http://dx.doi.org/10.15407/dopovidi2016.07.014

УДК 510.22 + 51-71 + 517.983

Я. І. Грушка

Інститут математики НАН України, Київ

E-mail: grushka@imath.kiev.ua

Про часонезворотність універсальних кінематик

(Представлено членом-кореспондентом НАН України М. Л. Горбачуком)

Спираючись на розвинутий в останні роки математичний апарат теорії кінематичних мінливих множин, доведено, що гіпотеза про існування матеріальних об'єктів та інерційних систем відліку, що рухаються з надсвітловими швидкостями, взагалі кажучи, не приводить до порушення принципу причинності, тобто до можливості повернення у власне минуле. Даний результат отримано як наслідок з абстрактної теореми про неповернення, яка дає достатню ознаку часової незворотності для універсальних кінематичних множин.

Ключові слова: теорія кінематичних мінливих множин, інерційні системи відліку.

1. Про постановку задачі. Тематика побудови теорії надсвітлового руху була започаткована в роботах [1, 2] понад 50 років тому. І, хоч тахіони (тобто об'єкти, які рухаються зі швидкістю, більшою за швидкість світла) на сьогодні експериментально не виявлені, дана тематика залишається актуальною.

Загальновідомо, що в середовищі фізиків поширена думка про те, що гіпотеза про існування тахіонів приводить до часових парадоксів, пов'язаних з наявністю теоретичної можливості змінити власне минуле. Умови виникнення подібних часових парадоксів детально проаналізовані в роботі [3]. На жаль, в роботі [3] дозволеним є лише надсвітловий рух для частинок або сигналів, а надсвітловий рух для систем відліку — заборонений. Ця обставина не дає можливості прив'язати до тахіонової частинки власну систему відліку і власний час, а отже, коректно визначити справжній напрямок її руху. В роботі [4] для тахіонових частинок аксіоматично вводяться власні системи відліку у випадку, коли простір геометричних змінних є одновимірним, а у випадку більшої розмірності простору геометричних змінних до тахіонових частинок прив'язується лише власний час. Такий підхід дає можливість коректніше визначити справжній напрямок руху тахіонової частинки, а отже, отримати більш точні результати. Зокрема, в роботі [4] показано, що гіпотеза про існування матеріальних об'єктів, що рухаються з надсвітловими швидкостями, взагалі кажучи, не приводить до можливості повернення у власне минуле. Слід зауважити, що в цій роботі надсвітлові системи відліку вводяться лише для випадку, коли простір геометричних змінних є одновимірним, тоді як у роботах E. Recami (див. [5]), а пізніше в роботі J. Hill, B. Cox [6] були отримані узагальнені перетворення Лоренца для систем відліку, що рухаються із швидкістю, більшою за швидкість світла, для випадку тривимірного простору геометричних змінних. У роботі [7] було показано, що зазначені вище узагальнені перетворення Лоренца в сенсі E. Recami легко можна перенести на випадок довільної (зокрема нескінченної) розмірності простору геометричних змінних, а в роботі [8] на основі перетворень з [7] побудовано математично строгі моделі кінематик, які дозволяють надсвітловий рух не лише для частинок, але і для інерційних систем відліку. Отже, тахіонові кінематики в сенсі E. Recami є цілком математично строгими об'єктами. Але у зв'язку зі сказаним вище ці кінематики неможливо проаналізувати на часонезворотність (тобто відсутність можливості повернення у власне минуле), використовуючи результати роботи [4]. Саме тому в даній роботі для розв'язання поставленої задачі побудовано більш загальний математичний апарат, ніж у роботі [4], завдяки якому встановлено достатні ознаки часозворотності та часонезворотності для універсальних кінематик. З використанням цих ознак показано, що всі тахіонові кінематики, побудовані в роботі [8], є (умовно) часозворотними, а також доведено існування (безумовно) часонезворотної універсальної тахіонової кінематики, побудованої на основі узагальнених перетворень Лоренца в сенсі E. Recami, яка дозволяє для систем відліку рух з довільною швидкістю, відмінною від швидкості світла.

2. Елементарно-часові стани і мінливі системи чітко видимих мінливих та кінематичних множин. У даній роботі використовується математичний апарат, система понять та система позначень теорій мінливих множин, кінематичних множин та універсальних кінематик, розвинених у роботах [8–10] та ін. Множину $\mathcal{Z}$ будемо називати об'єктом ***типу чітко видимої мінливої множини*** (скорочено — ***чітко видимим об'єктом*** (***чв-об'єктом***)), якщо $\mathcal{Z}$ є чітко видимою мінливою множиною або чітко видимою кінематичною множиною чи універсальною кінематикою.

Означення 1. Нехай $\mathcal{Z}$ — довільний чв-об'єкт, $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$ — довільна система відліку $\mathcal{Z}$ і $\omega \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l})$ — довільний елементарно-часовий стан у системі відліку $\mathfrak{l}$. Множину

$$\omega^{\{\mathfrak{l},\mathcal{Z}\}} = \{(\mathfrak{m}, \langle !\mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l} \rangle \omega) \mid \mathfrak{m} \in \mathcal{L}k\mathcal{Z}\}$$

(де (x, y) — упорядкована пара, складена з x і y) будемо називати *елементарно-часовим станом чв-об'єкта* $\mathcal{Z}$, породженим ω у системі відліку $\mathfrak{l}$.

