



УДК 539.374:539.375

В. Н. Бастун

## О влиянии характера деформационного упрочнения на длину пластической зоны у вершины трещины в трансверсально-изотропном материале

(Представлено академиком НАН Украины Я. М. Григоренко)

*На примере трещины нормального отрыва в стали аустенитного класса экспериментально исследована эволюция условия пластичности, обусловленная деформационным упрочнением материала, и ее влияние на длину пластической зоны у вершины трещины на продолжении последней. В результате деформационного упрочнения, которое осуществляется в соответствии с гипотезой изотропно-кинематического типа, материал стал трансверсально-изотропным. Рассмотрены два случая ориентации трещины относительно оси симметрии материала — в направлении этой оси и в перпендикулярном направлении. Показано, что в процессе пластического деформирования соотношение между изотропной и кинематической составляющими упрочнения не остается постоянным, а изменяется в сторону повышения доли изотропной составляющей. В области, где преобладает кинематическая составляющая, протяженность пластической зоны в обоих случаях ориентации трещины максимальна и мало зависит от величины пластической деформации. При переходе в область, где преобладающей является изотропная составляющая, длина пластической зоны уменьшается, причем более интенсивно в случае ориентации трещины в направлении оси симметрии.*

**Ключевые слова:** длина пластической зоны, трещина нормального отрыва, трансверсально-изотропный материал, деформационное упрочнение.

При нагружении тела с трещиной у ее вершины образуется пластическая зона, протяженность которой в направлении развития трещины определяется уровнем номинальных и местных напряжений, длиной трещины, видом условия текучести, а также структурным состоянием материала. В случае вязкоупругих материалов, таких как композиты на полимерной основе, эту зону называют зоной предразрушения [1]. Размер пластической зоны в направлении распространения трещины в сопоставлении с длиной последней и характерными размерами тела при определении методов анализа напряженно-деформированного

© В. Н. Бастун, 2015

состояния и, следовательно, характера разрушения (хрупкий или вязкий), а также величины коэффициента интенсивности напряжений, имеет важное значение в механике разрушения. Кроме того, длина пластической зоны, которая входит в эффективную длину трещины в качестве поправки [2], является критерием применимости положений линейной механики разрушения. С достаточной для практики точностью можно считать, что линейная механика разрушения дает корректные результаты при протяженности пластической зоны, составляющей менее 10% длины трещины. Корреляция длины пластической зоны у вершины трещины в направлении ее роста с механическими характеристиками материала и параметрами структуры рассмотрена в [3, 4]. Особенности образования пластической зоны в анизотропном теле исследованы в работе [5].

Ниже на примере трещины нормального отрыва в стали аустенитного класса экспериментально исследуется эволюция условия пластичности, обусловленная деформационным упрочнением материала, и его влияние на длину пластической зоны у вершины трещины на ее продолжении в зависимости от степени деформационного упрочнения. Упрочнение материала осуществляется путем одноосного растяжения образцов в области пластических деформаций.

**Методика проведения экспериментов.** В качестве объекта исследования выбиралась сталь 1X18H10T. При этом основывались на предположении о том, что достижение состояния текучести стали в исходном состоянии определяется условием постоянства энергии формоизменения, а упрочнение описывается гипотезой изотропно-кинематического типа. Исследование проводилось на трубчатых образцах, имеющих следующие размеры: длина рабочей части, наружный диаметр и толщина стенки равны соответственно 100, 30 и 0,8 мм. Образцы подвергались нормализации при температуре 1080 °С, в результате которой материал приобрел однородную структуру и становится практически изотропным.

Условие наступления предельного состояния текучести в исходном (недеформированном) состоянии проверялось в плоскости осевого  $\sigma_z$  и окружного  $\sigma_\theta$  нормальных напряжений при нагружении образцов осевой силой  $P$  и внутренним давлением  $p$  в различных соотношениях на испытательной машине силового типа ЦДМУ-30 т. При этом реализовались траектории нагружения  $\sigma_z = n\sigma_\theta$ , где коэффициент  $n$  принимал значения 0; 0,5; 1; 2;  $\infty$ .

