

Член-корреспондент НАН Украины **В. И. Осадчий,**
Н. Н. Осадчая, Л. А. Ковальчук, О. Я. Скриник

Украинский гидрометеорологический институт ГСЧС Украины и НАН Украины, Киев
E-mail: LeonidKovalchuk@ukr.net

Моделирование бифуркаций статистических распределений концентраций азота аммонийного в Десне

Дано объяснение стохастических бифуркаций плотности вероятности концентраций азота аммонийного в Десне, как следствие случайного совпадения двух естественных процессов: пониженного водного стока и повышенного теплового фона. Достоверность вывода составляет около 75%. Моделирование выполнено посредством стохастического дифференциального уравнения с управляющим параметром.

Ключевые слова: стохастические бифуркации, плотность вероятности, азот аммонийный, стохастическое дифференциальное уравнение.

Состояние проблемы. Восстановление естественного состояния поверхностных вод, подверженных антропогенному воздействию, требует разработки мероприятий на основе знаний природных параметров водных объектов, в частности содержания растворенных химических веществ. В этой связи был разработан метод вероятностно-статистического разделения концентрации наблюдаемых компонент на природную и антропогенную составляющую [1], применимость которого ограничена одномодальными распределениями. При многомодальности возникает вопрос, чем обусловлено появление дополнительных мод: бифуркациями внутри системы под воздействием естественных факторов или же дополнительными антропогенными источниками. На первый взгляд решение возможно в рамках теории динамических систем, где исследованы типичные стохастические дифференциальные уравнения, порождающие бифуркации при критических значениях управляющих параметров [2, 3]. Однако применение “методов познания сложного” [2], ставших основой исследования микропроцессов, сталкивается с рядом проблем при изучении стохастических макропроцессов качества вод. Прежде всего – с необходимостью восстановления процессов по историческим наблюдениям гидрохимических компонентов, затем – с созданием стохастических дифференциальных уравнений, описывающих динамику конкретных растворенных веществ с учетом возможных бифуркаций, и, наконец, – с идентификацией управляющих природных параметров.

Наша цель – выбрать среди известных дифференциальное уравнение и определить его управляющий естественный параметр, объясняющий бифуркации плотности вероятности концентраций азота аммонийного, на примере бассейна реки Десна.

Материал и методика. В основу исследования положены материалы ежедневных гидрохимических наблюдений за содержанием азота аммонийного (NH_4^+ , мг N/дм³) в замыкающем створе р. Десны с 1991 по 2003 гг.

Для исследования выбрано уравнение, называемое “трехкратным равновесием”, которое дополнено аддитивным шумом [3]:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - x^3 + \sqrt{2D}n(t), \quad (1)$$

где x – концентрация растворенного вещества (мг/дм³); t – время; α – управляющий параметр процесса; D – дисперсия процесса; $n(t)$ – нормированный гауссов белый шум.

Полагается, что уравнение (1) генерирует реализации, подобные фактически наблюдаемому временному ряду $N(\text{NH}_4^+)$. Плотность вероятности процесса получена в результате решения уравнения Фокера–Планка–Колмогорова для уравнения (1):

$$p(x) = C \exp \left\{ \frac{x^2}{4D} (2\alpha - x^2) \right\}, \quad (2)$$

где C – нормировочная константа. Если $\alpha < 0$, то распределение одномодальное, куполоподобное, если $\alpha > 0$, то распределение двухмодальное.

В основу поиска управляющего параметра процесса положена следующая гипотеза. Несмотря на то что концентрация азота аммонийного в реке зависит от множества факторов (например, сброса сточных вод, применения удобрений на площади водосбора, его зазеленности и распаханности), нами выбраны важнейшие: речной сток и тепловой фон. Двухмодальность возникает при случайной сопряженности двух явлений, а именно: низкого стока, что ограничивает поступление азота аммонийного в водоем вследствие уменьшения объема носителя, и увеличения теплового фона, что способствует интенсивной биологической трансформации аммония в нитриты путем нитрификации. В результате управляющий параметр представлен, как совместная вероятность низкого стока и повышенной температуры воздуха. Состояние стока ассоциировалось с ежемесячными отклонениями от нормы (аномалиями) расходов воды, а состояние теплового фона – с ежемесячными аномалиями температуры воздуха. Вероятности пониженных аномалий расходов воды и вероятности повышенных аномалий температур воздуха рассчитывались с помощью интегралов вероятностей соответствующих законов статистических распределений, идентифицированных с помощью обобщенного симметричного экспоненциального распределения (Generalized normal distribution: version 1) [1]. Принято, что процесс достигает точки бифуркации при вероятности $> 0,5$ пониженных аномалий расходов воды и вероятности $> 0,5$ повышенных

