



УДК 539.375

А. А. Каминский, М. В. Дудик, Л. А. Кипнис

Влияние области деструкции материала вблизи вершины межфазной трещины на условия ее страгивания

(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины В. Л. Богдановым)

В условиях плоской деформации методом Винера–Хопфа вблизи вершины межфазной трещины сдвига, берега которой взаимодействуют с трением, в рамках комплексной модели выполнен расчет области деструкции в прилегающей к вершине части начальной зоны предразрушения. В области деструкции допускается разрыв как нормального, так и касательного перемещения. Получены выражения для расчета длины области деструкции и раскрытия трещины. С помощью деформационного критерия исследовано влияние области деструкции на страгивание трещины. Обнаружено, что страгивание трещины происходит в результате относительного сдвига ее берегов вблизи вершины.

Исследование начального этапа развития зоны предразрушения вблизи вершины межфазной трещины в условиях сдвига, выполненное в соответствии с [1], предсказывает сохранение концентрации напряжений после образования зоны и, как следствие, неизбежное появление в прилегающей к вершине трещины части зоны предразрушения области повышенной деформации материала — области деструкции. В случае упруго-пластического тела этот вывод согласуется с экспериментальными данными, которые указывают на сложную структуру зоны предразрушения вблизи остроконечных концентраторов напряжений, состоящей из достаточно развитой пластической зоны и весьма малой области деструкции, прилегающей непосредственно к вершине концентратора [2, 3]. Для учета данного факта был предложен ряд моделей: модель когезионной зоны, содержащей зону процесса разрушения [4, 5], модель зоны предразрушения в линейно упрочняющемся материале с зоной разрыхления [6], комплексная модель зоны предразрушения с областью деструкции [7, 8]. При различии терминологии исходные предпосылки указанных моделей близки и базируются на развитии модели Леонова–Панасюка–Дагдейла, представляющей зону предразрушения линией разрыва перемещения, на которой задано то или иное условие перехода материала в состояние предразрушения. В данной работе методом Винера–Хопфа выполнен расчет области деструкции вблизи вершины межфазной трещины в рамках комплексной

© А. А. Каминский, М. В. Дудик, Л. А. Кипнис, 2014

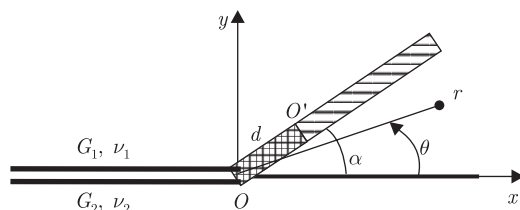


Рис. 1

модели, предполагающей образование зоны контакта берегов и боковой зоны предразрушения. С использованием деформационного критерия разрушения исследованы условия страгивания трещины.

Постановка задачи. Пусть из вершины межфазной трещины, расположенной на плоской границе раздела двух различных изотропных упругих материалов с упругими постоянными G_1, ν_1 и G_2, ν_2 , в условиях плоской деформации в менее трещиностойком материале (для определенности, в первом) распространяется узкая зона предразрушения, длина которой значительно меньше длины трещины. Предполагается, что при преобладании сдвигающих нагрузок берега трещины вблизи вершины образуют зону контакта с трением [9, 10], размер которой соизмерим с длиной самой трещины [11]. Вследствие отрывного характера развития зоны предразрушения она моделируется наклоненной под углом α к границе раздела сред прямой линией разрыва нормального смещения, на которой нормальное напряжение равно сопротивлению отрыву первого материала σ_1 . Величина угла α определяется из условия максимума отрывного окружного напряжения.

Вблизи вершины в соответствии с выводами экспериментальных исследований [2, 3] внутри зоны предразрушения возникает область деструкции материала, обладающая высоким уровнем как отрывных, так и сдвиговых деформаций, поэтому будем ее моделировать линией длиной d , на которой терпит разрыв не только нормальное, но и касательное смещение, а касательное напряжение равно сопротивлению сдвигу первого материала τ_1 [8].

