

П. А. Грабовский

Одесская государственная академия строительства и архитектуры

E-mail: petergrab@ukr.net

Фильтрация воды через зернистый слой с убывающей скоростью

(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины А. Я. Олейником)

Получена математическая модель скорого водоочистного фильтра, работающего с убывающей скоростью, и разработан алгоритм численной реализации модели с помощью ПЭВМ. Произведенные расчеты показали полное соответствие их результатов физическим представлениям о процессе фильтрации с уменьшающейся скоростью.

Ключевые слова: математическая модель, скорый фильтр, численные методы, фильтрация с падающей скоростью.

Фильтрация через зернистый слой — один из самых важных технологических процессов, используемых в хозяйственно-питьевом и промышленном водоснабжении. Наиболее распространенные режимы работы скорых водоочистных фильтров: 1) фильтрация с постоянной скоростью, 2) фильтрация с убывающей скоростью.

подавляющее большинство станций очистки воды работают без регулирования скорости фильтрации. В этом режиме по мере увеличения потерь напора в загрузке растет уровень воды в фильтре, из-за чего снижается подача воды и постепенно падает скорость фильтрации. Следует отметить, что скорые фильтры, работающие в блоке, гидравлически взаимосвязаны. Поэтому фильтры с более чистой загрузкой (которые недавно были промыты) автоматически получают большую нагрузку, чем “грязные” фильтры, т. е. происходит саморегулирование работы фильтров.

К недостаткам работы фильтров с падающей скоростью авторы [1] относят возможное ухудшение качества фильтрата, особенно в начале цикла, когда скорости фильтрации максимальны. По-видимому, такой эффект может иметь место, если начальная скорость фильтрации слишком высокая. В специально поставленных опытах других авторов [2–4] было установлено, что при падающей скорости качество фильтрата не хуже, а во многих случаях даже лучше, чем при постоянной производительности.

Большинство математических описаний процесса фильтрации через зернистый слой сделано для случая постоянной скорости [5–8]. Связано это, по-видимому, с тем, что уравнения для переменной скорости намного более сложны, чем для случая $V = \text{const}$. Как будет показано ниже, это сильно ограничивает возможность получения аналитических решений. Отсутствие надежных математических описаний фильтрации с переменной скоростью затрудняет выбор основных технологических параметров фильтров — крупности зерен, высоты слоя, скорости фильтрации, продолжительности фильтроцикла. Таким образом, описание фильтрации с переменной скоростью является задачей, представляющей интерес как с теоретической, так и с практической точек зрения.

Уравнение баланса частиц взвеси в воде и в задержанном осадке имеет вид

$$m \frac{\partial C}{\partial t} + V \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \quad (1)$$

Уравнение кинетики принято по Д. М. Минцу [5], поскольку для этого уравнения¹ имеются обширный экспериментальный материал и решения, которые можно использовать как тестовые —

$$\frac{\partial C}{\partial x} = -bC + \frac{a}{V}\rho. \quad (2)$$

Пористость загрузки изменяется по глубине слоя и во времени —

$$m(x, t) = m_o - \frac{\rho(x, t)}{\gamma}. \quad (3)$$

Уравнения (1)–(3) определяют динамику осветления воды зернистым слоем. В эти уравнения входит скорость фильтрования, которая переменна во времени, т. е. $V = V(t)$. Скорость фильтрования падает из-за уменьшения пористости (см. уравнение (3)) и роста сопротивления загрузки. Гидравлический уклон в пористом слое может быть рассчитан по аддитивной формуле [9] —

$$I = 150\nu \frac{V(1-m)^2}{gd_s^2 m^3} + 1,75 \frac{(1-m)V^2}{m^3 g d_s}. \quad (4)$$

Суммарная потеря напора в слое определяется интегралом

$$h_c(t) = \int_0^L I dx. \quad (5)$$

В уравнениях (1)–(5): $C = C(x, t)$ и $\rho = \rho(x, t)$ — концентрации взвешенных веществ в воде и осадка в загрузке; x, t — пространственная и временная координаты; $m(x, t)$ — пористость загрузки; b, a — коэффициенты кинетики, определяющие соответственно интенсивность прилипания и отрыва взвешенных частиц от поверхности загрузки (или от ранее прилипших частиц); d_s — эквивалентный диаметр зерен загрузки, см; γ — массовая концентрация твердых частиц в единице объема осадка; g — ускорение свободного падения, см/с²; V — скорость фильтрования, см/с; ν — коэффициент кинетической вязкости воды, см²/с; L — высота слоя загрузки, см.

