



УДК 551.466.6:532.529.2

Я. В. Загуменний

Динамика и структура стратифицированного течения около горизонтальной пластины

(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины В. И. Никишовым)

Расчет двумерной задачи обтекания непроницаемого препятствия потоком непрерывно стратифицированной несжимаемой жидкости выполнен методом конечных объемов на основе программ собственной разработки, дополняющих открытый вычислительный пакет OpenFOAM, с использованием высокопроизводительных кластерных систем. Изучена структура и динамика стратифицированного течения около обтекаемой горизонтальной пластины в широком диапазоне чисел Фруда и Рейнольдса. Эффекты стратификации оказывают существенное влияние на динамические характеристики течения и даже могут приводить к смене знака интегральной подъемной силы, действующей на обтекаемую поверхность. В пределе больших значений числа Фруда, когда осуществляется равномерный переход к приближению однородной жидкости, все характеристики течения сходятся к решению, при котором различные масштабы изменчивости тонкоструктурных компонент теряют свои индивидуальные признаки и становятся неразличимыми.

Интерес к описанию картины течения вязкой жидкости около полосы или полуплоскости сохраняется длительное время в силу фундаментальности и практической важности задачи. Одно из первых решений для продольного обтекания полуплоскости получено Блазиусом в приближении пограничного слоя [1], в котором затруднен расчет течений в окрестности кромок, где нарушаются условия его применимости. Наблюдаемые в эксперименте отрыв течения и продольные полосчатые структуры [2] указывают на то, что картина обтекания пластины при умеренных и больших числах Рейнольдса более сложная, чем принимается при традиционной постановке задачи.

Наличие в жидкости неоднородно распределенных растворенных веществ, взвеси или газов в природных условиях обуславливает существование ряда компонент течений, отсутствующих в однородной жидкости [3]. К их числу относятся внутренние волны, являющиеся важным элементом динамики морской среды и атмосферы [4]. Они переносят на большие расстояния энергию и импульс, образуют при обрушении пятна турбулентности [5], интенсифицирующие перенос вещества и влияющие на безопасность полетов в атмосфере. Большое число теоретических и экспериментальных работ посвящено изучению присоеди-

ненных (подветренных) внутренних волн, которые возникают при стационарном обтекании препятствий [4].

Анализ волновых полей обычно проводится в линейном приближении, а реальное тело заменяется набором гидродинамических источников и стоков в приближениях вязкой или идеальной экспоненциально стратифицированной жидкости [6]. Решение линеаризованных уравнений механики неоднородных жидкостей, точно удовлетворяющее граничным условиям, описывает, наряду с внутренними волнами, мелкомасштабные возмущения на передней и задней кромках пластины и монотонно растущий с удалением от передней кромки пограничный слой [7].

В общем случае уравнения движений жидкости описывают два различных типа сингулярных по вязкости элементов течения, которые, вследствие нелинейности уравнений, взаимодействуют друг с другом, порождая новые волны и вихревые системы [8]. Введение ограничивающих предположений, необходимых для построения аналитических решений (приближения пограничного слоя [1] либо введения подстилающей плоскости [7]), затрудняет выполнение количественных сравнений с данными эксперимента [9].

Научный и практический интерес представляют решения определяющих уравнений в полной постановке с учетом эффектов нелинейности и диффузии. Применение современных численных подходов позволяет провести расчет картины течения, полных сил и моментов, действующих на препятствие, в широком диапазоне значений параметров задачи, включая слабые стратификации и практически важный случай однородной среды. В данной работе впервые выполнен расчет и динамики, и тонкой структуры течения вокруг пластины, установленной под нулевым углом атаки, равномерно движущейся в горизонтальной плоскости в свободном пространстве.