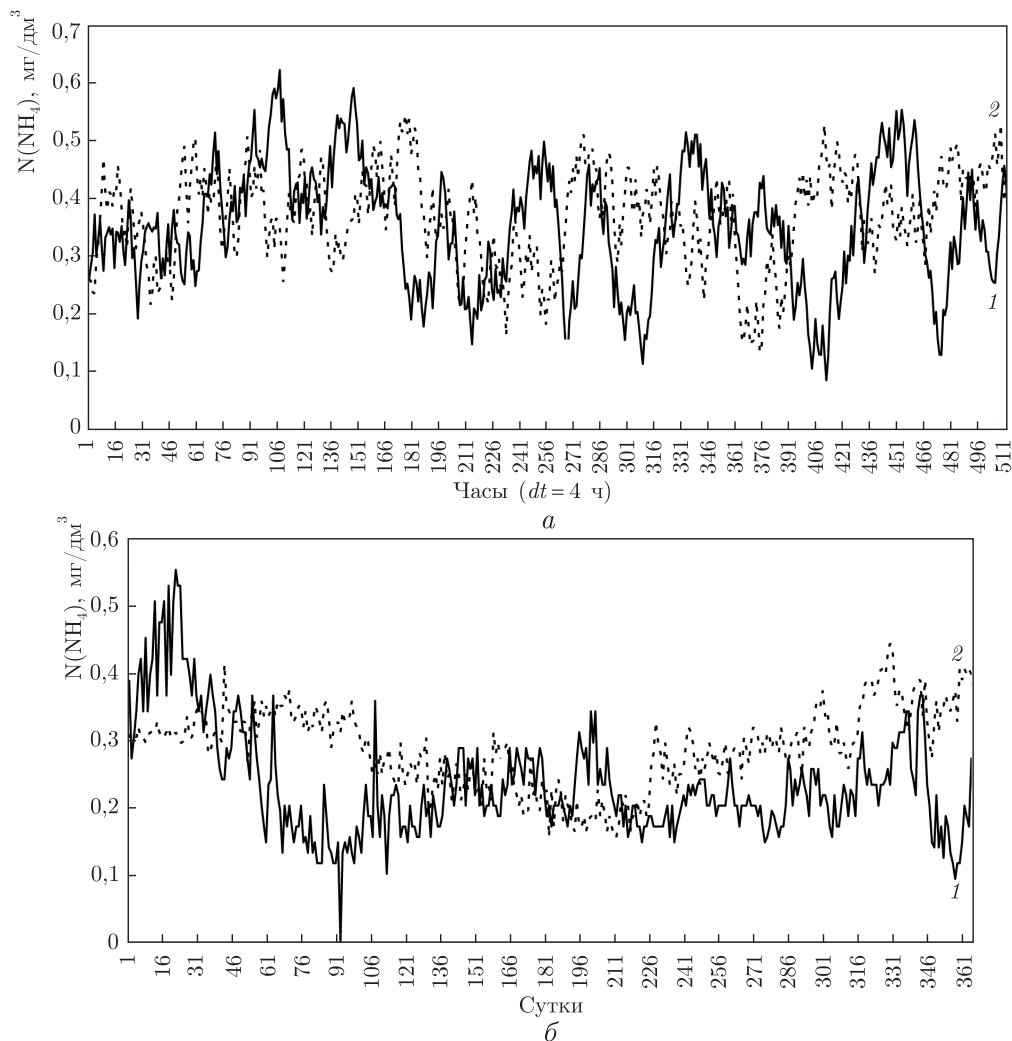


Рис. 1. Пример статистического подобию: *а* – реализаций (1, 2), полученных по модели (1), *б* – временных рядов концентраций азота аммонийного $N(NH_4)$ в 1995 г. (1) и 2002 г. (2)

аномалий температуры воздуха, т.е. при совместной вероятности $\alpha > 0,25$. Если совместная вероятность равна или меньше 0,25, то управляющий параметр α равен нулю или отрицательный, что соответствует одномодальности, если же $\alpha > 0,25$, то есть основания предполагать наличие бифуркации.

Проверка гипотезы выполнена путем сопоставления ежегодных статистических распределений концентраций азота аммонийного с ежегодными плотностями вероятностей, вычисленными посредством уравнения (2) при учете рассчитанных значений управляющего параметра.