При увеличении потери напора в загрузке растет уровень воды в фильтре H , снижается подача воды в фильтр V_1 и падает скорость фильтрования V (рис. 1). Здесь приняты следующие обозначения: Z_1 и Z_2 — пьезометрические отметки в коллекторе подачи исходной воды и сбора фильтрата; H — отметка уровня воды в фильтре (H_0 — отметка уровня в начале фильтрования); S_1 — сопротивление коммуникаций, подводящих воду в фильтр; S_2 — сопротивление коммуникаций фильтрата (в том числе и дренажа); V_1 — расход воды, поступающей в фильтр.

¹Это уравнение кинетики Д. М. Минц получил с использованием предположений об однородности зерен загрузки и частиц взвеси.

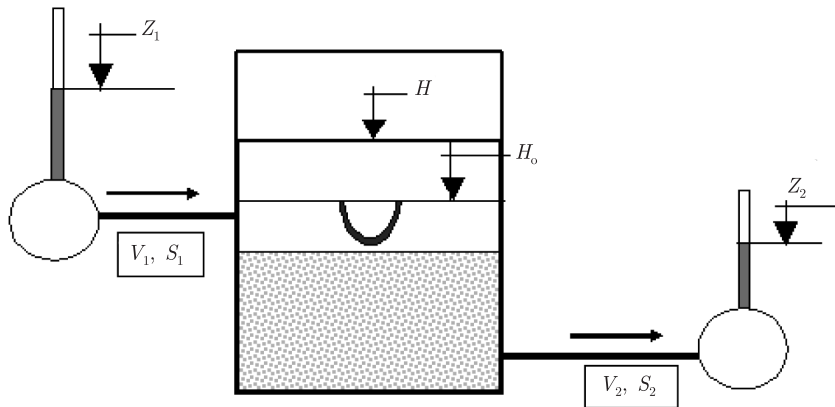


Рис. 1. Расчетная схема фильтра

Уравнение баланса поступающей и отводимой из фильтра воды можно записать так:

$$V_1 - V = \frac{dH(t)}{dt}. \quad (6)$$

Величина V_1 определяется из условия квадратичной зависимости потерь напора от скорости, откуда

$$V_1 = \left[\frac{Z_1 - H}{S_1} \right]^{0,5}. \quad (7)$$

Уровень воды в фильтре

$$H = Z_2 + h_c(t) + S_2 V^2. \quad (8)$$

Начальные и граничные условия следующие:

$$\begin{aligned} x = 0, \quad C = C_0; \quad t = 0, \quad \rho_0 = \rho_0(x), \quad H = H_0, \quad m = m_0; \\ t \rightarrow \infty, \quad \frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad C = C_0, \quad \rho = \rho_{\text{нр}}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\rho_{\text{нр}}$ — предельная насыщенность порового пространства задержанной взвесью. Последнее граничное условие означает, что при большой продолжительности фильтрования слой “зарабатывается” и перестает осветлять воду. Естественно, вначале это происходит в первых по ходу воды слоях загрузки.

Система дифференциальных, интегральных и алгебраических уравнений (1)–(8) с начальными и граничными условиями (9) является математической моделью работы скорого фильтра с переменной скоростью фильтрования. Однако сложность этой системы не дает оснований надеяться на получение аналитических решений. Единственный выход — использование численных методов.

Представим уравнения в конечно-разностной форме, при этом, как показано во многих работах, первым членом уравнения (1) можно пренебречь (его значение не превышает 1% остальных членов). Таким образом:

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta t} = -V \frac{\Delta C}{\Delta x}, \quad (1')$$

$$\frac{\Delta C}{\Delta x} = -bC + \frac{a}{V}\rho. \quad (2')$$

Из (1') и (2') получаем рекуррентные соотношения для расчета ρ и C :

$$\rho_{i,j+1} = \rho_{ij} - V_{j+1} \frac{\Delta t}{\Delta x} (C_{i-1,j} - C_{ij}), \quad (10)$$

$$C_{i+1,j} = C_{ij} + \Delta x \left(-bC_{ij} + \frac{a}{V_j} \rho_{ij} \right), \quad (11)$$

где Δx и Δt — шаг счета по глубине слоя и во времени; i — номер слоя по глубине; j — номер “временного” слоя.