Условие постоянства энергии формоизменения для изотропных материалов в плоскости  $\sigma_z - \sigma_\theta$  имеет вид [6]

$$\sigma_z^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_z\sigma_\theta = \sigma_{T(0)}^2, \quad (1)$$

где  $\sigma_{T(0)}$  — предел текучести материала (в исходном состоянии равен 200 МПа), а напряжения  $\sigma_z$  и  $\sigma_\theta$  определяются по формулам

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi(D - \delta)\delta} + \frac{p(D - 2\delta)}{4\delta}; \quad \sigma_\theta = \frac{p(D - 2\delta)}{2\delta}, \quad (2)$$

где  $D$  и  $\delta$  — наружный диаметр и толщина стенки образца.

Для удобства выражение (1) представлялось в плоскости  $S_1 - S_2$  пятимерного девиаторного пространства  $\{S_i\}$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ) [7]. При этом граница текучести (1) будет описываться окружностью с центром в начале координат и радиусом  $R_{(0)} = \sqrt{2/3}\sigma_{T(0)}$

$$S_1^2 + S_2^2 = R_{(0)}^2. \quad (3)$$

Компоненты  $S_1$  и  $S_2$  связаны с компонентами напряжений  $\sigma_z$  и  $\sigma_\theta$  соотношениями

$$S_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \sigma_z - \frac{\sigma_\theta}{2} \right); \quad S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_\theta. \quad (4)$$

Правомерность аппроксимации границы текучести исследуемой стали выражением (1) оценивалась по величине отношения  $\Delta/R$ , где  $\Delta$  — среднеквадратичное отклонение экспериментально определяемых точек  $S_{ik}$  относительно окружности (3). Величина  $\Delta$  в рассматриваемом случае определяется по формуле [8]

$$\Delta = \left[ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left( \sqrt{S_{1(k)}^2 + S_{2(k)}^2} - R \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (5)$$

Значения напряжений  $\sigma_{z(k)}$  и  $\sigma_{\theta(k)}$ , соответствующие точкам  $S_k$ , находили согласно методике, изложенной в [8], из диаграмм деформирования трубчатых образцов  $\sigma_e = \sigma_e(\varepsilon_e)$  при нагружении их по различным траекториям  $\sigma_z = n\sigma_\theta$ . Здесь  $\sigma_e$  и  $\varepsilon_e$  интенсивности напряжений и деформаций, определяемые в рассматриваемом случае плоского напряженного состояния по формулам

$$\sigma_e = \frac{\sqrt{2}}{2} [(\sigma_z - \sigma_\theta)^2 + \sigma_z^2 + \sigma_\theta^2]^{1/2}, \quad \varepsilon_e = \frac{\sqrt{2}}{3} [(\varepsilon_z - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_r)^2 + (\varepsilon_r - \varepsilon_z)^2]^{1/2}, \quad (6)$$

где  $\varepsilon_z$ ,  $\varepsilon_\theta$ ,  $\varepsilon_r$  — деформации трубчатых образцов соответственно в осевом, окружном и радиальном направлениях. Деформации  $\varepsilon_z$  и  $\varepsilon_\theta$  находятся путем измерений расчетной базы и диаметра образца с помощью тензометров, а  $\varepsilon_r$  — из условия упругого изменения объема материала. Значение  $R_{(0)}$  находится на основании минимизации функции

$$F = \sum_{k=1}^N \left[ \sum_{i=1}^5 (S_{ik})^2 - R_{(0)}^2 \right]^2. \quad (7)$$

Величина  $\Delta$  для стали в исходном состоянии составила 8 МПа при  $R = 169$  МПа, откуда  $\Delta/R_{(0)} = 4,7$ , что свидетельствует об удовлетворительной аппроксимации границы текучести уравнением (1) и, следовательно, о справедливости для исследуемой стали соответствующего условия пластичности.