Математическое моделирование проводится на основе фундаментальной системы дифференциальных уравнений механики неоднородных многокомпонентных жидкостей [8]. Уравнения механики несжимаемой линейно стратифицированной жидкости, невозмущенное распределение плотности $\rho_0(z)$ которой задается профилем солёности $S_0(z)$, где ось Oz направлена вертикально вверх, $\Lambda = (d \ln \rho_0 / dz)^{-1}$ — масштаб, $N = 2\pi / T_b = \sqrt{g / \Lambda}$ — частота и T_b — период плавучести, g — ускорение свободного падения, включают уравнения состояния $\rho(S(z))$, неразрывности, Навье–Стокса в приближении Буссинеска, диффузии стратифицирующей компоненты и визуализирующей примеси:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_{00} \left(\exp \left(-\frac{z}{\Lambda} \right) + s + c \right), & \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{1}{\rho_{00}} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} - (s + c) \mathbf{g}, \\ \frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla s &= \kappa_S \Delta s + \frac{v_z}{\Lambda}, & \frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla c &= \kappa_c \Delta c. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь s — возмущение солёности (стратифицирующего компонента), включающее коэффициент солевого сжатия; c — концентрация визуализирующей примеси; $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ — индуцированная скорость; P — давление за вычетом гидростатического; ν , κ_S и κ_C — коэффициенты кинематической вязкости, диффузии соли и примеси соответственно; t — время; ∇ и Δ — операторы Гамильтона и Лапласа.

В качестве начального состояния стратифицированной среды рассматривается установившееся течение, индуцированное прерыванием диффузионного переноса неподвижным

препятствием. Такие течения характеризуются сложной ячеистой структурой и наличием высокоградиентных областей, визуализируемых в виде протяженных горизонтальных прослоек, примыкающих к острым краям препятствия. Детальное исследование тонкой структуры и динамики таких течений выполнено экспериментально в работе [9] и численно — в [10]. Для математического описания такого типа течений используются система уравнений (1) с тривиальными начальными условиями и заданными на границе препятствия условиями прилипания для скорости и непротекания для стратифицирующего компонента, а также условиями затухания всех возмущений на бесконечности [8].

Для задачи обтекания горизонтальной пластины потоком непрерывно стратифицированной жидкости физически обоснованные начальные и граничные условия запишутся в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{v}|_{t \leq 0} = \mathbf{v}_{\text{dif}}(x, z), \quad s|_{t \leq 0} = s_{\text{dif}}(x, z), \quad P|_{t \leq 0} = P_{\text{dif}}(x, z), \quad v_x|_{\Sigma} = v_z|_{\Sigma} = 0, \\ \left[\frac{\partial s}{\partial \mathbf{n}} \right] \Big|_{\Sigma} = \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial z}{\partial \mathbf{n}}, \quad [c]|_{\Sigma_0} = c_0, \quad v_x|_{x, z \rightarrow \infty} = U, \quad v_z|_{x, z \rightarrow \infty} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где U — скорость набегающего стратифицированного потока; $\mathbf{n}$ — внешняя нормаль к поверхности препятствия Σ ; индекс dif при физических переменных указывает на установившееся решение задачи о прерывании диффузионного потока соли неподвижной горизонтальной пластиной [10].

Система (1) с начальными и граничными условиями (1) характеризуется большим числом собственных масштабов: плавучести Λ , характерного размера препятствия L , длины внутренней присоединенной волны $\lambda_b = UT_b$, скоростного $\delta_\nu = \nu/U$ и диффузионного $\delta_{\kappa_S} = \kappa_S/U$ микромасштабов, отношения которых задают традиционные безразмерные комплексы — шкалу плавучести $C = \Lambda/L$, числа Рейнольдса $\text{Re} = L/\delta_\nu = LU/\nu$, Пекле $\text{Pe} = L/\delta_{\kappa_S} = LU/\kappa_S$, Шмидта $Sc = \delta_\nu/\delta_{\kappa_S} = \nu/\kappa_S$ и Фруда $Fr = \lambda_b/L(2\pi)^{-1} = U/NL$.

Существенные различия в значениях масштабов длины указывают на сложность внутренней структуры стратифицированного течения, которая включает в себя обширное семейство регулярно возмущенных компонент, характеризующих волны или вихри, и сингулярно возмущенных, описывающих сопутствующие тонкоструктурные компоненты течений [8]. Анализ свойств полных решений линеаризованных фундаментальных уравнений и результаты прецизионного лабораторного моделирования показывают, что все компоненты полного решения, и регулярно, и сингулярно возмущенные, проявляются в широком диапазоне параметров. Волны и вихри в неоднородных средах существуют одновременно и активно взаимодействуют между собой наряду с формирующейся тонкой структурой течений, которая влияет на перенос вещества, процессы разделения компонент и даже повышения локальной концентрации примесей. Пренебрежение малыми силами изменениями плотности и наложения условия постоянства плотности (приближение однородной несжимаемой жидкости) приводит к вырождению системы определяющих уравнений вследствие отождествления (неразличимости либо слияния) некоторых тонкоструктурных компонент течений различной природы, обладающих различными свойствами [8].