Особо отметим, что проверка гипотезы с использованием строгих критериев в нашем случае не целесообразна, так как относительные погрешности определений расходов воды или концентраций азота аммонийного составляют 10–20 % наблюдаемой величины.

Обсуждение результатов исследований. Полученные в качестве примера с помощью модели (1) две реализации для процесса близки по нерегулярной цикличности

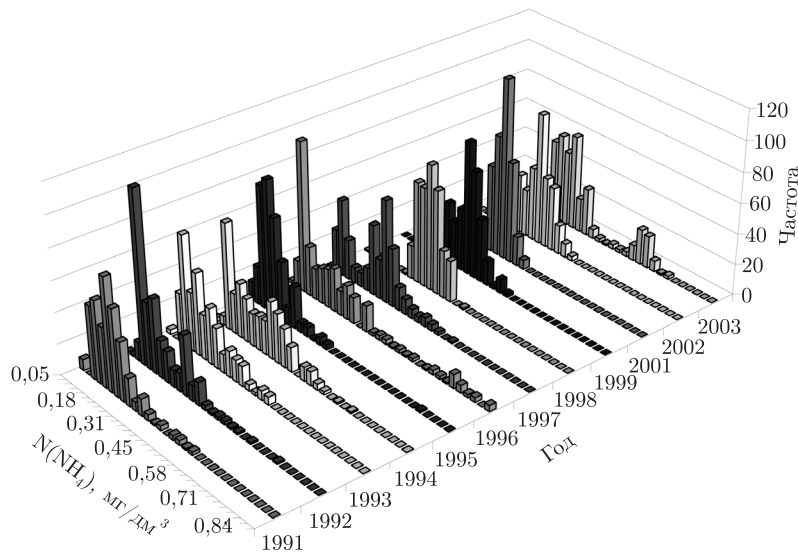


Рис. 2. Экспериментальный стохастический процесс концентраций азота аммонийного $N(NH_4)$ в Десне за период 1991–2003 гг., представленный посредством гистограмм

и амплитуде к временным рядам ежедневных концентраций азота аммонийного в 1995, 2002 гг. (рис. 1). Таких реализаций, в большей или меньшей мере похожих на фактические временные ряды концентраций с близкими статистическими параметрами, может быть бесконечное множество. Учитывая нашу цель, мы допустили, что модель (1) пригодна для моделирования бифуркаций плотности вероятностей концентраций NH_4^+ .

Вычисленные ежегодные значения управляющего параметра имели отрицательные значения в шести случаях, что соответствует отсутствию бифуркаций, и положительные значения

Таблица 1. Значения управляющего параметра стохастического дифференциального уравнения (1) и его стационарной плотности вероятности (2)

Год	Значение управляющего параметра
1991	–0,071
1992	0,217
1993	0,042
1994	–0,123
1995	–0,039
1996	0,122
1997	0,062
1998	–0,194
1999	–0,101
2001	–0,131
2002	0,140
2003	0,022