Деформационное упрочнение материала осуществлялось путем одноосного растяжения образцов в осевом направлении до разных уровней пластической деформации  $\varepsilon_z^p$ , в результате чего материал стал трансверсально-изотропным. Предварительно оценивали форму границы текучести, используя ту же методику, что и в случае начально изотропного материала, и предполагая, что упрочнение осуществляется в соответствии с гипотезой изотропно-кинематического типа. При этом выражение (1) примет вид

$$\frac{2}{3}\sigma_z^2 + \frac{2}{3}\sigma_\theta^2 - \frac{2}{3}\sigma_z\sigma_\theta - 2\sqrt{\frac{2}{3}}a_1\sigma_z + \sqrt{\frac{2}{3}}a_1\sigma_\theta + a^2 - R^2 = 0, \quad (8)$$

а соответствующее ему выражение (3) будет представлять окружность

$$(S_1 - a_1)^2 + S_2^2 = R^2 \quad (9)$$

с координатами центра  $(a_1, 0)$  и радиусом  $R$ . Тогда будем иметь:

$$\Delta = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[ \sqrt{(S_{1k} - a_1)^2 + S_{2k}^2} - R \right]^2}; \quad (10)$$

$$a_1 = a = \frac{1}{2} \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (S_{1k}^2 + S_{2k}^2) \sum_{k=1}^N S_{1k} - \sum_{k=1}^N (S_{1k}^2 + S_{2k}^2) S_{1k}}{\frac{1}{N} \left( \sum_{k=1}^N S_{1k} \right)^2 - \sum_{k=1}^N S_{1k}^2}. \quad (11)$$

Здесь величина  $a$  определяет смещение границы текучести (кинематическая составляющая упрочнения), а  $R$  — изменение ее размеров (изотропная составляющая). Эти параметры являются функциями величины пластической деформации  $\varepsilon^p$ , накопленной при предварительном растяжении образцов.

Значения напряжений  $\sigma_z$  и  $\sigma_\theta$ , соответствующие точкам  $S_{ik}$ , находили, как и выше, из диаграмм деформирования трубчатых образцов  $\sigma_e = \sigma_e(\varepsilon_e)$  при нагружении их по различным траекториям  $\sigma_z = n\sigma_\theta$ .

На основании проведенных экспериментов для  $\varepsilon^p = 10\%$  получили:  $\Delta = 16$  МПа и  $R = 334$  МПа, откуда  $\Delta/R = 4,5\%$ . Это свидетельствует о том, что окружность (3) практически сохранила свою форму в процессе деформирования, а также о справедливости гипотезы упрочнения изотропно-кинематического типа.

Учитывая сказанное, эволюцию условия текучести оценивали по изменению границы текучести, которая в плоскости нормальных осевого  $\sigma_z$  и окружного  $\sigma_\theta$  напряжений графически интерпретируется эллипсом и записывается в форме (8). Значения входящих сюда параметров  $a$  и  $R$  определяем по формулам [8]

$$a = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\sigma_{zT}^2 - \sigma_{\theta T}^2}{2\sigma_{zT} + \sigma_{\theta T}}}; \quad R = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(\sigma_{zT} + \sigma_{\theta T})^2 - \sigma_{zT}\sigma_{\theta T}}{2\sigma_{zT} + \sigma_{\theta T}}}, \quad (12)$$

где  $\sigma_{zT}$  и  $\sigma_{\theta T}$  — пределы текучести в осевом и окружном направлениях соответственно. Их значения определяются по техническому допуску на пластическую деформацию, равному 0,2%, из диаграмм повторного деформирования, которое осуществляли путем одноосного растяжения образцов соответственно в осевом и окружном направлениях. Характер упрочнения материала будем оценивать с помощью параметра  $\alpha = a/R$ .

**Результаты и их обсуждение.** Величины пределов текучести  $\sigma_{zT}$  и  $\sigma_{\theta T}$ , определенные экспериментально при разных уровнях пластической деформации  $\varepsilon_z^p$ , приведены в табл. 1. Здесь же представлены соответствующие значения параметров  $a$  и  $R$ , вычисленные по формулам (12).

Зависимость параметра  $\alpha$  как функции пластической деформации  $\varepsilon_z^p$  показана на рис. 1. Как видно, соотношение между кинематической и изотропной составляющими в процессе деформирования не остается постоянным. Так, в области малых деформаций ( $0 < \varepsilon^p < 2$ ) преобладающей является кинематическая составляющая упрочнения, а с увеличением деформации преобладающей становится изотропная составляющая.