Система уравнений (1) с начальными и граничными условиями (1) решалась численно с применением метода конечных объемов, реализованного на базе открытого пакета OpenFOAM в решателе собственной разработки, предназначенном для расчета течений непрерывно стратифицированных жидкостей. Условия адекватного разрешения мелкомасштабных элементов течения, связанных с эффектами стратификации и диффузии, накла-

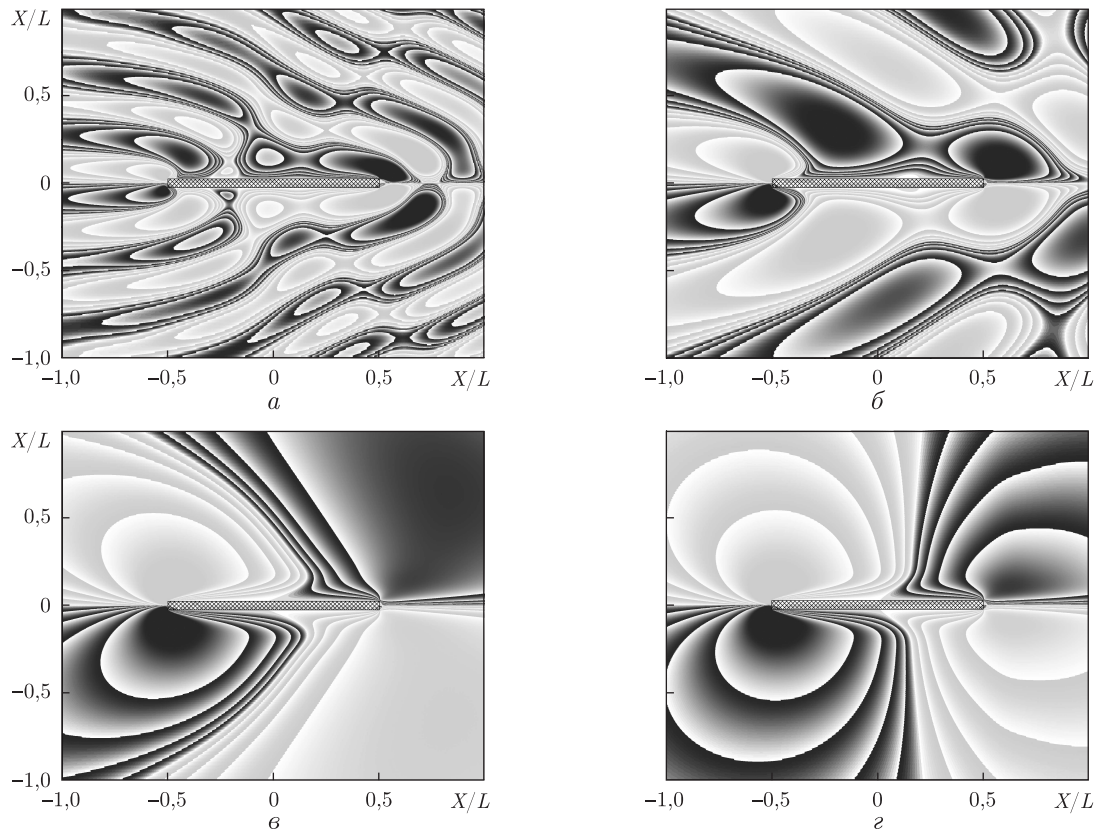


Рис. 1. Поля вертикальной компоненты скорости жидкости около горизонтальной пластины ($L = 10$ см, $h = 0,5$ см), обтекаемой потоком стратифицированной жидкости для различных значений числа Фруда при $Re = 500$: а-г — $Fr = 0,05$; $0,125$; $0,5$; 5000

дывают существенные ограничения на минимальный шаг по пространству: в высокоградиентных областях течения на минимальном линейном масштабе должно уместиться не менее пяти расчетных ячеек. Такое условие приводит к существенному увеличению общего количества расчетных ячеек, что делает нерациональным проведение расчетов на персональных компьютерах. Поэтому вычисления поставленных задач проводились в параллельном режиме с применением методов декомпозиции расчетной области на базе суперкомпьютерного комплекса НИВЦ МГУ и технологической платформы UniHUB с прямым доступом на вычислительный сегмент кластера МСЦ РАН [11].