Потеря напора в слое, исходя из уравнения (5)

$$h_c = \Delta x \sum_0^L I(x, t) \quad (12)$$

Изменение уровня воды в фильтре рассчитывается по соотношению, получаемому из (6) — $V_1 - V = \Delta H(t)/\Delta t$, откуда

$$H_{j+1} = H_j + \Delta t(V_{1j} - V_j). \quad (13)$$

Подача воды в фильтр и скорость фильтрования определяются по формулам, следующим из (7) и (8):

$$V_{1j} = \left[\frac{Z_1 - H_j}{S_1} \right]^{0,5}, \quad (14)$$

$$V_{j+1} = \sqrt{\frac{H_j - Z_2 - h_{cj}}{S_2}}. \quad (15)$$

Потеря напора в элементарном слое толщиной Δx

$$h_{ij} = \Delta x F(V_j, m_{ij}), \quad (16)$$

где F — правая часть в формуле (4).

При разработке методики расчетов использована технология послойно-повременного счета, апробированная на задаче фильтрования с постоянной скорости [10]. Разработан алгоритм расчетов, реализованный с помощью программы Microsoft Excel. При этом для повышения точности расчетов шаг счета Δt программно меняется. Произведены расчеты, показавшие полное соответствие их результатов физическим представлениям о процессах, происходящих при фильтровании с падающей скоростью. В качестве примера на рис. 2 показана динамика изменения скорости фильтрования (V), потерь напора в загрузке (h) и уровня воды в фильтре (H). Здесь видно, что в начале фильтрования уровень воды в фильтре и потери напора в загрузке быстро возрастают, а затем прирост их замедляется. Скорость фильтрования также быстро растет, а затем, достигнув максимума, медленно убывает. Объясняется это тем, что вначале отметка уровня в фильтре низкая (она соответствует отметке кромки желобов). Поэтому скорость подачи воды в фильтр большая

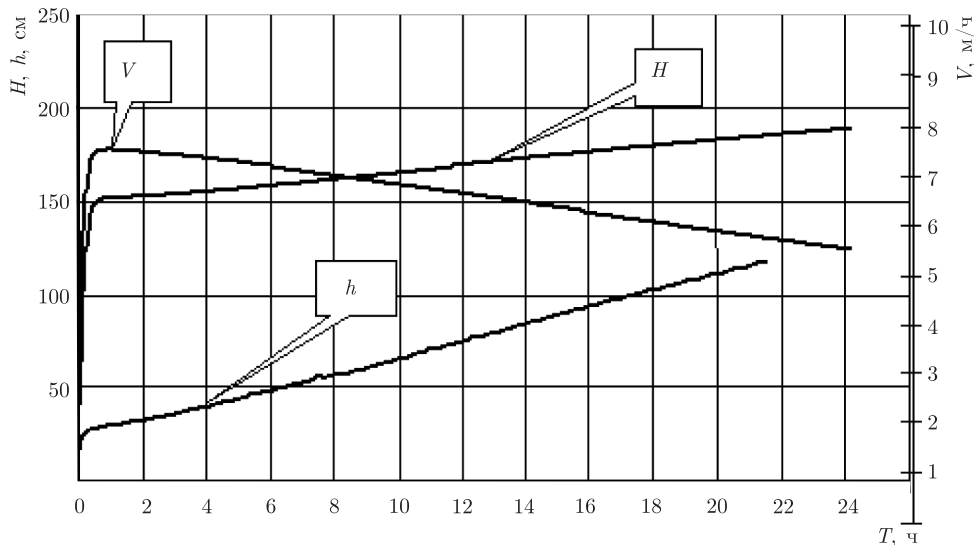


Рис. 2. Динамика фильтрования

(перепад $Z_1 - H_0$ большой), а скорость фильтрования низкая, в результате чего фильтр быстро наполняется.

Полученная модель и алгоритм ее реализации позволяют решать задачу фильтрования, как с переменной, так и с постоянной скоростью, учитывать остаточные загрязнения загрузки после промывки, задавать произвольное распределение крупности зерен по высоте слоя, а также дают ряд других возможностей. Создан метод определения коэффициентов кинетики a , b и γ в уравнениях (2) и (3) [11].

Таким образом, полученная математическая модель скорого водоочистного фильтра, работающего с падающей скоростью, и разработанный алгоритм численной ее реализации показали полное соответствие результатов расчетов физическим представлениям о процессах фильтрования с падающей скоростью. Адекватность модели проверена опытным путем.