Зауваження 1. У випадку, коли наперед відомо, про який чв-об'єкт йде мова, замість позначення $\omega^{\{\mathfrak{l},\mathcal{Z}\}}$ будемо використовувати позначення $\omega^{\{\mathfrak{l}\}}$.

Твердження 1. *Нехай $\mathcal{Z}$ — довільний чв-об'єкт. Тоді множина*

$$\mathbb{B}\mathfrak{s}[\mathfrak{l}, \mathcal{Z}] = \{\omega^{\{\mathfrak{l},\mathcal{Z}\}} \mid \omega \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l})\} \tag{1}$$

не залежить від системи відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$ (тобто $\forall \mathfrak{l}, \mathfrak{m} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})\ \mathbb{B}\mathfrak{s}[\mathfrak{l}, \mathcal{Z}] = \mathbb{B}\mathfrak{s}[\mathfrak{m}, \mathcal{Z}]$).

Означення 2. Нехай $\mathcal{Z}$ — довільний чв-об'єкт.

1. Множину $\mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{Z}) = \mathbb{B}\mathfrak{s}[\mathfrak{l}, \mathcal{Z}]$ $(\forall \mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z}))$ будемо називати множиною елементарно-часових станів $\mathcal{Z}$.

2. Будь-яку підмножину $\widehat{\mathbf{A}} \subseteq \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{Z})$ будемо називати (загальною) мінливою системою $\mathcal{Z}$.

Твердження 2. *Нехай $\mathcal{Z}$ — довільний чв-об'єкт і $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$. Тоді для довільного елемента $\hat{\omega} \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{Z})$ існує, причому єдиний, елемент $\omega_0 \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l})$ такий, що $\hat{\omega} = \omega_0^{\{\mathfrak{l}\}}$.*

Означення 3. Нехай $\mathcal{Z}$ — довільний чв-об'єкт $\hat{\omega} \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{Z})$ і $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$. Елементарно-часовий стан $\omega \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l})$ будемо називати *образом* елементарно-часового стану $\hat{\omega}$ *в системі відліку* $\mathfrak{l}$, якщо $\hat{\omega} = \omega^{\{\mathfrak{l}\}}$.

Згідно з твердженням 2, довільний елементарно-часовий стан $\hat{\omega} \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{Z})$ у довільній системі відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$ має, причому лише один, образ. Образ елементарно-часового стану $\hat{\omega} \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{Z})$ у системі відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$ будемо позначати через $\hat{\omega}_{\{\mathfrak{l},\mathcal{Z}\}}$ (або через $\hat{\omega}_{\{\mathfrak{l}\}}$ у тих випадках, коли наперед відомо, про який чв-об'єкт $\mathcal{Z}$ йде мова).

Таким чином, згідно з означенням 3, для довільного $\hat{\omega} \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{Z})$ справедлива рівність

$$\left(\hat{\omega}_{\{\mathfrak{l}\}}\right)^{\{\mathfrak{l}\}} = \hat{\omega}. \tag{2}$$

З іншого боку, для довільної системи відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$ і довільного елементарно-часового стану $\omega \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l})$, поклавши $\hat{\omega} := \omega^{\{\mathfrak{l}\}}$, за означенням 3 маємо $\omega = \hat{\omega}_{\{\mathfrak{l}\}}$, тобто

$$\left(\omega^{\{\mathfrak{l}\}}\right)_{\{\mathfrak{l}\}} = \omega \qquad (\forall \mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})\ \forall \omega \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l})). \tag{3}$$

З рівностей (2) і (3) отримуємо такий наслідок:

Наслідок 1. *Нехай $\mathcal{Z}$ — довільний чв-об'єкт і $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$. Тоді:*

1. Відображення $(\cdot)^{\{\mathfrak{l}\}}$ є бієкцією з $\mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l})$ на $\mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{Z})$.

2. Відображення $(\cdot)_{\{\mathfrak{l}\}}$ є бієкцією з $\mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{Z})$ на $\mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l})$.

3. Відображення $(\cdot)_{\{\mathfrak{l}\}}$ обернене до відображення $(\cdot)^{\{\mathfrak{l}\}}$.

Нехай $\mathcal{Z}$ — довільний чв-об'єкт. *Образом мінливої системи* $\widehat{\mathbf{A}} \subseteq \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{Z})$ у системі відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$ будемо називати множину $\widehat{\mathbf{A}}^{\{\mathfrak{l},\mathcal{Z}\}} = \{\hat{\omega}_{\{\mathfrak{l},\mathcal{Z}\}} \mid \hat{\omega} \in \widehat{\mathbf{A}}\}$.

Будь-яка мінлива система $A \subseteq \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l})$ у системі відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$ породжує (загальну) мінливу систему $A^{\{\mathfrak{l},\mathcal{Z}\}} := \{\omega^{\{\mathfrak{l},\mathcal{Z}\}} \mid \omega \in A\}$.