Набор картин, иллюстрирующих поля стратифицированного течения около горизонтальной пластины для различных значений безразмерного числа Фруда, представлен на рис. 1. Изначально симметричная структура течения, индуцированного диффузией на непроницаемой пластине [10], кардинально меняется с началом движения (обтекания) препятствия: в толще стратифицированной жидкости начинают формироваться присоединенные внутренние волны, опережающие возмущения и спутный след [3]. Источником внутренних волн служат краевые сингулярности, генерирующие интенсивное вертикальное вытеснение жидкости, что приводит к отклонению от изначального положения нейтральной плавучести и, как следствие, формированию периодических затухающих колебаний жидкости.

Увеличение числа Фруда приводит к пропорциональному росту длины присоединенной внутренней волны, при этом фазовые поверхности, разделяющие волновые возмущения

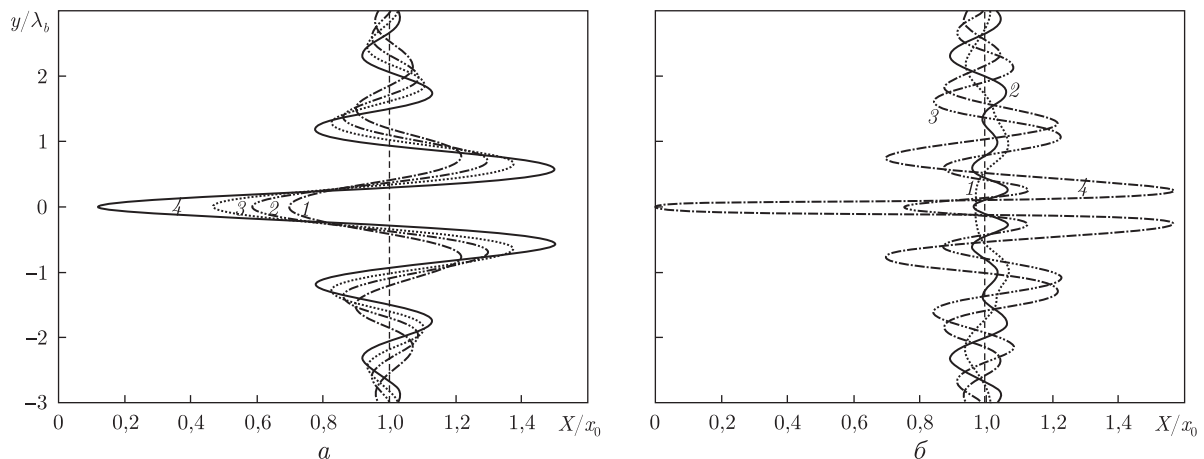


Рис. 2. Деформации плотностных маркеров в различных сечениях впереди (а) и в следе (б) за обтекаемой пластиной ($L = 10$ см, $h = 0,5$ см): $Re = 500$, $Fr = 0,05$, $|x_0/L| = 1,5; 1,0; 0,75; 0,53$ (кривые 1–4)

противоположных знаков, изгибаются в направлении против внешнего потока (см. рис. 1). В случае малости соотношения длины внутренней присоединенной волны и горизонтального масштаба препятствия ($\lambda_b/L \sim Fr \ll 1$) наблюдаются разрывы фазовых поверхностей, которые формируются вблизи пластины и уходят в дальнее поле течения вдоль наклонной линии, составляющей угол к горизонту приблизительно 56° (см. рис. 1, а, б). В пределе больших значений числа Фруда, что соответствует равномерному переходу к приближению однородной жидкости, вблизи пластины проявлена только одна фазовая поверхность, которая изгибается в сторону спутного следа, разделяя области более и менее интенсивных краевых сингулярностей, формирующихся, соответственно, на передней и задней кромках пластины (см. рис. 1, в). С ростом числа Рейнольдса в следе за пластиной формируется спутный вихревой след, отделенный от поля внутренних присоединенных волн сложной системой тонкоструктурных квазистационарных высокоградиентных прослоек.