Цитированная литература

1. Клячко В. А., Апелъцин И. Э. Очистка природных вод. – Москва: Стройиздат, 1971. – 579 с.
2. Hudson H. E. Declining rate filtration // JAWWA. – 1959. – 51, No 11. – P. 42–50.
3. Cleasby J. L. Water filtration through deep granular media // Public Works. – 1970. – No 6. – P. 36–45.
4. Сысоев М. Н., Казакова Л. П., Богданова С. И., Круглов Л. С. Работа фильтрующих сооружений с переменной скоростью // Водоснабжение и санитарная техника. – 1968. – № 2. – С. 15–19.
5. Минц Д. М. Теоретические основы технологии очистки воды. – Москва: Стройиздат, 1964. – 156 с.
6. Венецианов Е. В., Рубинштейн Р. Н. Динамика сорбции из жидких сред. – Москва: Наука, 1983. – 237 с.
7. Олейник А. Я., Тугай А. М. Моделирование процессов кольматажа и суффозии в прифильтровой зоне скважины // Доп. НАН України. – 2001. – № 9. – С. 190–194.
8. Поляков В. Л. О фильтровании суспензий при заданном напоре // Доп. НАН України. – 2005. – № 4. – С. 48–54.
9. Аэров М. Э., Тодес О. М., Наринский Д. А. Аппараты со стационарным зернистым слоем. – Ленинград: Химия, 1979. – 176 с.
10. Грабовський П. О., Гурінчик Н. О. Чисельна реалізація математичної моделі фільтрування // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки. – 2005. – Вип. 6. – С. 4–13.

11. *Гуринчик Н. А.* Методика определения коэффициентов кинетики процесса фильтрования через зернистую загрузку // Вісн. нац. ун-ту водного господарства та природокористування, ч. 2. – 2009. – Вип. 4. – С. 429–434.

References

1. *Klyachko V. A., Apeltsin I. E.* Natural water purification, Moscow: Stroyizdat, 1971 (in Russian).
2. *Hudson H. E.* JAWWA, 1959, **51**, No 11: 42–50.
3. *Cleasby J. L.* Public Works, 1970, No 6: 36–45.
4. *Sysoev M. N., Kazakova L. P., Bogdanov S. I., Kruglov L. S.* Water supply and sanitary engineering, 1968, No 2: 15–19 (in Russian).
5. *Mints D. M.* Theoretical basis of water treatment technology, Moscow: Stroyizdat 1964 (in Russian).
6. *Venetsianov E., Rubinstein R. N.* Sorption dynamics of liquid media, Moscow: Nauka, 1983 (in Russian).
7. *Oleynik A. Y., Tugay A. M.* Dopov. NAN Ukraine, 2001, No 9: 190–194 (in Ukrainian).
8. *Polyakov V. L.* Dopov. NAN Ukraine, 2005, No 4: 48–54 (in Ukrainian).
9. *Aerov M. E., Todes O. M., Narinsky D. A.* Devices with a stationary granular layer, Leningrad: Chemistry, 1979 (in Russian).
10. *Grabovsky P. O., Gurinichik N. A.* Problems water, sanitation and hydraulics and hydraulics, 2005, Iss. 6: 4–13 (in Ukrainian).
11. *Gurinichik N. A.* Visnyk of National University of Environmental and Water Economy. Part 2, 2009, Iss. 4: 429–434 (in Russian).

Поступило в редакцію 06.01.2106

П. О. Грабовський

Одеська державна академія будівництва і архітектури

E-mail: petergrab@ukr.net

Фільтрування води через зернистий шар зі спадною швидкістю

Отримана математична модель швидкого водоочисного фільтра, що працює зі спадною швидкістю, та розроблено алгоритм чисельної реалізації моделі за допомогою ПЕОМ. Зроблені розрахунки показали повну відповідність їх результатів фізичним уявленням про процес фільтрування зі спадною швидкістю.

Ключові слова: математична модель, швидкий фільтр, чисельні методи, фільтрування зі спадною швидкістю.

P. A. Grabovsky

Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture

E-mail: petergrab@ukr.net

Water filtration through a grainy layer with decreasing rate

A mathematical model of the rapid filter working with decreasing speed is got, and the algorithm of numeral realization of the model by PC is developed. The computations show the complete accordance of the results to the physical ideas of the process.

Keywords: mathematical model, rapid filters, numerical methods, filtering with falling speed.