Предполагается, что длина области деструкции намного меньше длины контактной зоны и всей зоны предразрушения, поэтому исследуемое тело можно рассматривать (рис. 1) как кусочно-однородную плоскость, содержащую на границе раздела полубесконечную зону контактного проскальзывания берегов, взаимодействующих по закону сухого трения, из вершины O которой под углом α к границе раздела выходит полубесконечная прямая разрыва, состоящая из двух участков. На участке, примыкающем к вершине трещины, терпят разрыв нормальное и касательное смещения, а нормальное и касательное напряжения равны σ_1 и τ_1 . На втором участке терпит разрыв лишь нормальное смещение, а нормальное напряжение равно σ_1 .

Данной модели соответствует статическая краевая задача теории упругости с граничными условиями [8]:

$$\begin{aligned} \theta = 0, \quad \langle \sigma_\theta \rangle = \langle \tau_{r\theta} \rangle = 0, \quad \langle u_\theta \rangle = \langle u_r \rangle = 0; \\ \theta = \pm\pi, \quad \langle \sigma_\theta \rangle = \langle \tau_{r\theta} \rangle = 0, \quad \langle u_\theta \rangle = 0, \quad \tau_{r\theta} = -\mu\sigma_\theta; \\ \theta = \alpha, \quad \langle \sigma_\theta \rangle = \langle \tau_{r\theta} \rangle = 0; \quad \theta = \alpha, \quad \sigma_\theta = \sigma_1; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\theta = \alpha, \quad r < d, \quad \tau_{r\theta} = \tau_1; \quad \theta = \alpha, \quad r > d, \quad \langle u_r \rangle = 0, \quad (2)$$

где $\langle f \rangle$ — скачок величины f ; μ — коэффициент трения.

При $r \rightarrow \infty$ главные члены разложений напряжений в асимптотические ряды совпадают с главными членами разложений напряжений в асимптотические ряды при $r \rightarrow 0$ в задаче, аналогичной рассматриваемой, в случае $d = 0$ (без области деструкции) и с конечной боковой линией разрыва, решенной в [1]. В частности,

$$\theta = \alpha, \quad r \rightarrow \infty, \quad \tau_{r\theta} = f_1(\alpha, e, \nu_1, \nu_2)\sigma_1 + \sum_{i=1}^2 C_i f_{2i}(\alpha, e, \nu_1, \nu_2) r^{\lambda_i} + o\left(\frac{1}{r}\right), \quad (3)$$

где $e = G_1/G_2$; $C_i = \sigma_1 l^{-\lambda_i}$; l — найденное в соответствии с [1] значение всей длины зоны предразрушения, зависящее от величины и конфигурации внешней нагрузки, заданной коэффициентом интенсивности напряжений k_{II} в конце трещины, который предполагается известным из решения внешней задачи; λ_i — принадлежащие интервалу $(-1, 0)$ корни уравнения $D_1(-1 - x) = 0$;

$$f_1 = \frac{T(-1)}{D_1(-1)}, \quad f_{2i} = \frac{T(-1 - \lambda_i)}{D_1'(-1 - \lambda_i)} \frac{K^+(-1 - \lambda_i)}{K^+(-1)} \frac{J(\lambda_i)}{J(0)} \frac{\lambda}{\lambda_i(\lambda_i - \lambda)},$$

$$D_1'(p) = \frac{dD_1(p)}{dp}, \quad T(p) = T_0(p) + \mu T_1(p),$$

$$T_0(p) = (1 + \chi_1)T_{01}(p) + (1 - e)T_{02}(p),$$

$$T_{01}(p) = 0,5(1 + \chi_1)^2[\sin 2\alpha + \sin 2p(\pi - \alpha)] + (1 + \chi_1)e(1 + \chi_2)(p + 1) \sin 2\alpha \cos 2p\alpha - e^2(1 + \chi_2)^2 T_{03}(p),$$