Зауваження 2. У тих випадках, коли наперед відомо, про який чв-об'єкт йде мова, замість позначень $\widehat{\mathbf{A}}_{\{\mathfrak{l},\mathcal{Z}\}}$ і $A^{\{\mathfrak{l},\mathcal{Z}\}}$ будемо використовувати позначення $\widehat{\mathbf{A}}_{\{\mathfrak{l}\}}$ і $A^{\{\mathfrak{l}\}}$ відповідно.

Використовуючи рівності (2) і (3), для довільних чв-об'єкта $\mathcal{Z}$, системи відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$ і мінливих систем $\widehat{\mathbf{A}} \subseteq \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{Z})$ та $A \subseteq \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l})$ отримуємо рівності $(\widehat{\mathbf{A}}_{\{\mathfrak{l}\}})^{\{\mathfrak{l}\}} = \widehat{\mathbf{A}}$ і $(A^{\{\mathfrak{l}\}})_{\{\mathfrak{l}\}} = A$.

3. Ланцюгові шляхи універсальних кінематик і теорема про неповернення.

Означення 4. Нехай $\mathcal{Z}$ — довільний чв-об'єкт. Мінливу систему $\widehat{\mathbf{A}} \subseteq \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{Z})$ будемо називати *кусково-ланцюговою*, якщо існують послідовності мінливих систем $\widehat{\mathbf{A}}_1, \ldots, \widehat{\mathbf{A}}_n \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{Z})$ і систем відліку $\mathfrak{l}_1, \ldots, \mathfrak{l}_n \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$ $(n \in \mathbb{N})$ такі, що:

(а) $(\widehat{\mathbf{A}}_k)_{\{\mathfrak{l}_k\}} \in \mathbb{L}l(\mathfrak{l}_k)$ $(\forall k \in \overline{1,n})$ [1], де означення множини $\mathbb{L}l(\mathfrak{l}_k) = \mathbb{L}l((\mathfrak{l}_k)\hat{\ })$ можна знайти в [10, стор. 29];

(б) $\bigcup\limits_{k=1}^{n} \widehat{\mathbf{A}}_k = \widehat{\mathbf{A}}$,

і при цьому у випадку $n \geqslant 2$ виконуються такі додаткові умови:

(в) $\widehat{\mathbf{A}}_k \bigcap \widehat{\mathbf{A}}_{k+1} \neq \varnothing$ $(\forall k \in \overline{1,n-1})$;

(г) для довільного $k \in \overline{1,n-1}$ і для довільних $\omega_1 \in (\widehat{\mathbf{A}}_k \setminus \widehat{\mathbf{A}}_{k+1})_{\{\mathfrak{l}_k\}}$ і $\omega_2 \in (\widehat{\mathbf{A}}_k \bigcap \widehat{\mathbf{A}}_{k+1})_{\{\mathfrak{l}_k\}}$ виконується нерівність $\mathsf{tm}(\omega_1) <_{\mathfrak{l}_k} \mathsf{tm}(\omega_2)$;

(д) для довільного $k \in \overline{2,n}$ і для довільних $\omega_1 \in (\widehat{\mathbf{A}}_{k-1} \bigcap \widehat{\mathbf{A}}_k)_{\{\mathfrak{l}_k\}}$ і $\omega_2 \in (\widehat{\mathbf{A}}_k \setminus \widehat{\mathbf{A}}_{k-1})_{\{\mathfrak{l}_k\}}$ виконується нерівність $\mathsf{tm}(\omega_1) <_{\mathfrak{l}_k} \mathsf{tm}(\omega_2)$.

При цьому упорядкований набір з $n+1$ елементів виду $\mathscr{A} = (\widehat{\mathbf{A}}, (\widehat{\mathbf{A}}_1, \mathfrak{l}_1), \ldots (\widehat{\mathbf{A}}_n, \mathfrak{l}_n))$ будемо називати *ланцюговим шляхом* чв-об'єкта $\mathcal{Z}$.

Означення 5. Нехай $\mathfrak{C}$ — довільна кінематична множина або універсальна кінематика.

(а) Мінливу систему $A \subseteq \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l})$ будемо називати *геометрично стаціонарною* в системі відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C})$, якщо $A \in \mathbb{L}l(\mathfrak{l})$ і для довільних $\omega_1,\ \omega_2 \in A$ виконується рівність $\mathsf{bs}(\mathbf{Q}^{<\mathfrak{l}>}(\omega_1)) = \mathsf{bs}(\mathbf{Q}^{<\mathfrak{l}>}(\omega_2))$.

(б) Множину всіх геометрично стаціонарних мінливих систем у системі відліку $\mathfrak{l}$ будемо позначати через $\mathbb{L}g(\mathfrak{l},\mathfrak{C})$. У тих випадках, коли наперед відомо, про яку кінематичну множину або універсальну кінематику $\mathfrak{C}$ йде мова, будемо використовувати позначення $\mathbb{L}g(\mathfrak{l})$.

[1] Надалі через $\overline{m,n}$ $(m,\ n \in \mathbb{N},\ m \leqslant n)$ будемо позначати множину $\overline{m,n} = \{m, \ldots, n\}$.