Основываясь на данных табл. 1, проанализируем влияние характера деформационного упрочнения материала на длину пластической зоны у вершины трещины. Рассмотрим два

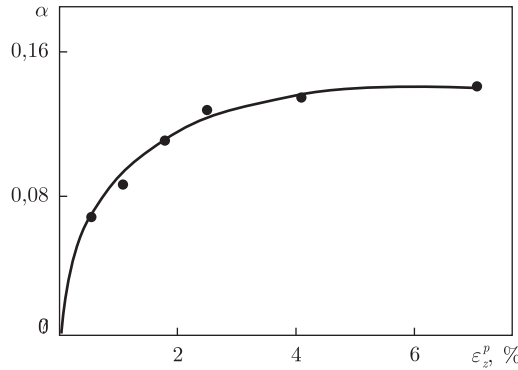


Рис. 1. Зависимость параметра деформационного упрочнения стали X18H10T от величины пластической деформации

случая ориентации трещины по отношению к оси симметрии: в направлении оси симметрии и в перпендикулярном направлении.

В случае плоского напряженного состояния длина пластической зоны  $d$  в направлении развития трещины равна:

$$d_1 = r_0^p \frac{1}{2(3\alpha^2 - 2)^2} \left[ 3 \left( \frac{l_1}{\sqrt{3}} + l_2 \right) \alpha - \sqrt{9 \left( \frac{l_1}{\sqrt{3}} + l_2 \right)^2 \alpha^2 - 4(3\alpha^2 - 2)} \right]^2, \quad (13)$$

где  $l_1$  и  $l_2$  — направляющие косинусы траектории трещины относительно оси симметрии;  $r_0^p = K_1^2 / 2\sigma_{T(0)}^2 \pi$  — длина пластической зоны в исходном (недеформированном) состоянии, когда материал изотропен [9];  $\alpha = a/R$  — параметр, определяющий характер деформационного упрочнения;  $K_1$  — коэффициент интенсивности напряжений;  $\sigma_{T(0)}$  — предел текучести материала в исходном состоянии. Заметим, что при  $\alpha = 0$  из (13) следует  $d_1 = r_0^p$ .

Значения направляющих косинусов определяются по формулам [8]

$$l_1 = \frac{2\sigma_z - \sigma_\theta}{2(\sigma_z^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_z\sigma_\theta)^{1/2}}; \quad (14)$$

$$l_2 = \frac{\sqrt{3}\sigma_\theta}{2(\sigma_z^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_z\sigma_\theta)^{1/2}}.$$

При этом в случае ориентации трещины в направлении нормали к оси симметрии (тогда  $\sigma_\theta = 0$ ) имеем:  $l_1 = 1, l_2 = 0$ , при ориентации трещины в направлении оси симметрии (в этом случае  $\sigma_z = 0$ ) получим  $l_1 = -1/2, l_2 = \sqrt{3}/2$ .

Таблица 1. Характеристики материала после деформационного упрочнения

$\epsilon_{z^p}, \%$	$\sigma_{zT}, \text{МПа}$	$\sigma_{\theta T}, \text{МПа}$	$a, \text{МПа}$	$R, \text{МПа}$
0	205	195	0	163
0,3	215	195	11	163
0,5	220	200	11	169
1,1	253	225	15	191
1,6	275	240	19	204
1,8	289	245	24	212
2,5	310	260	26	219
4,1	339	295	34	253
7,1	432	350	43	310

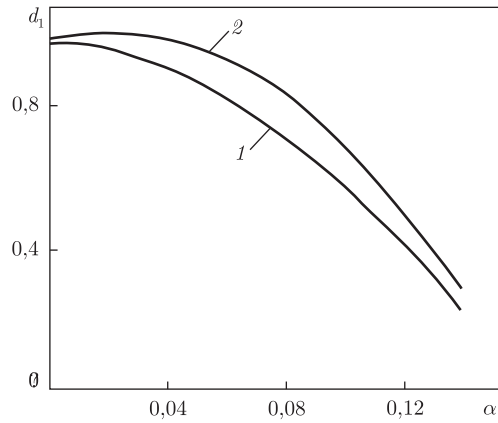


Рис. 2. Зависимость длины пластической зоны от параметра вида деформационного упрочнения при плоском напряженном состоянии