$$T_{02}(p) = 2(1 - e)(1 + \chi_1)(p + 1) \sin \alpha [2 \cos \alpha \sin^2 p\alpha - p \sin \alpha \sin 2p(\pi - \alpha)] - 4(1 + e\chi_2)e(1 + \chi_2) \cos p\pi T_{04}(p) - (1 + \chi_1)e(1 + \chi_2)T_{05}(p) + (1 + \chi_1)^2 [p \sin 2\alpha \cos 2p\alpha - 2 \sin 2\alpha \sin^2 p\alpha - \sin 2p(\pi - \alpha)],$$

$$T_{03}(p) = 2p^2 \sin^2 \alpha \sin 2p\alpha + 2p \sin \alpha (\sin \alpha \sin 2p\alpha - \cos \alpha) + 0,5[\sin 2p(\pi - \alpha) - \sin 2\alpha],$$

$$T_{04}(p) = p(p + 1) \sin^2 \alpha \sin p(\pi - 2\alpha),$$

$$T_{05}(p) = (p + 1)\{2p \sin^2 \alpha [\sin 2p\alpha + \sin 2p(\pi - \alpha)] - \sin 2\alpha(1 + 2 \sin^2 p\alpha)\} + \sin 2\alpha + \sin 2p(\pi - \alpha);$$

$$T_1(p) = (1 + \chi_1)T_{11}(p) + 4(1 - e)(1 + e\chi_2)(1 + e\chi_2 - e - \chi_1) \sin p\pi T_{04}(p),$$

$$T_{11}(p) = (1 + \chi_1)^2 [\sin^2 p(\pi - \alpha) - \cos^2 \alpha] + e^2(1 + \chi_2)^2 [4p(p + 1) \sin^2 \alpha \sin^2 p\alpha + \sin^2 p(\pi - \alpha) - \cos^2 \alpha] - 2(1 + \chi_1)e(1 + \chi_2) [2p \sin^2 \alpha \sin^2 p\alpha + \sin^2 p(\pi - \alpha) + \cos^2 \alpha \cos 2p\alpha] - 4(1 - e)(1 + \chi_1) [(p + 1) \sin^2 \alpha \sin^2 p\alpha + \sin p\pi \sin p(\pi - 2\alpha)] + 4(1 - e)^2 [p(p + 2) \sin^2 \alpha \sin^2 p\alpha + \sin^2 p(\pi - \alpha) - \sin^2 p\alpha \cos^2 \alpha] + 4(1 - e)e(1 + \chi_2) [(2p + 1)(p + 1) \sin^2 \alpha \sin^2 p\alpha + \sin p\pi \sin p(\pi - 2\alpha)];$$

$$J(x) = \exp \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{(x+1) |\ln G(it)| + t \arg(G(it))}{t^2 + (x+1)^2} dt \right]; \quad \chi_{1(2)} = 3 - 4\nu_{1(2)},$$

λ — корень уравнения $\operatorname{ctg} \lambda\pi + \mu\beta = 0$ на интервале $(-1, 0)$. Здесь и ниже выражения для $D_1(p)$, $G(p)$, $K^+(p)$ и некоторых других величин, определенных в [1], из-за громоздкости не приводятся.

В точке O' в соответствии с общими положениями о поведении напряжений вблизи остроконечных концентраторов имеет место корневая особенность напряжений:

$$\theta = \alpha, \quad r \rightarrow d + 0, \quad \tau_{r\theta} \sim \frac{K}{\sqrt{2\pi(r-d)}}, \quad (4)$$

где K — коэффициент интенсивности напряжений в конце линии разрыва OO' , который должен быть определен в ходе решения задачи.