(в) ланцюговий шлях $\mathscr{A} = (\widehat{\mathbf{A}}, (\widehat{\mathbf{A}}_1, \mathfrak{l}_1), \ldots, (\widehat{\mathbf{A}}_n, \mathfrak{l}_n))$ в $\mathfrak{C}$ $(n \in \mathbb{N})$ будемо називати *кусково геометрично стаціонарним*, якщо $\forall k \in \overline{1,n}$ $(\widehat{\mathbf{A}}_k)_{\{\mathfrak{l}_k\}} \in \mathbb{L}g(\mathfrak{l}_k)$.

З фізичної точки зору кусково геометрично стаціонарний шлях можна трактувати, як процес "мандрів" спостерігача (або якоїсь матеріальної частинки), що рухається, "перескакуючи" скінченну кількість разів з однієї системи відліку в іншу.

Означення 6. Нехай $\mathcal{Z}$ — довільний чв-об'єкт і $\mathscr{A} = (\widehat{\mathbf{A}}, (\widehat{\mathbf{A}}_1, \mathfrak{l}_1), \ldots, (\widehat{\mathbf{A}}_n, \mathfrak{l}_n))$ — довільний ланцюговий шлях в $\mathcal{Z}$.

1. Елемент $\hat{\omega}_s \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{Z})$ будемо називати *початковим* елементом шляху $\mathscr{A}$, якщо $\hat{\omega}_s \in \widehat{\mathbf{A}}_1$ і для довільного $\hat{\omega} \in \widehat{\mathbf{A}}_1$ справедлива нерівність $\mathsf{tm}((\hat{\omega}_s)_{\{\mathfrak{l}_1\}}) \leqslant_{\mathfrak{l}_1} \mathsf{tm}(\hat{\omega}_{\{\mathfrak{l}_1\}})$.

2. Елемент $\hat{\omega}_f \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{Z})$ будемо називати *кінцевим* елементом шляху $\mathscr{A}$, якщо $\hat{\omega}_f \in \widehat{\mathbf{A}}_n$ і для довільного $\hat{\omega} \in \widehat{\mathbf{A}}_n$ справедлива нерівність $\mathsf{tm}(\hat{\omega}_{\{\mathfrak{l}_n\}}) \leqslant_{\mathfrak{l}_n} \mathsf{tm}((\hat{\omega}_f)_{\{\mathfrak{l}_n\}})$.

3. Ланцюговий шлях, що має (хоча б один) початковий і (хоча б один) кінцевий елемент, будемо називати *замкнутим*.

Твердження 3. *Будь-який ланцюговий шлях $\mathscr{A}$ довільного чв-об'єкта $\mathcal{Z}$ може мати не більш ніж один початковий і не більш ніж один кінцевий елемент.*

Початковий елемент ланцюгового шляху $\mathscr{A}$ чв-об'єкта $\mathcal{Z}$ будемо позначати через $\mathsf{po}(\mathscr{A}, \mathcal{Z})$, або через $\mathsf{po}(\mathscr{A})$. Кінцевий елемент ланцюгового шляху $\mathscr{A}$ будемо позначати через $\mathsf{ki}(\mathscr{A}, \mathcal{Z})$, або через $\mathsf{ki}(\mathscr{A})$. При цьому позначення $\mathsf{po}(\mathscr{A})$ і $\mathsf{ki}(\mathscr{A})$ використовуються у випадках, коли це не викликає непорозумінь. Таким чином, для довільного замкнутого ланцюгового шляху $\mathscr{A}$ завжди існує $\mathsf{po}(\mathscr{A})$ і $\mathsf{ki}(\mathscr{A})$.

Означення 7. Замкнутий ланцюговий шлях $\mathscr{A}$ чітко видимої кінематичної множини або універсальної кінематики $\mathfrak{C}$ будемо називати *геометрично циклічним* в системі відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C})$, якщо $\mathsf{bs}(\mathbf{Q}^{\langle \mathfrak{l} \rangle}(\mathsf{po}(\mathscr{A})_{\{\mathfrak{l}\}})) = \mathsf{bs}(\mathbf{Q}^{\langle \mathfrak{l} \rangle}(\mathsf{ki}(\mathscr{A})_{\{\mathfrak{l}\}}))$.

Означення 8. Нехай $\mathcal{F}$ — універсальна кінематика.

1. Будемо говорити, що система відліку $\mathfrak{m} \in \mathcal{L}k(\mathcal{F})$ є *частододатною* в $\mathcal{F}$ відносно системи відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{F})$ (позначення $\mathfrak{m} \Uparrow^{+}_{\mathcal{F}} \mathfrak{l}$), якщо для довільних $\mathrm{w}_1, \mathrm{w}_2 \in \mathbb{M}k(\mathfrak{l})$ з умов $\mathsf{bs}(\mathrm{w}_1) = \mathsf{bs}(\mathrm{w}_2)$ і $\mathsf{tm}(\mathrm{w}_1) <_{\mathfrak{l}} \mathsf{tm}(\mathrm{w}_2)$ випливає нерівність $\mathsf{tm}([\mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l}]\mathrm{w}_1) <_{\mathfrak{m}} \mathsf{tm}([\mathfrak{m} \leftarrow$ $\leftarrow \mathfrak{l}]\mathrm{w}_2)$.