Графики зависимости относительной длины пластической зоны  $\bar{d}_1 = d_1/r_0^p$  от параметра вида деформационного упрочнения для указанных случаев ориентации трещины приведены на рис. 2 (кривые 1, 2). Как видно, в области, где преобладает кинематическая составляющая упрочнения, протяженность пластической зоны в направлении распространения трещины в обоих случаях ее ориентации максимальна и мало зависит от величины пластической деформации, достигнутой при предварительном растяжении. При переходе в область, где преобладающей является изотропная составляющая, длина пластической зоны в обоих случаях уменьшается, причем более интенсивно это происходит при ориентации трещины в направлении оси симметрии. Заметим, что аналогичная картина наблюдается в случае, когда трещина находится в условиях плоской деформации. Тогда длина пластической зоны определяется из выражения

$$d_2 = r_0^{p*} \frac{1}{[2(3\alpha^2 - 2)(1 - 2\mu)^2]^2} \left\{ 3 \left[ \sqrt{\frac{2}{3}} l_1(1 - \mu) + \sqrt{2} l_2(1 + \mu) \right] a - \sqrt{9 \left[ \sqrt{\frac{2}{3}} l_1(1 - \mu) + \sqrt{2} l_2(1 + \mu) \right]^2 a^2 - 4[(3\alpha^2 - 2)(1 - 2\mu)^2]} \right\}^2, \quad (15)$$

где  $\mu$  — коэффициент Пуассона; а  $r_0^{p*} = (K_1^2(1 - 2\mu)^2)/(2\sigma_{T(0)}^2\pi)$  — длина пластической зоны в начально изотропном материале [9].

Таким образом, установленная закономерность позволяет прогнозировать эффективную длину трещины в трансверсально-изотропном материале в зависимости от ориентации трещины относительно оси симметрии с учетом характера деформационного упрочнения материала. Следует заметить, что примененный подход, основанный на решении упругой задачи, является приближенным. Однако, как показывает сравнение результатов, полученных с его помощью, с аналогичными, основанными на решении упруго-пластической задачи [10], различие между ними невелико (не превышает 15%). Это позволяет рекомендовать указанный подход для качественной оценки эффективной длины трещины с учетом истории предшествующего пластического деформирования материала.

## Цитированная література

1. *Kaminsky A. A.* Mechanics of the delayed fracture of viscoelastic bodies with cracks: theory and experiment (Review) // *Int. Appl. Mech.* – 2014. – **50**, № 5. – P. 485–548.
2. *Irwin G. R.* Fracture. Encyclopedia of physics. – Berlin: Springer, 1958. – P. 551–590.
3. *Bastun V. N.* Correlation of a plastic zone length near the tip of a mode I crack in an orthotropic material with anisotropy parameters // *Strength of Materials.* – 1999. – **33**, No 4. – P. 351–355.
4. *Kaminsky A. A., Nizhnik S. B.* Study of the laws governing the change in the plastic zone at the crack tip and characteristics of the fracture toughness of metallic materials in relation to their structure (Survey) // *Int. Appl. Mech.* – 1995. – **31**, № 10. – P. 777–798.
5. *Kaminsky A. A., Kurchakov E. E., Gavrilo G. V.* Formation of a plastic zone in an anisotropic body under loads acting along a crack // *Int. Appl. Mech.* – 2007. – **43**, No 5. – P. 475–490.
6. *Lebedev A. A., Koval'chuk B. I., Giginyak F. F., Lamashevsky V. P.* Handbook of mechanical properties of structural materials at a complex stress state. – New York: Begell, 2000. – 500 p.
7. *Ильюшин А. А.* Пластичность. Общая математическая теория. – Москва: Изд-во АН СССР, 1963. – 272 с.
8. *Bastun V. N. and Kaminsky A. A.* Applied problems in the mechanics of strain hardening of structural metallic materials // *Int. Appl. Mech.* – 2005. – **41**, No 10. – P. 1092–1129.
9. *Broek D.* Elementary engineering fracture mechanics. – Leyden: Noordhoff, 1974. – 368 p.
10. *Шканов И. Н., Шлянников В. Н., Брауде Н. З.* // Изв. вузов. Авиаци. техника. – 1980. – № 4. – P. 98–101.