Решение сформулированной краевой задачи (1)–(3) будем искать в виде суммы решений следующих двух задач. Первая отличается от нее тем, что в (1) вместо последнего условия и в (2) вместо первого условия принимаем

$$\theta = \alpha, \quad \sigma_\theta = 0; \quad \theta = \alpha, \quad r < d, \quad \tau_{r\theta} = \tau_1 - f_1\sigma_1 - \sum_{i=1}^2 C_i f_{2i} r^{\lambda_i}, \quad (5)$$

а на бесконечности напряжения убывают как $o(1/r)$. Вторая задача — задача, аналогичная исходной, при $d = 0$, решение которой получено в [1].

Определение параметров области деструкции. Применив к уравнениям равновесия, условию совместности деформаций, закону Гука и граничным условиям (1) преобразование Меллина [12] и учитывая второе условие (2) и условия (5), приходим к функциональному уравнению Винера–Хопфа первой задачи в полосе $-\varepsilon_1 < \operatorname{Re} p < \varepsilon_2$ ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — достаточно малые положительные числа):

$$\begin{aligned} \Phi_1^+(p) + \frac{\tau_1 - f_1\sigma_1}{p+1} - \sum_{i=1}^2 \frac{C_i f_{2i} d^{\lambda_i}}{p + \lambda_i + 1} &= -\operatorname{tg} p\pi H(p) \Phi_1^-(p), \\ \Phi_1^+(p) &= \int_1^{\infty} \tau_{r\theta}(\rho d, \alpha) \rho^p d\rho, \quad \Phi_1^-(p) = \frac{E_1}{4(1-\nu_1^2)} \int_0^1 \left\langle \frac{\partial u_r}{\partial r} \right\rangle \Big|_{\substack{r=\rho d \\ \theta=\alpha}} \rho^p d\rho, \\ H(p) &= \frac{\cos p\pi D_2(p)}{2 \sin^2 p\pi D_1(p)}, \quad D_2(p) = D_{20}(p) - \mu D_{21}(p), \\ D_{20}(p) &= 0, 5(1 + \chi_1)e(1 + \chi_2)d_2(p)s_1(p) - s_2(p)s_0(p) + e(1 + \chi_2) \times \\ &\quad \times \cos p\pi [4e^2(1 + \chi_2)^2 d_1(p)d_4(p) - (1 + \chi_1)^2 d_3(p)d_5(p) + 2(1 + \chi_1)e(1 + \chi_2) \cos p\pi s_3(p)], \\ D_{21}(p) &= 4 \sin p\pi s_4(p) [e^2(1 + \chi_2)^2 d_4(p) + s_0(p)] + \\ &\quad + 4(1 + \chi_1)e(1 + \chi_2) [\cos p\pi \sin 2p\alpha s_4(p) + e(1 + \chi_2)p(p-1) \sin^2 \alpha \sin p(\pi - 2\alpha)], \\ s_0(p) &= (1 + \chi_1)^2 - 2(1 + \chi_1) [e(1 + \chi_2) + 2(1 - e)] \sin^2 p\alpha - [e(1 + \chi_2) + 2(1 - e)]^2 d_4(p), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
s_1(p) &= 2(1 + \chi_1) \cos p\pi d_3(p) + 4e(1 + \chi_2) \sin p\pi d_1(p), \\
s_2(p) &= 2(1 + \chi_1) \sin p\pi d_3(p) - 4e(1 + \chi_2) \cos p\pi d_1(p), \\
s_3(p) &= 2 \sin p\alpha \sin p(\pi - \alpha) + p \sin 2\alpha \sin p(\pi - 2\alpha) - 2p^2 \sin^2 \alpha \cos p(\pi - 2\alpha), \\
s_4(p) &= (1 + \chi_1)d_6(p) + [e(1 + \chi_2) + 2(1 - e)]d_1(p), \\
d_1(p) &= \sin^2 p(\pi - \alpha) - p^2 \sin^2 \alpha, \quad d_2(p) = p \sin 2\alpha - \sin 2p\alpha, \\
d_3(p) &= p \sin 2\alpha - \sin 2p(\pi - \alpha), \quad d_4(p) = p^2 \sin^2 \alpha - \sin^2 p\alpha, \\
d_5(p) &= p \sin 2\alpha + \sin 2p\alpha, \quad d_6(p) = p \sin^2 \alpha - \sin^2 p(\pi - \alpha).
\end{aligned}$$