2. Будемо говорити, що система відліку $\mathfrak{m} \in \mathcal{L}k(\mathcal{F})$ є *часовід'ємною* в $\mathcal{F}$ відносно системи відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{F})$ (позначення $\mathfrak{m} \Downarrow^{-}_{\mathcal{F}} \mathfrak{l}$), якщо для довільних w_1, $\mathrm{w}_2 \in \mathbb{M}k(\mathfrak{l})$ з умов $\mathsf{bs}(\mathrm{w}_1) =$ $= \mathsf{bs}(\mathrm{w}_2)$ і $\mathsf{tm}(\mathrm{w}_1) <_{\mathfrak{l}} \mathsf{tm}(\mathrm{w}_2)$ випливає нерівність $\mathsf{tm}([\mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l}]\mathrm{w}_1) >_{\mathfrak{m}} \mathsf{tm}([\mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l}]\mathrm{w}_2)$.

3. Універсальну кінематику $\mathcal{F}$ будемо називати *слабко часопозитивною*, якщо існує хоч одна система відліку $\mathfrak{l}_0 \in \mathcal{L}k(\mathcal{F})$ така, що для довільної системи відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{F})$ має місце співвідношення $\mathfrak{l}_0 \Uparrow^{+}_{\mathcal{F}} \mathfrak{l}$.

Зауваження 3. Крім слабкої часопозитивності можна ввести також іншу (сильнішу) форму часопозитивності. Універсальну кінематику $\mathcal{F}$ будемо називати *часопозитивною*, якщо для довільних систем відліку $\mathfrak{l}$, $\mathfrak{m} \in \mathcal{L}k(\mathcal{F})$ має місце співвідношення $\mathfrak{l} \Uparrow^{+}_{\mathcal{F}} \mathfrak{m}$. Неважко довести, що довільна кінематика виду $\mathcal{F} = \mathfrak{UP}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$, введена в [8], яка пов'язана із (класичною) спеціальною теорією відносності, є часопозитивною.

Означення 9. Універсальну кінематику $\mathcal{F}$ будемо називати *часонезворотною*, якщо для довільної системи відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{F})$ і для довільного геометрично циклічного відносно $\mathfrak{l}$ кусково геометрично стаціонарного в $\mathcal{F}$ ланцюгового шляху $\mathscr{A}$ справедлива нерівність $\mathsf{tm}(\mathsf{po}(\mathscr{A})_{\{\mathfrak{l}\}}) \leqslant_{\mathfrak{l}} \mathsf{tm}(\mathsf{ki}(\mathscr{A})_{\{\mathfrak{l}\}})$.

Універсальну кінематику $\mathcal{F}$ будемо називати *часозворотною*, якщо вона не є часонезворотною.

Фізичний зміст поняття часонезворотної кінематики полягає в тому, що в таких кінематиках неможливі "часові парадокси", тобто немає потенційної можливості вплинути на власне минуле, "мандруючи" між ситемами відліку. Навпаки, в часозворотних кінематиках існує потенційна можливість "прийти" на початок власного шляху у минулому часі, а отже, і змінити власне минуле. Теорема про неповернення, що наводиться нижче, дає достатню ознаку часонезворотності для універсальної кінематики.

Теорема 1. *Будь-яка слабко часопозитивна універсальна кінематика $\mathcal{F}$ є часонезворотною.*

Нагадаємо, що в роботі [11, означення 6] було введено поняття еквівалентних відносно перетворень координат універсальних кінематик $\mathcal{F}_1$ і $\mathcal{F}_2$ ($\mathcal{F}_1[\equiv]\mathcal{F}_2$).

Означення 10. Будемо говорити, що універсальна кінематика $\mathcal{F}$ є *безумовно часонезворотною*, якщо часонезворотною є довільна кінематика $\mathcal{F}_1$ така, що $\mathcal{F}[\equiv]\mathcal{F}_1$. В протилежному випадку будемо говорити, що універсальна кінематика $\mathcal{F}$ є *умовно часозворотною*.

Оскільки, згідно з [11, твердження 3], для довільної універсальної кінематики $\mathcal{F}$ справедливе співвідношення $\mathcal{F}[\equiv]\mathcal{F}$, то отримуємо такий наслідок з означення 10:

Наслідок 2. *Будь-яка безумовно часонезворотна універсальна кінематика $\mathcal{F}$ є часонезворотною.*

Твердження 4. *Якщо універсальна кінематика $\mathcal{F}$ слабко часопозитивна і $\mathcal{F}_1[\equiv]\mathcal{F}$, то універсальна кінематика $\mathcal{F}_1$ також є слабко часопозитивною.*

Твердження 4 і теорема 1 дають можливість сформулювати такий (підсилений) варіант теореми про неповернення:

Теорема 2. *Будь-яка слабко часопозитивна універсальна кінематика $\mathcal{F}$ є безумовно часонезворотною.*

4. Часонезворотність і тахіонові кінематики. Корисною для встановлення умовної часозворотності тахіонових кінематик, пов'язаних з узагальненими перетвореннями Лоренца в сенсі E. Recami, є нижчесформульована теорема.