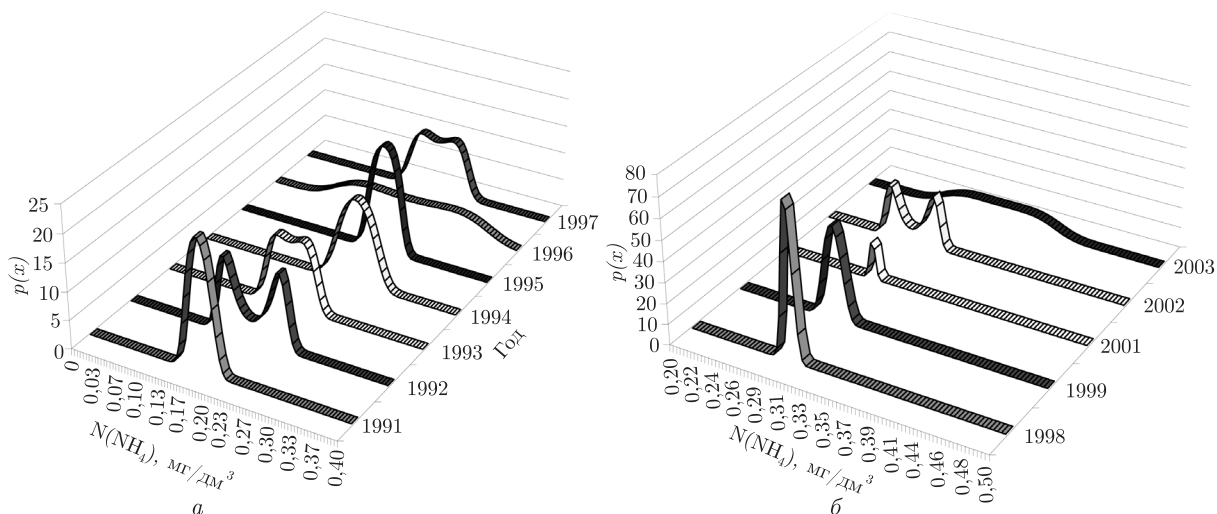


Рис. 3. Проявления бифуркаций плотности вероятностей концентраций $N(\text{NH}_4)$ в Десне, вычисленных согласно модели (2) за периоды: а – 1991–1997 гг., б – 1998–2003 гг.

также в шести случаях в 1992, 1993, 1996, 1997, 2002 и 2003 гг., когда, возможно, происходили бифуркации (табл. 1). Сопоставляя эффекты, предполагаемые по знаку управляющего параметра, со статистическими распределениями концентраций азота аммонийного по годам, можно говорить о видимом соответствии в 1991, 1992, 1993, 1995, 1996, 1997, 1998, 1999, 2001 и 2003 гг., что составляет около 75–80 % анализируемых случаев (рис. 2). Согласованность теоретических плотностей вероятностей по годам (рис. 3) и статистических распределений фактических концентраций азота аммонийного также не является полным, но близким к 75–80 %.

Таким образом, наличие двух мод в статистических распределениях концентраций азота аммонийного может быть следствием естественных процессов. В этой связи нет оснований утверждать, что дополнительные моды являются результатом антропогенных воздействий.

Цитированная литература

1. *Осадчий В. И., Ковальчук Л. А.* Теоретические основы вероятностно-статистического разделения величины показателей химического состава водных объектов на природную и антропогенную составляющие // Доп. НАН України. – 2013. – № 4. – С. 97–103.
2. *Николис Г., Пригожин И.* Познание сложного. – Москва: Мир, 1990. – 344 с.
3. *Вадивасова Т. Е., Анищенко В. С.* Стохастические бифуркации // Изв. вузов “ПНД”. – 2009. – № 5. – С. 3–16.

References

1. *Osadchii V. I., Kovalchuk L. A.* Dopov. NAN Ukraine, 2013, No 4: 97–103 (in Russian).
2. *Nicolis G., Prigogine I.* Exploring complexity, Moscow: Mir, 1990 (in Russian).
3. *Vadivasova T. E., Anishchenko V. S.* Izv. vuzov “PND”, 2009, No 5: 3–16 (in Russian)

Поступило в редакцию 21.03.2016

Член-кореспондент НАН України **В.І. Осадчий, Н.М. Осадча,
Л.А. Ковальчук, О.Я. Скриник**

Український гідрометеорологічний інститут ДСНС України і НАН України, Київ
E-mail: LeonidKovalchuk@ukr.net

Моделювання біфуркацій статистичних розподілів концентрацій азоту амонійного в Десні

Дано пояснення стохастичних біфуркацій густини ймовірності концентрацій азоту амонійного в Десні, як наслідку випадкового збігу двох природних процесів: пониженого водного стоку та підвищеного теплового фону. Достовірність висновку становить близько 75 %. Моделювання виконане за допомогою стохастичного диференціального рівняння з керувальним параметром.

Ключові слова: стохастичні біфуркації, густина ймовірності, азот амонійний, стохастичне диференціальне рівняння.

Corresponding Member of the NAS of Ukraine **V.I. Osadchiy,
N.N. Osadcha, L.A. Kovalchuk, O.Y. Skrynyk**

Ukrainian Hydrometeorological Institute of the State Emergency Service of Ukraine
and the NAS of Ukraine, Kiev
E-mail: LeonidKovalchuk@ukr.net

The modelling of bifurcations of the statistical distributions of the concentrations of ammonia nitrogen in the river Desna

Stochastic bifurcations of the probability density of the nitrogen concentration of ammonia in the river Desna are explained as a result of the accidental coincidence of two natural processes: reduced water flow and high thermal background. The reliability of the output is about 75 %. The modeling is done with a stochastic differential equation with the control parameter.

Keywords: stochastic bifurcations, probability density, ammonia nitrogen, stochastic differential equation.