Решение уравнения (6) получено аналогично решению уравнения такого же рода в [13] и имеет вид:

$$\begin{aligned}
\Phi_1^+(p) &= -\frac{pH^+(p)}{K^+(p)} \left\{ \frac{\tau_1 - f_1\sigma_1}{p+1} \left[\frac{K^+(p)}{pH^+(p)} + \frac{K^+(-1)}{H^+(-1)} \right] - \right. \\
&\quad \left. - \sum_{i=1}^2 \frac{C_i f_{2i} d^{\lambda_i}}{p+1+\lambda_i} \left[\frac{K^+(p)}{pH^+(p)} + \frac{K^+(-1-\lambda_i)}{(1+\lambda_i)H^+(-1-\lambda_i)} \right] \right\} \quad (\operatorname{Re} p < 0), \\
\Phi_1^-(p) &= K^-(p)H^-(p) \left[\frac{(\tau_1 - f_1\sigma_1)K^+(-1)}{(p+1)H^+(-1)} - \sum_{i=1}^2 \frac{C_i f_{2i} d^{\lambda_i} K^+(-1-\lambda_i)}{(p+1+\lambda_i)(1+\lambda_i)H^+(-1-\lambda_i)} \right] \quad (7) \\
&\quad (\operatorname{Re} p > 0),
\end{aligned}$$

$$\exp \left[\frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{\ln H(z)}{z-p} dz \right] = \begin{cases} H^+(p) & (\operatorname{Re} p < 0), \\ H^-(p) & (\operatorname{Re} p > 0). \end{cases}$$

Используя асимптотику (4) и найденное решение (7), получим коэффициент интенсивности напряжений в конце линии разрыва OO' :

$$K = -\sqrt{2d} \left[\frac{(\tau_1 - f_1\sigma_1)K^+(-1)}{H^+(-1)} - \sum_{i=1}^2 \frac{C_i f_{2i} d^{\lambda_i} K^+(-1-\lambda_i)}{(1+\lambda_i)H^+(-1-\lambda_i)} \right].$$

Приравнявая K к нулю, приходим к трансцендентному уравнению для вычисления длины области деструкции:

$$\sum_{i=1}^2 \frac{C_i f_{2i} d^{\lambda_i} K^+(-1-\lambda_i) J_1(0)}{(1+\lambda_i)K^+(-1)J_1(\lambda_i)} = \tau_1 - f_1\sigma_1,$$

$$J_1(x) = \exp \left[\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{(x+1) \ln |H(it)| + t \arg(H(it))}{t^2 + (x+1)^2} dt \right].$$

Появление области деструкции изменяет напряженно-деформированное состояние вблизи вершины трещины, которое теперь будет определяться показателем сингулярности напряжений λ_d ($-1 < \lambda_d < 0$), удовлетворяющим уравнению

$$D_2(-1-x) = 0. \quad (8)$$

Раскрытие трещины и условия ее страгивания. При пренебрежении областью деструкции раскрытие трещины в ее вершине, согласно принятым граничным условиям ($\langle u_\theta(r, \pm\pi) \rangle = 0$, $\langle u_r(r, \alpha) \rangle = 0$), равно нулю. Образование же области деструкции приводит к ненулевому сдвиговому смещению берегов в вершине δ , равному $\lim_{x \rightarrow -0} |\langle u \rangle_{y=0}|$ и связанному со скачком касательного смещения $\langle u_r(0, \alpha) \rangle$ соотношением $\delta = \langle u_r(0, \alpha) \rangle / \cos \alpha$. Последний может быть определен из его связи с функцией $\Phi_1^-(p)$, полученной в ходе решения задачи:

$$\langle u_r(0, \alpha) \rangle = - \left\langle \frac{\partial u_r}{\partial r} \right\rangle^* \Big|_{p=0, \theta=\alpha} = - \frac{2(1-\nu_1)d}{G_1} \Phi_1^-(0).$$