Теорема 3. *Нехай в універсальній кінематиці $\mathcal{F}$ існують системи відліку $\mathfrak{l}_0$, $\mathfrak{l}_1$, $\mathfrak{l}_2 \in \mathcal{L}k(\mathcal{F})$ і елементи $\mathrm{w}_0 \in \mathbb{M}k(\mathfrak{l}_0) \bigcap \mathbb{M}k(\mathfrak{l}_1)$, $\mathrm{w}_1 \in \mathbb{M}k(\mathfrak{l}_1) \bigcap \mathbb{M}k(\mathfrak{l}_2)$, $\mathrm{w}_2 \in \mathbb{M}k(\mathfrak{l}_2)$, $\mathrm{w}_0' \in \mathbb{M}k(\mathfrak{l}_0)$, що задовольняють такі умови:*

1) $\mathfrak{l}_0 \Downarrow^-_{\mathcal{F}} \mathfrak{l}_1$ *і* $\mathfrak{l}_0 \Downarrow^-_{\mathcal{F}} \mathfrak{l}_2$;

2) $[\mathfrak{l}_1 \leftarrow \mathfrak{l}_0]\mathrm{w}_0 = \mathrm{w}_0$; $[\mathfrak{l}_2 \leftarrow \mathfrak{l}_1]\mathrm{w}_1 = \mathrm{w}_1$; $[\mathfrak{l}_0 \leftarrow \mathfrak{l}_2]\mathrm{w}_2 = \mathrm{w}_0'$;

3) $\mathsf{bs}(\mathrm{w}_0) = \mathsf{bs}(\mathrm{w}_1) = \mathsf{bs}(\mathrm{w}_2) = \mathsf{bs}(\mathrm{w}_0')$;

4) $\mathsf{tm}(\mathrm{w}_0) \leqslant_{\mathfrak{l}_1} \mathsf{tm}(\mathrm{w}_1) \leqslant_{\mathfrak{l}_2} \mathsf{tm}(\mathrm{w}_2)$, *і при цьому має місце хоч одна із (строгих) нерівностей* $\mathsf{tm}(\mathrm{w}_0) <_{\mathfrak{l}_1} \mathsf{tm}(\mathrm{w}_1)$ *або* $\mathsf{tm}(\mathrm{w}_1) <_{\mathfrak{l}_2} \mathsf{tm}(\mathrm{w}_2)$.

Тоді універсальна кінематика $\mathcal{F}$ є умовно часозворотною.

Нехай $(\mathfrak{H}, \|\cdot\|, \langle\cdot,\cdot\rangle)$ — гільбертовий простір над полем дійсних чисел такий, що $\dim(\mathfrak{H}) \geqslant 1$ і $\mathcal{L}(\mathfrak{H})$ — простір лінійних (однорідних) неперервних операторів над $\mathfrak{H}$. Зазначимо, що умову $\dim(\mathfrak{H}) \geqslant 1$ слід трактувати таким чином, що простір $\mathfrak{H}$ може бути і нескінченновимірним. Позначимо через $\mathcal{L}^{\times}(\mathfrak{H})$ простір всіх операторів афінних перетворень простору $\mathfrak{H}$, тобто $\mathcal{L}^{\times}(\mathfrak{H}) = \{\mathbf{A}_{[\mathbf{a}]} \mid \mathbf{A} \in \mathcal{L}(\mathfrak{H}), \mathbf{a} \in \mathfrak{H}\}$, де $\mathbf{A}_{[\mathbf{a}]}x = \mathbf{A}x + \mathbf{a}$, $x \in \mathfrak{H}$. Простором *Мінковського* над $\mathfrak{H}$ називається гільбертовий простір $\mathcal{M}(\mathfrak{H}) = \mathbb{R} \times \mathfrak{H} = \{(t,x) \mid t \in \mathbb{R}, x \in \mathfrak{H}\}$, оснащений скалярним добутком та нормою $\langle \mathrm{w}_1, \mathrm{w}_2\rangle = \langle \mathrm{w}_1, \mathrm{w}_2\rangle_{\mathcal{M}(\mathfrak{H})} = t_1 t_2 + \langle x_1, x_2\rangle$, $\|\mathrm{w}_1\| = \|\mathrm{w}_1\|_{\mathcal{M}(\mathfrak{H})} = (t_1^2 + \|x_1\|^2)^{1/2}$ (де $\mathrm{w}_i = (t_i, x_i) \in \mathcal{M}(\mathfrak{H})$, $i \in \{1,2\}$) [7]. У просторі $\mathcal{M}(\mathfrak{H})$ виділимо такі підпростори:

$$\mathfrak{H}_0 := \{(t, \mathbf{0}) \mid t \in \mathbb{R}\}, \qquad \mathfrak{H}_1 := \{(0,x) \mid x \in \mathfrak{H}\},$$