Кривые, описывающие деформации плотностных меток, изначально расположенных вертикально в различных сечениях вдоль потока перед обтекаемой пластиной и позади нее, за период времени $t_0 = 1$ с, приведены на рис. 2. Волновой характер распределений вертикальных маркеров отражает структуру полей опережающих возмущений, фазовые поверхности которых размещаются практически параллельно горизонту, и внутренних присоединенных волн, ориентированных под углом к горизонту. Максимумы амплитуд деформаций плотностных меток локализуются в плоскости обтекаемой пластины и принимают тем меньшие значения, чем больше расстояние между начальным положением маркера и ближайшей кромки пластины.

Распределения коэффициента сопротивления трения и безразмерного давления вдоль верхней стороны обтекаемой пластины для различных значений числа Фруда приведены на рис. 3. В предельном случае слабой стратификации жидкости ($Fr \rightarrow \infty$) величины сопротивления трения и давления незначительно изменяются вдоль обтекаемой поверхности за исключением области вблизи острой передней кромки пластины, где фиксируются достаточно высокие градиенты величин, а давление принимает отрицательные значения. С уменьшением числа Фруда величина коэффициента сопротивления трения непосредственно на передней кромке пластины падает, но при этом начинает немонотонно расти вниз по потоку вдоль обтекаемой поверхности вплоть до задней кромки пластины (см. рис. 3, а). Увели-

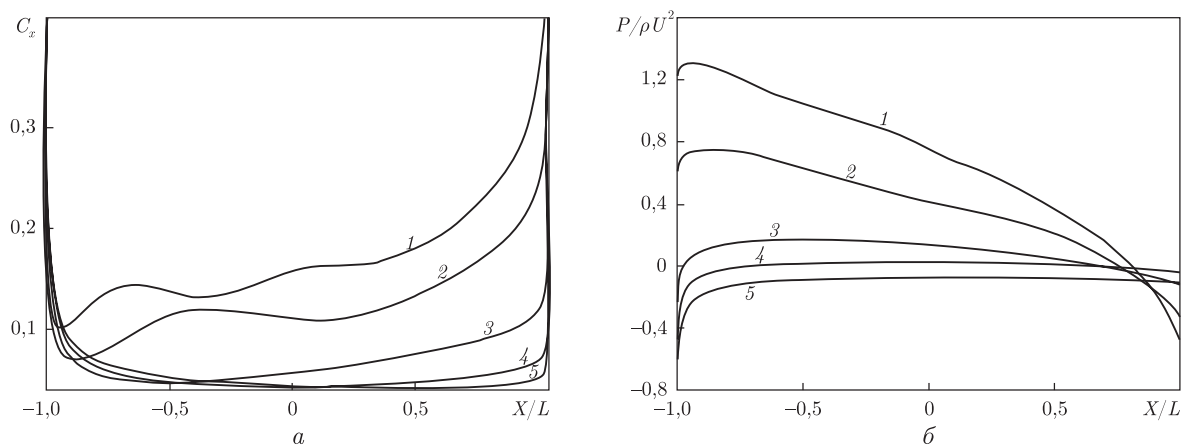


Рис. 3. Распределения коэффициента сопротивления трения (а) и давления (б) вдоль верхней стороны пластины ($L = 10$ см, $h = 0,5$ см) для различных значений числа Фруда: $Re = 500$, $Fr = 0,05; 0,125; 0,5; 5000$ (кривые 1–5)