Используя (7) и условие $K = 0$, получим:

$$\delta = - \frac{2(1-\nu_1)}{G_1 \cos \alpha} \frac{d}{\sqrt{\pi H(0)}} \sum_{i=1}^2 \frac{C_i f_{2i} d^{\lambda_i} K^+(1+\lambda_i)}{J_1(\lambda_i)} \frac{\lambda_i}{(1+\lambda_i)^2}.$$

Страгивание трещины произойдет при достижении величиной δ некоторого критического значения δ_1 — предельной вытяжки [14], представляющей собой характеристику прочности первого материала. В предположении малости зоны предразрушения, что является условием приемлемости рассмотренной модели, приравняв δ к δ_1 , можно найти величину разрушающей нагрузки.

Анализ полученных результатов и выводы. Проиллюстрируем следствия из полученного решения задачи об области деструкции на примере трещины длиной L , расположенной на плоской границе раздела кусочно-однородной плоскости, нагруженной на бесконечности сдвигающим напряжением $q = 0,1\sigma_1$ при $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$, $\mu = -0,35 \div 0$. При вычислениях длины начальной зоны предразрушения по [1] в указанных условиях нагружения используется выражение для коэффициента интенсивности напряжений k_{II} , найденное в [11]. Сопротивление сдвигу первого материала было принято равным $\tau_1 = 5\sigma_1$, что соответствует его слабой пластичности; при меньших значениях τ_1 (особенно при $\tau_1 \leq \sigma_1$) длина области деструкции оказывается одного порядка с длиной зоны предразрушения, что нарушает исходные предпосылки задачи ($d \ll l$) и предполагает иной механизм развития зоны предразрушения, а именно, образование более развитой пластической зоны, моделируемой линией разрыва касательного смещения [13], в привершинной части которой существует малая область деструкции, где терпят разрыв и касательное, и нормальное смещения.

Результаты выполненных вычислений приведены в табл. 1. Согласно расчетам, длина области деструкции d , в отличие от длины зоны предразрушения l , растет с увеличением коэффициента трения между берегами трещины, что может быть связано с зависимостью от трения наименьшего показателя степени сингулярности напряжений λ_1 , характеризующего напряженно-деформированное состояние вблизи вершины трещины после образования зоны предразрушения. Размеры области деструкции, как и зоны предразрушения, растут с увеличением отношения упругих постоянных сред G_1/G_2 , т. е. с увеличением жесткости верхнего материала по отношению к подложке.

Образование области деструкции приводит к ослаблению концентрации напряжений у вершины трещины: наименьший корень λ_{d1} уравнения (8) из интервала $(-1, 0)$ больше не только наименьшего показателя сингулярности напряжений λ_1 после образования зоны предразрушения, но и изначальной степени сингулярности λ до образования обеих зон: $\lambda_{d1} > \lambda > \lambda_1$.