де $\mathbf{0}$ — нульовий вектор. Тоді $\mathcal{M}(\mathfrak{H}) = \mathfrak{H}_0 \oplus \mathfrak{H}_1$, де $\oplus$ означає ортогональну суму підпросторів. Нехай $\mathcal{B}$ — базова мінлива множина така, що $\mathfrak{Bs}(\mathcal{B}) \subseteq \mathfrak{H}$ і $\mathbb{T}\mathbf{m}(\mathcal{B}) = (\mathbb{R}, \leqslant)$, де $\leqslant$ — стандартний порядок на полі дійсних чисел $\mathbb{R}$. Тоді $\mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{B}) \subseteq \mathbf{Tm}(\mathcal{B}) \times \mathfrak{Bs}(\mathcal{B}) \subseteq \mathbb{R} \times \mathfrak{H} = \mathcal{M}(\mathfrak{H})$. Нехай $c \in (0, \infty]$ — числова константа, що має фізичний зміст швидкості світла у вакуумі. Теореми 2 і 3 дають змогу дослідити на часонезворотність універсальні кінематики $\mathfrak{UPT}_0(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$, $\mathfrak{UPT}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$, $\mathfrak{UP}_0(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$ та $\mathfrak{UP}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$, введені в роботі [8, стор. 115].

Наслідок 3. *Нехай $(\mathfrak{H}, \|\cdot\|, \langle\cdot,\cdot\rangle)$ — гільбертовий простір над полем дійсних чисел такий, що $\dim(\mathfrak{H}) \geqslant 1$, $c \in (0, \infty]$ і $\mathcal{B}$ — базова мінлива множина така, що $\mathfrak{Bs}(\mathcal{B}) \subseteq \mathfrak{H}$, $\mathbb{T}\mathbf{m}(\mathcal{B}) = (\mathbb{R}, \leqslant)$, де "$\leqslant$" — стандартний порядок на полі дійсних чисел $\mathbb{R}$. Тоді:*

1. Універсальна кінематика $\mathfrak{UP}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$ є безумовно часонезворотною.

2. Універсальні кінематики $\mathfrak{UP}_0(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$, $\mathfrak{UPT}_0(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$ та $\mathfrak{UPT}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$ при $c < \infty$ є умовно часозворотними.

Таким чином, відомі фізичні факти про часонезворотність (тобто відсутність можливості вплинути на власне минуле) для кінематики спеціальної теорії відносності та галілеєвої кінематики можна отримати як наслідок з теореми 2 (див. наслідок 3, пункт 1). Також із наслідка 3 випливає, що всі тахіонові кінематики, побудовані в роботі [8], які допускають рух з надсвітловою швидкістю для систем відліку є умовно часозворотними. У зв'язку з цим виникає запитання:

Чи можна, базуючись на узагальнених перетвореннях Лоренца–Пуанкаре в сенсі E. Recami побудувати безумовно часонезворотну універсальну кінематику, яка допускає для систем відліку рух з довільною швидкістю, відмінною від швидкості світла?

Побудуємо універсальну кінематику, яка дасть позитивну відповідь на поставлене питання. Нехай $0 < c < \infty$. Покладемо:

$$\mathfrak{PT}^{\mp}_{\mathsf{fin}}(\mathfrak{H}, c) := \left\{ \mathbf{W}_{\lambda,c}[s, \mathbf{n}, J; \mathbf{a}] \;\middle|\; \begin{array}{lll} \lambda \in [0, \infty) \setminus \{c\}, & s = \operatorname{sign}(c - \lambda) & \\ J \in \mathfrak{U}(\mathfrak{H}_1), & \mathbf{n} \in \mathbf{B}_1(\mathfrak{H}_1), & \mathbf{a} \in \mathcal{M}(\mathfrak{H}) \end{array} \right\}, \tag{4}$$

де $\mathfrak{U}(\mathfrak{H}_1)$ — множина всіх унітарних операторів на просторі $\mathfrak{H}_1$, $\mathbf{B}_1(\mathfrak{H}_1) = \{x \in \mathfrak{H}_1 \mid \|x\| = 1\}$ і $\mathbf{W}_{\lambda,c}[s, \mathbf{n}, J; \mathbf{a}] \in \mathcal{L}^{\times}(\mathcal{M}(\mathfrak{H}))$ — оператори узагальнених перетворень Лоренца–Пуанкаре в сенсі E. Recami, введені в роботі [8]. Нехай $\mathcal{B}$ — базова мінлива множина така, що $\mathfrak{Bs}(\mathcal{B}) \subseteq$ $\subseteq \mathfrak{H}$ і $\mathbb{T}\mathbf{m}(\mathcal{B}) = (\mathbb{R}, \leqslant)$. Покладемо

$$\mathfrak{UPT}^{\mp}_{\mathsf{fin}}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c) := \mathfrak{ku}(\mathfrak{PT}^{\mp}_{\mathsf{fin}}(\mathfrak{H}, c), \mathcal{B}; \mathfrak{H}), \tag{5}$$

де позначення $\mathfrak{ku}(\cdot, \cdot; \cdot)$ введено в роботі [8]. Використовуючи теорему 2, можна отримати такий наслідок:

Наслідок 4. *Довільна універсальна кінематика виду $\mathfrak{UPT}^{\mp}_{\mathsf{fin}}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$ $(0 < c < \infty)$ є безумовно часонезворотною.*