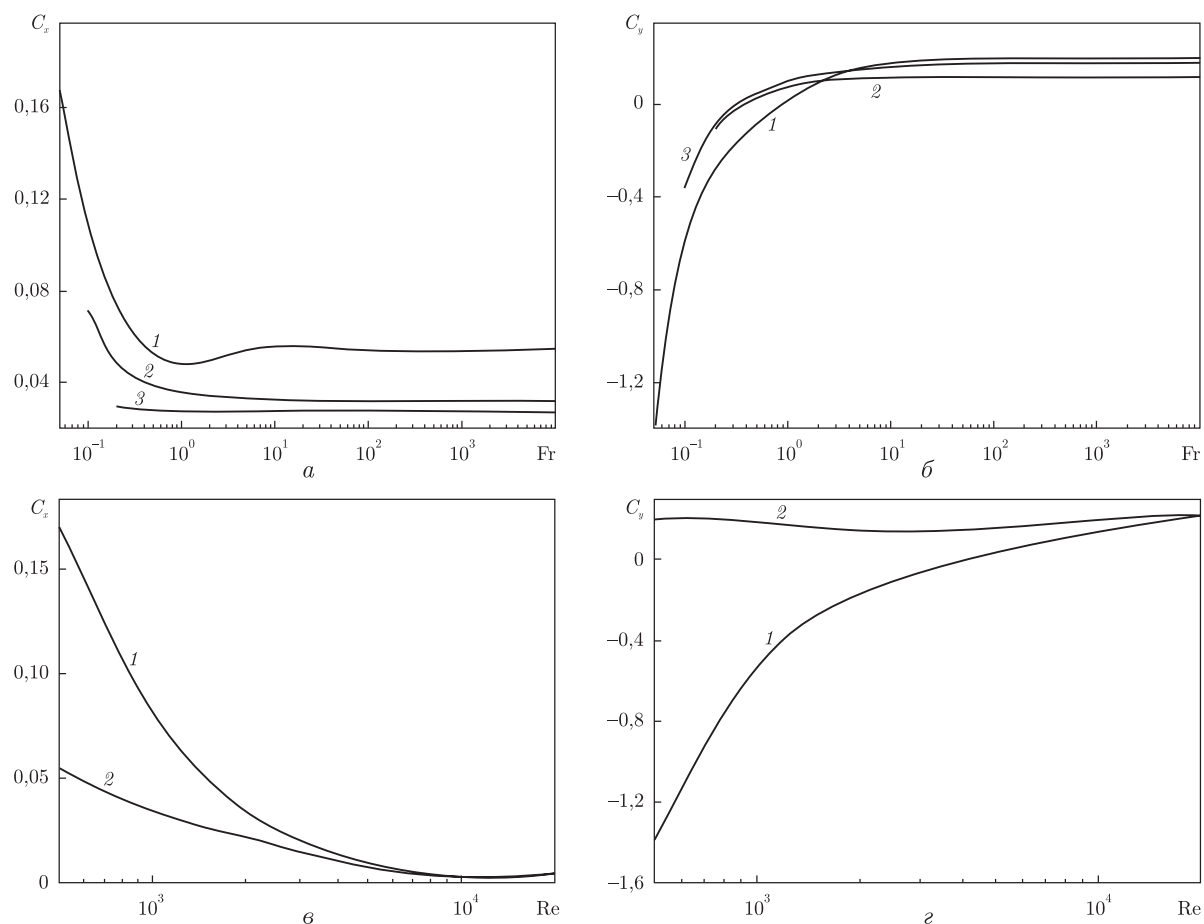


Рис. 4. Интегральные значения коэффициентов сопротивления трения (а, б) и подъемной силы (б, з), действующих на верхнюю сторону пластины, как функции числа Фруда (а, б) при $Re = 500; 1000; 2000$ (кривые 1–3) и числа Рейнольдса (в, з) при $Fr = 0,05; 5000$ (кривые 1, 2)

чение стратификации жидкости приводит к резкому возрастанию максимального значения давления, достигаемого на некотором расстоянии от передней кромки пластины, и последующему компенсирующему монотонному падению его локальных значений вдоль обтекаемой поверхности вплоть до задней кромки пластины (см. рис. 3, б).

Кривые, демонстрирующие изменение интегральных величин коэффициентов сопротивления трения и подъемной силы, действующих на верхнюю сторону пластины, в зависимости от значений безразмерных комплексов — чисел Фруда и Рейнольдса, приведены на рис. 4. Наибольшие изменения интегральных динамических характеристик пластины наблюдается в диапазоне малых и умеренных чисел Fr и Re , что соответствует сравнительно небольшим скоростям обтекания и достаточно высоким величинам стратификации жидкости. Существенное влияние эффектов стратификации на динамику течения проявлено, в частности, в наличии смены знака интегральных величин подъемной силы и момента сил, действующих на обтекаемую поверхность (см. рис. 4, б, г). В пределе больших значений числа Фруда, когда осуществляется равномерный переход к приближению однородной жидкости, характеристики течения сходятся к решению, при котором различные масштабы изменчивости тонкоструктурных компонент теряют свои индивидуальные признаки и становятся неразличимыми.