Таблица 1

G_1/G_2	μ	0	-0,05	-0,1	-0,15	-0,2	-0,25	-0,3	-0,35
0,1	α°	67,57	67,37	67,16	66,95	66,75	66,54	66,34	66,14
	l/L	$6,19 \cdot 10^{-3}$	$6,06 \cdot 10^{-3}$	$5,94 \cdot 10^{-3}$	$5,83 \cdot 10^{-3}$	$5,73 \cdot 10^{-3}$	$5,64 \cdot 10^{-3}$	$5,56 \cdot 10^{-3}$	$5,51 \cdot 10^{-3}$
	d/L	$1,94 \cdot 10^{-4}$	$2,02 \cdot 10^{-4}$	$2,12 \cdot 10^{-4}$	$2,22 \cdot 10^{-4}$	$2,34 \cdot 10^{-4}$	$2,48 \cdot 10^{-4}$	$2,65 \cdot 10^{-4}$	$2,86 \cdot 10^{-4}$
	$\frac{\delta G_1}{L \sigma_1}$	$3,83 \cdot 10^{-3}$	$3,95 \cdot 10^{-3}$	$4,08 \cdot 10^{-3}$	$4,22 \cdot 10^{-3}$	$4,38 \cdot 10^{-3}$	$4,56 \cdot 10^{-3}$	$4,76 \cdot 10^{-3}$	$4,99 \cdot 10^{-3}$
	λ	-0,5	-0,4963	-0,4926	-0,4888	-0,4851	-0,4814	-0,4777	-0,4740
	λ_1	-0,8422	-0,8514	-0,8610	-0,8712	-0,8821	-0,8940	-0,9073	-0,9230
	λ_{d1}	-0,3435	-0,3221	-0,3008	-0,2801	-0,2613	-0,2460	-0,2353	-0,2283
0,9	α°	70,33	70,31	70,30	70,28	70,27	70,25	70,24	70,22
	l/L	$6,96 \cdot 10^{-3}$	$7,03 \cdot 10^{-3}$	$7,10 \cdot 10^{-3}$	$7,19 \cdot 10^{-3}$	$7,29 \cdot 10^{-3}$	$7,43 \cdot 10^{-3}$	$7,62 \cdot 10^{-3}$	$7,98 \cdot 10^{-3}$
	d/L	$2,14 \cdot 10^{-4}$	$2,33 \cdot 10^{-4}$	$2,56 \cdot 10^{-4}$	$2,82 \cdot 10^{-4}$	$3,16 \cdot 10^{-4}$	$3,61 \cdot 10^{-4}$	$4,34 \cdot 10^{-4}$	$6,97 \cdot 10^{-4}$
	$\frac{\delta G_1}{L \sigma_1}$	$7,44 \cdot 10^{-3}$	$8,19 \cdot 10^{-3}$	$9,06 \cdot 10^{-3}$	$1,01 \cdot 10^{-2}$	$1,15 \cdot 10^{-2}$	$1,34 \cdot 10^{-2}$	$1,67 \cdot 10^{-2}$	$3,25 \cdot 10^{-2}$
	λ	-0,5	-0,4998	0,4995	-0,4993	-0,4990	-0,4988	-0,4986	-0,4983
	λ_1	-0,8731	-0,8841	-0,8957	-0,9080	-0,9215	-0,9368	-0,9556	-0,9856
	λ_{d1}	-0,4880	-0,4875	-0,4871	-0,4867	-0,4864	-0,4861	-0,4858	-0,4855

Таким образом, рассмотренная комплексная модель зоны предразрушения соответствует следующему механизму начального развития межфазной трещины в условиях сдвига. У вершины трещины образуется область контакта берегов и узкая боковая зона предразрушения, в привершинной части которой возникает зона повышенной деформации материала — область деструкции, приводящие к относительному сдвигу вершин верхнего и нижнего берегов — раскрытию трещины. С увеличением нагрузки размеры зоны предразрушения и области деструкции, а также раскрытие трещины растут. При некотором напряжении раскрытие становится равным критическому и происходит страгивание трещины в направлении, определяемом ориентацией зоны предразрушения, а преобладающим механизмом разрушения в рассматриваемой части трещины является сдвиг.