Цитована література

1. *Bilaniuk O.-M. P., Deshpande V. K., Sudarshan E. C. G.* "Meta" Relativity // Am. J. Phys. – 1962. – **30**, No 10. – P. 718–723.
2. *Bilaniuk O.-M. P., Sudarshan E. C. G.* Particles beyond the Light Barrier // Phys. Today. – 1969. – **22**, No 5. – P. 43–51.
3. *Іляшевич В. І., Медведєв С. Ю.* Тахіонні акаузальні петлі // Наук. вісн. Ужгород. ун-ту. Сер. Фізика. – 2010. – **2010**, № 27. – С. 103–111.
4. *Andréka H., Madarász J. X., Németi I., Stannett M., Székely G.* Faster than light motion does not imply time travel // Clas. Quant. Grav. – 2014. – **31**, No 9. – 095005.

5. *Recami E.* Classical Tachyons and Possible Applications // Riv. Nuovo Cimento. – 1986. – **9**, S. 3, No 6. – P. 1–178.
6. *Hill J. M., Cox B. J.* Einstein's special relativity beyond the speed of light // Proc. R. Soc. A. – 2012. – **468**, Iss. 2148. – P. 4174–4192.
7. *Grushka Ya. I.* Tachyon Generalization for Lorentz Transforms // Methods Funct. Anal. Topology. – 2013. – **20**, No 2. – P. 127–145.
8. *Грушка Я. І.* Кінематичні мінливі множини із заданим універсальним перетворенням координат // Зб. праць Ін-ту математики НАН України. – 2015. – **12**, № 1. – С. 74–118.
9. *Grushka Ya. I.* Abstract Coordinate Transforms in Kinematic Changeable Sets and Their Properties. – Preprint: arXiv: 1504.02685v2. – 2015. – 31 p.
10. *Grushka Ya. I.* Abstract concept of changeable set. – Preprint: arXiv: 1207.3751v1. – 2012. – 54 p.
11. *Грушка Я. І.* Еволюційні розширення кінематичних множин та універсальних кінематик // Зб. праць Ін-ту математики НАН України. – 2015. – **12**, № 2. – С. 139–204.

References

1. *Bilaniuk O.-M. P., Deshpande V. K., Sudarshan E. C. G.* Am. J. Phys., 1962, **30**, No 10: 718–723.
2. *Bilaniuk O.-M. P., Sudarshan E. C. G.* Phys. Today, 1969, **22**, No 5: 43–51.
3. *Ilyashevytch V. I., Medvedev S. Y.* Uzhhorod University Scientific Herald. Ser. Phys., 2010, **2010**, No 27: 103–111 (in Ukrainian).
4. *Andréka H., Madarász J. X., Németi I., Stannett M., Székely G.* Class. Quant. Grav., 2014, **31**, No 9: 095005.
5. *Recami E.* Riv. Nuovo Cimento, 1986, **9**, s. 3, No 6: 1–178.
6. *Hill J. M., Cox B. J.* Proc. R. Soc. A, 2012, **468**, Iss. 2148: 4174–4192.
7. *Grushka Ya. I.* Methods Funct. Anal. Topology, 2013, **20**, No 2: 127–145.
8. *Grushka Ya. I.* Zbirnyk prats In-ty Matematyky NAN Ukraine, 2015, **12**, No 1: 74–118 (in Ukrainian).
9. *Grushka Ya. I.* Abstract Coordinate Transforms in Kinematic Changeable Sets and Their Properties, Preprint: arXiv:1504.02685v2, 2015.
10. *Grushka Ya. I.* Abstract concept of changeable set, Preprint: arXiv:1207.3751v1, 2012.
11. *Grushka Ya. I.* Zbirnyk prats In-ty Matematyky NAN Ukraine, 2015, **12**, No 2: 139–204 (in Ukrainian).

Надійшло до редакції 16.02.2016

Я. И. Грушка

Институт математики НАН Украины, Киев

E-mail: grushka@imath.kiev.ua

О временной необратимости универсальных кинематик

Опираясь на развитый в последние годы математический аппарат теории кинематических изменчивых множеств, доказано, что гипотеза о существовании материальных объектов и инерциальных систем отсчета, движущихся со сверхсветовыми скоростями, вообще говоря, не приводит к нарушению принципа причинности, т. е. к возможности возвращения в собственное прошлое. Данный результат получен как следствие из абстрактной теоремы о невозвращении, которая дает достаточный признак временной необратимости для универсальных кинематических множеств.

Ключевые слова: теория кинематических изменчивых множеств, инерциальные системы отсчета.

Ya. I. Grushka

Institute of Mathematics of the NAS of Ukraine, Kiev

E-mail: grushka@imath.kiev.ua

On time irreversibility of universal kinematics

Using the recently developed mathematical apparatus of the theory of kinematic changeable sets, it is proved that the hypothesis of the existence of material objects and inertial reference systems moving with superluminal velocities does not lead to the violation of the principle of causality, that is, to a possibility of the returning to the own past in general. This result is obtained as the corollary of the abstract theorem on irreversibility, which gives the sufficient condition of time irreversibility for universal kinematic sets.

Keywords: theory of kinematic changeable sets, inertial reference system.