I. K. Valeeva

Sliding contact of rough elastic bodies with regard for adhesion

A sliding adhesive contact between rough elastic bodies is investigated. Roughness is simulated by a Winkler–Fuss nonlinear elastic layer. Mechanical properties of the layer are determined by statistical theories of adhesive contact between nominally flat rough surfaces. The contact of asperities can be described by different theories that include all mechanical properties of contacting materials. The rough layer can resist to compressive and tensile (in the case of adhesion) contact stresses. The sliding contact of solids is described by the nonlinear boundary integral equations with non-monotonic operators, solutions of which determine a deformation of the rough layer, nominal contact stresses (normal and shear), nominal contact region, friction force, and its nonlinear dependence on the normal force. The results allow us to evaluate the adhesion contribution to sliding contact characteristics.