## References

1. *Kaminsky A. A.* *Int. Appl. Mech.*, 2014, **50**, No 5: 485–548.
2. *Irwin G. R.* Fracture. Encyclopedia of physics, Berlin: Springer, 1958: 551–590.
3. *Bastun V. N.* *Strength of Materials*, 1999, **33**, No 4: 351–355.
4. *Kaminsky A. A., Nizhnik S. B.* *Int. Appl. Mech.*, 1995, **31**, No 10: 777–798.
5. *Kaminsky A. A., Kurchakov E. E., Gavrilo G. V.* *Int. Appl. Mech.*, 2007, **43**, No 5: 475–490.
6. *Lebedev A. A., Koval'chuk B. I., Giginyak F. F., Lamashevsky V. P.* Handbook of mechanical properties of structural materials at a complex stress state, New York: Begell, 2000.
7. *Ильюшин А. А.* Plasticity. General mathematical theory, Moscow: Izd. AN USSR, 1963 (in Russian).
8. *Bastun V. N., Kaminsky A. A.* *Int. Appl. Mech.*, 2005, **41**, No 10: 1092–1129.
9. *Broek D.* Elementary engineering fracture mechanics, Leyden: Noordhoff, 1974.
10. *Shkanov I. N., Shlyannikov V. N., Braude N. Z.* *Izv. Vuzov. Aviatsonnaya Technika*, 1980, No 4: 98–101 (in Russian).

*Институт механіки ім. С. П. Тимошенко  
НАН України, Київ*

*Поступило в редакцію 07.04.2015*

**В. М. Бастун**

### **Про вплив характеру деформаційного зміцнення на довжину пластичної зони біля вершини тріщини в трансверсально-ізотропному матеріалі**

Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, Київ

*На прикладі тріщини нормального відриву в сталі аустенітного класу досліджено еволюцію умови пластичності, що обумовлена деформаційним зміцненням матеріалу, а також її вплив на довжину пластичної зони біля вертівки тріщини на подовженні останньої. Внаслідок деформаційного зміцнення, яке здійснюється у відповідності з гіпотезою ізотропно-кінематичного типу, матеріал став трансверсально-ізотропним. Розглянуто два ви-*

падки орієнтації тріщини відносно осі симетрії матеріалу — у напрямку цієї осі та в перпендикулярному напрямку. Показано, що в процесі пластичного деформування співвідношення між ізотропною та кінематичною складовими зміцнення не залишається постійним, а змінюється в бік підвищення частки ізотропної складової. В області, де переважає кінематична складова, протяжність пластичної зони в обох випадках орієнтації тріщини є найбільшою та мало залежить від величини пластичної деформації. При переході до області, де переважаючою є ізотропна складова, довжина пластичної зони зменшується, причому більш інтенсивно у випадку орієнтації тріщини у напрямку осі симетрії.

**Ключеві слова:** довжина пластичної зони, тріщина нормального відриву, трансверсально-ізотропний матеріал, деформаційне зміцнення.

V. N. Bastun

## On the influence of strain hardening on the length of a plastic zone near a crack tip in a transversely isotropic material

S. P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kiev

*Using, as an example, a crack of normal separation in a steel of the austenite class, the evolution of a plasticity condition, which is attributed to the strain hardening of the material, as well as its influence on the length of a plastic zone near the crack tip on crack's continuation, are studied. As a result of the strain hardening that is realized in accordance with the isotropic-kinematic-type hypothesis, the material has transformed into a transversely isotropic one. Two variants of the crack orientation with respect to the symmetry axis of the material and in the perpendicular direction are considered. It is shown that, during a plastic deformation, the relation linking isotropic and kinematic components of the hardening does not remain constant and changes in the direction of an increase in the portion of the isotropic component. In the area, where the kinematic component dominates, the length of the plastic zone in both cases of the crack orientation is maximal and depends slightly on the value of the plastic strain. In passing to the area where the isotropic component is dominant, the plastic zone length decreases with greater intensity in the case where the crack is oriented in the direction of the symmetry axis.*

**Keywords:** plastic zone length, normal separation crack, transversely isotropic material, strain hardening.