1. Каминский А. А., Дудик М. В., Кипнис Л. А. Влияние трения между берегами межфазной трещины на угол ее начального поворота при сдвиге // Доп. НАН України. – 2013. – № 5. – С. 60–65.
2. Каминский А. А., Нижник С. Б. Исследование закономерностей изменения пластической зоны у края трещины и характеристик трещиностойкости металлических материалов в зависимости от их структуры (обзор) // Прикл. механика. – 1995. – **31**, № 10. – С. 3–27.
3. Каминский А. А., Усикова Г. И., Дмитриева Е. А. Экспериментальное исследование распределения пластических деформаций в окрестности вершины трещины при статическом нагружении // Там же. – 1994. – **30**, № 11. – С. 69–75.
4. Smith E. Some implications of recent developments in plastic fracture mechanics on stress corrosion cracking in engineering materials // Materials Science and Engineering. – 1980. – **44**. – P. 205–211.
5. Tvergaard V., Hutchinson J. W. The influence of plasticity on mixed mode interface toughness // J. Mech. Phys. Solids. – 1993. – **41**, No 6. – P. 1119–1135.
6. Панасюк В. В., Панько І. М. Границна рівновага тіла з тріщиною з урахуванням особливостей розподілу напружень біля її вершини // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2005. – № 4. – С. 5–8.
7. Каминский А. А., Кипнис Л. А. О комплексной модели зоны предразрушения в конце трещины на границе раздела упругих сред // Доп. НАН України. – 2010. – № 2. – С. 60–64.
8. Каминский А. А., Кипнис Л. А. О страгивании трещины, расположенной на границе раздела упругих сред // Там само. – 2011. – № 1. – С. 38–43.
9. Comninou M. Interface crack with friction in the contact zone // J. Appl. Mech. Brief Notes. – 1977. – **44**. – P. 780–781.
10. Comninou M., Dundurs J. Effect of friction on the interface crack loaded in shear // J. of Elasticity. – 1980. – **10**, No 2. – P. 203–212.

11. *Острик В. И., Улитко А. Ф.* Метод Винера–Хопфа в контактных задачах теории упругости. – Киев: Наук. думка, 2006. – 328 с.
12. *Уфлянд Я. С.* Интегральные преобразования в задачах теории упругости. – Ленинград: Наука, 1967. – 402 с.
13. *Дудик М. В.* Влияние трения берегов межфазной трещины на развитие начальной пластической зоны // Теорет. и прикл. механика. – 2009. – Вып. 46. – С. 81–90.
14. *Бакиров В. Ф., Гольдштейн Р. В.* Модель Леонова–Панасюка–Дагдейла для трещины на границе соединения материалов // Прикл. математика и механика. – 2004. – **68**, вып. 1. – С. 170–179.

*Институт механики им. С. П. Тимошенко
НАН Украины, Киев
Уманский государственный педагогический
университет*

Поступило в редакцию 21.10.2013

А. О. Камінський, М. В. Дудик, Л. А. Кіпніс

Вплив області деструкції матеріалу біля вершини міжфазної тріщини на умови її зрушення

В умовах плоскої деформації методом Вінера–Хопфа біля вершини міжфазної тріщини зсуву, береги якої взаємодіють з тертям, в рамках комплексної моделі виконано розрахунок області деструкції у прилеглий до вершини частині початкової зони передруйнування. В області деструкції припускається розрив як нормального, так і дотичного переміщення. Отримано вирази для розрахунку довжини області деструкції та розкриття тріщини. За допомогою деформаційного критерію досліджено вплив зони деструкції на зрушення тріщини. Виявлено, що зрушення тріщини відбувається внаслідок відносного зсуву її берегів біля вершини.

A. A. Kaminsky, M. V. Dudyk, L. A. Kipnis

Influence of the process zone at the tip of an interfacial crack on the condition of its advancement

The calculation of the process zone in a part of the initial prefracture zone adjacent to the interfacial shear crack tip is executed by the Wiener–Hopf method for the plane strain conditions within a complex model. The crack lips are in contact with friction. The normal and tangential displacement discontinuities in the process zone are assumed. The expressions for the calculation of the process zone length and the crack opening are obtained. The process zone influence on the crack advancement is investigated by the deformation criterion. The fact that the crack advancement is a result of the relative shear of its lips near the tip is discovered.