Работа выполнена при финансовой поддержке Президиума НАН Украины (проект № 18-01-12) и РФФИ (грант № 12-05-90417-Укр).

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — Москва: Наука, 1969. — 742 с.
2. Грек Г. Р., Козлов В. В., Чернорай В. Г. Гидродинамическая неустойчивость пограничных слоев и отрывных течений // Усп. механики. — 2006. — № 1. — С. 52–89.
3. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Non-equilibrium processes in non-homogeneous fluids under the action of external forces // Phys. Scripta. — 2013. — **T155**. — 014010. — 10 p.
4. Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях. — Москва: Мир, 1981. — 598 с.
5. Веденьков В. Е., Смирнов Г. В., Борисов Т. Н. Динамика поверхностных и внутренних корабельных волн. — Владивосток: Дальнаука, 1999. — 224 с.
6. Scase M. M., Dalziel S. B. Internal wave fields generated by a translating body in a stratified fluid: an experimental comparison // J. Fluid Mech. — 2006. — **564**. — P. 305–331.
7. Чашечкин Ю. Д., Бардаков Р. Н., Загуменный Я. В. Расчет и визуализация тонкой структуры полей двумерных присоединенных внутренних волн // Морской гидрофиз. журн. — 2010. — № 6. — С. 3–15.
8. Чашечкин Ю. Д. Иерархия моделей классической механики неоднородных жидкостей // Там же. — 2010. — № 5. — С. 3–10.
9. Chashechkin Yu. D., Mitkin V. V. A visual study on flow pattern around the strip moving uniformly in a continuously stratified fluid // J. Visualiz. — 2004. — **7**, No 2. — P. 127–134.
10. Загуменный Я. В., Чашечкин Ю. Д. Тонкая структура нестационарного течения, индуцированного диффузией на неподвижной пластине // Изв. РАН: Механика жидкости и газа. — 2013. — № 3. — С. 100–117.
11. Чашечкин Ю. Д., Загуменный Я. В. Расчет течений непрерывно стратифицированной жидкости с использованием открытых вычислительных пакетов на базе технологической платформы UniHUB // Тр. ИСП РАН. — 2013. — **24**. — С. 87–106.

Я. В. Загуменний

Динаміка і структура стратифікованої течії навколо горизонтальної пластини

Розрахунок двовимірної задачі обтікання непроникної перешкоди потоком неперервно стратифікованої нестисливої рідини виконано методом кінцевих об'ємів на основі програм власної розробки, що доповнюють відкритий обчислювальний пакет OpenFOAM, з використанням високопродуктивних кластерних систем. Вивчено структуру і динаміку стратифікованої течії навколо обтічної горизонтальної пластини в широкому діапазоні чисел Фруда і Рейнольдса. Ефекти стратифікації істотно впливають на динамічні характеристики течії і навіть можуть приводити до зміни знака інтегральної підйомної сили, що діє на обтічну поверхню. У граничному випадку великих значень числа Фруда, коли здійснюється рівномірний перехід до наближення однорідної рідини, всі характеристики течії сходяться до розв'язку, при якому різні масштаби мінливості тонкоструктурних компонент втрачають свої індивідуальні ознаки і стають нерозрізненими.

Ia. V. Zagumennyi

Dynamics and structure of a stratified flow around a horizontal plate

Computations of the two-dimensional problem of a continuously stratified incompressible fluid flow around an impermeable obstacle are carried out by the finite volume method based on the package OpenFOAM and the own programs, by using high-performance cluster systems. The structure and the dynamics of the stratified flow around a horizontal plate are studied in a wide range of Froude and Reynolds numbers. The stratification effects have a significant influence on the dynamic characteristics of the flow and may even lead to a change in the sign of the integral lift force acting on plate's surface. In the extreme case of large Froude numbers, when the transition to the homogeneous fluid approximation occurs, the flow characteristics converge to a solution, in which a number of fine-structure components lose their individual properties and become indistinguishable.